

特殊版クロンダイク の成功率に関する 実験的評価

平河 航佑, ○深川 大路
同志社大学文化情報学部

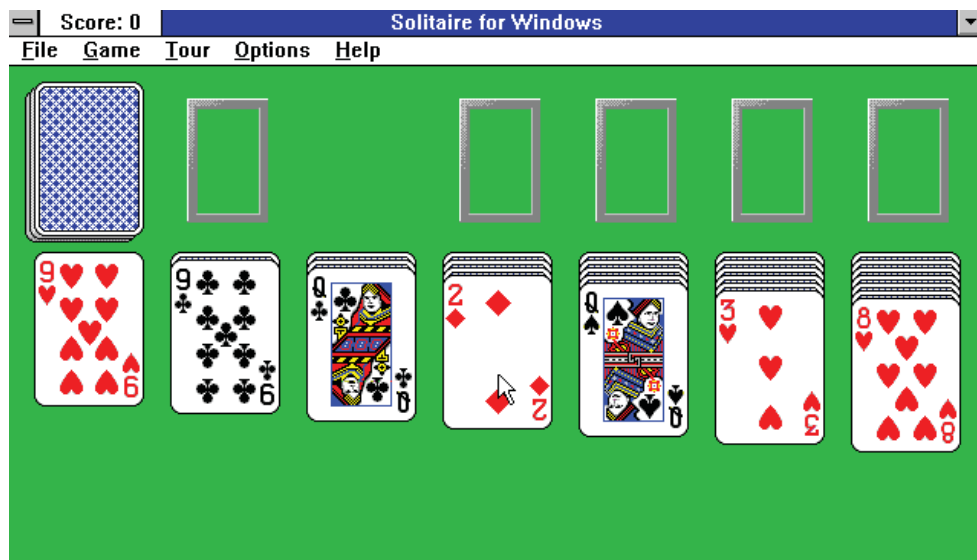
発表の構成

1. 研究背景
 - クロンドイクとは
 - クロンドイクの成功率とは
2. 関連研究
 - クロンドイクの計算複雑さ
3. 研究目的
4. 提案手法
 - 特殊版クロンドイクの定義
 - 計算機シミュレーションの方法
5. 実験結果と考察
 - 計算機シミュレーションの結果
6. まとめと今後の課題

1. 研究背景

クロンダイクとは

- ソリティアとは一人遊び用のカードゲームの総称
- クロンダイクはソリティアの一種



Solitaire for Windows 3.1
[https://archive.org/details/win3_solwin]



Microsoft Solitaire Collection
(Microsoft Windows 10)

クロンダイクとは

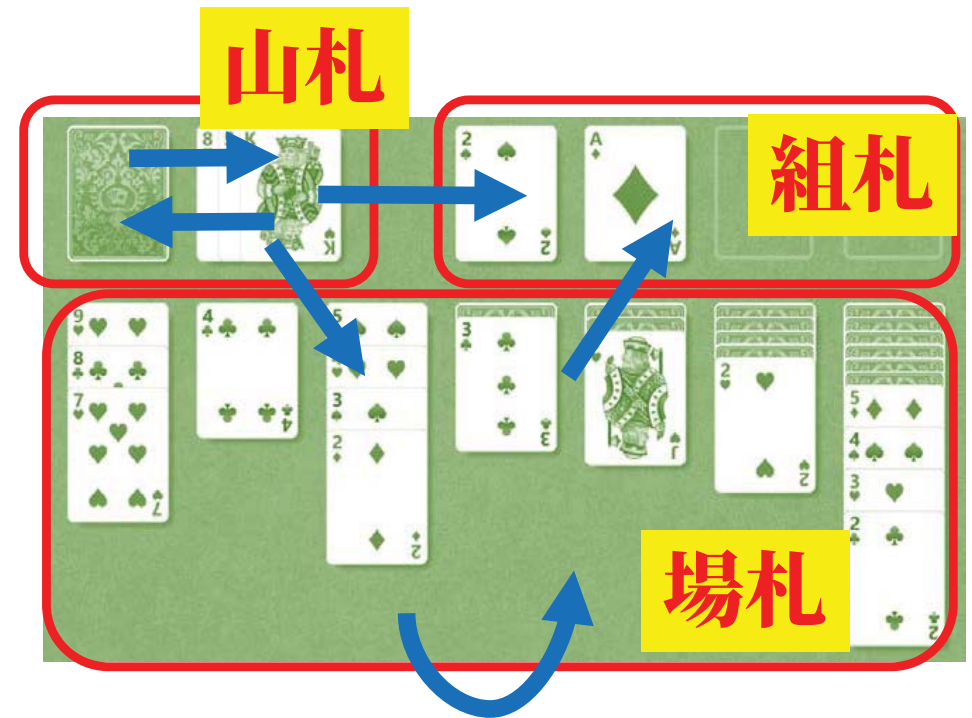
- 本来のルールでは**確率ゲーム**である
 - 初期状態において、裏向きのカードが存在する
 - 裏向きのカードはランク(数字)やスート(♡◇♠♣)が分からない
 - プレイを進めるとカードを表にできる
 - 一人ゲーム (パズル) である
- いくつかの関連研究, および本発表では**確定ゲーム**として扱う
 - 初期状態において, すべてのカードを表向きに並べる
 - このような設定のクロンダイク(ソリティア)を "Thoughtful Solitaire" と呼ぶ [Yan+04]

[Yan+04] Xiang Yan, Persi Diaconis, Paat Rusmevichientong, Benjamin Van Roy: "Solitaire: Man Versus Machine". Advances in Neural Information Processing Systems 17 (NIPS 2004): 1553-1560

クロンダイクとは

用語

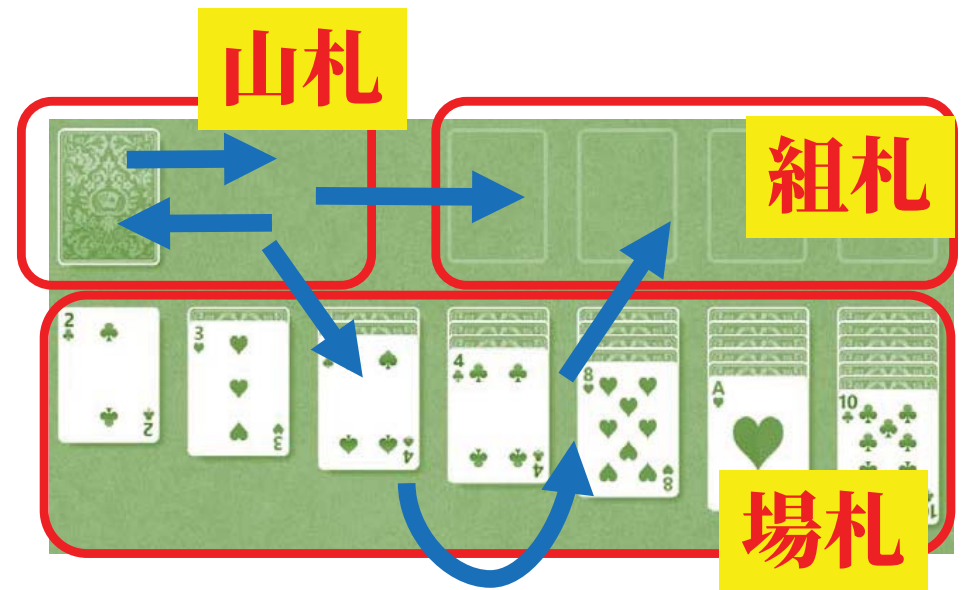
- 組札 (suit stacks)
 - スタック x 4
- 場札 (build stacks)
 - スタック x 7
- 山札 (pile & talon)
 - 裏向きスタック x 1
 - 表向きスタック x 1



クロンダイクとは

初期状態 (標準的には)

- 組札のスタックはすべて空
- 場札の各スタックの枚数は, 1, 2, ..., 7 枚 (計28枚)
- 残りのカード (52-28=24枚) は, 山札の裏向きスタックに積む

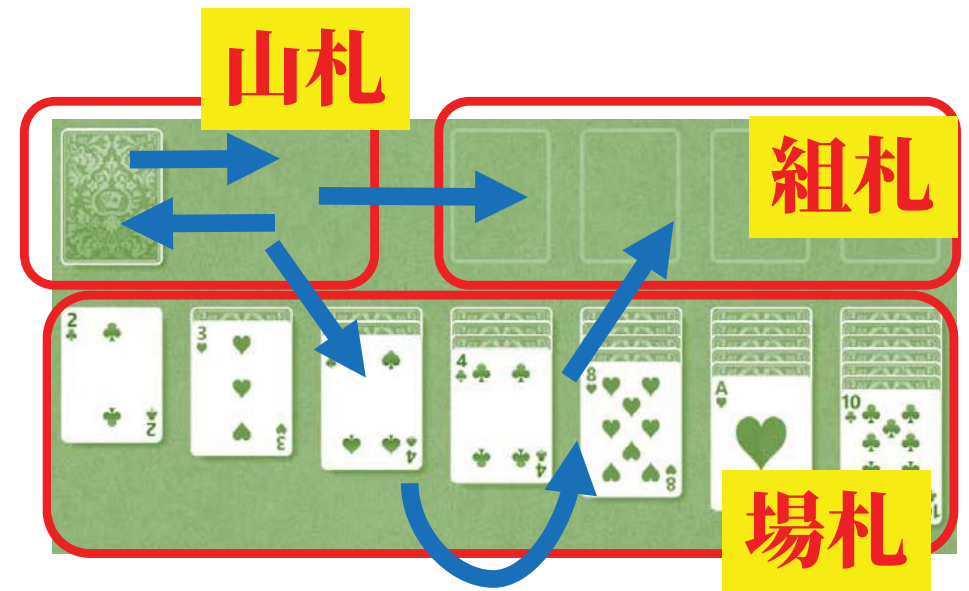


ゲームの目的

- すべてのカードを組札に移動する
 - ただし, カードの移動は後述のルールの下でおこなう

クロナダイクとは

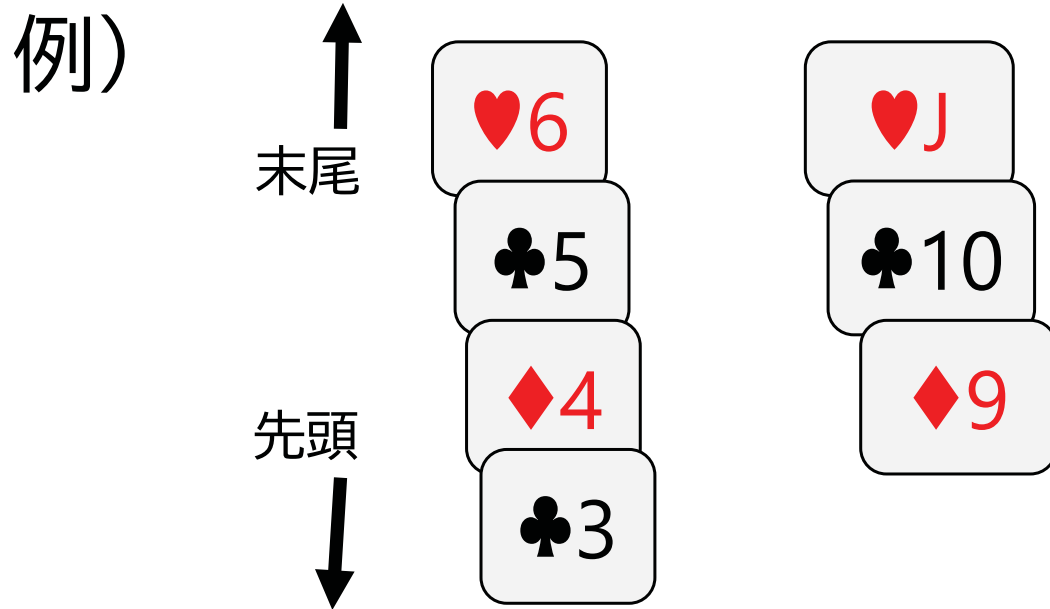
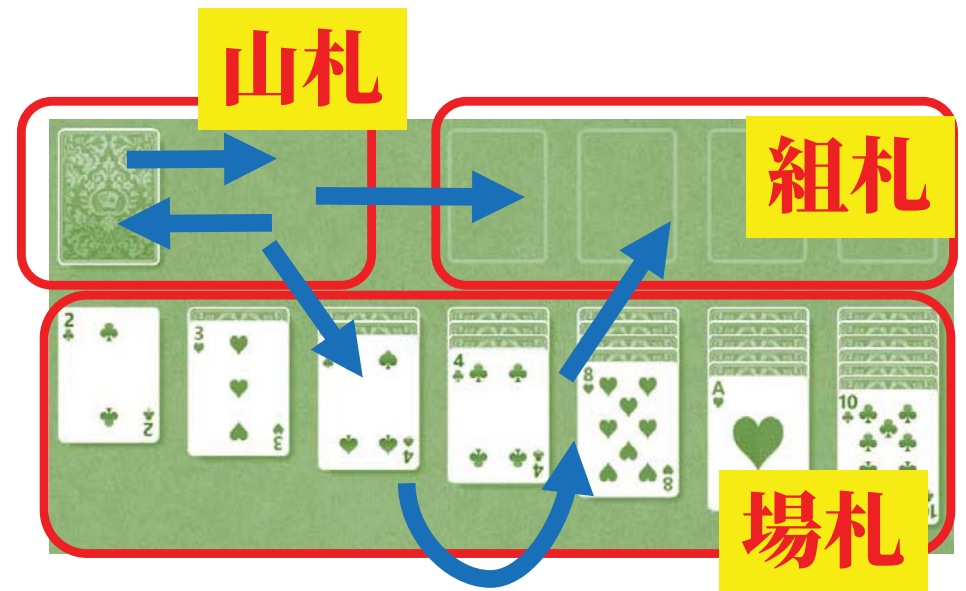
- 場札の (非空の) スタックは、先頭に「シーケンス」とよばれる、一定の条件を満たすカード列を含む



- 「シーケンス」とは、
 - 先頭から末尾まで、ランクが昇順に連続している
 - 隣接するカードは異なる色(♡◇は赤, ♠♣は黒)を持つ
 - シーケンスの長さは 1 以上スタック長以下

クロンダイクとは

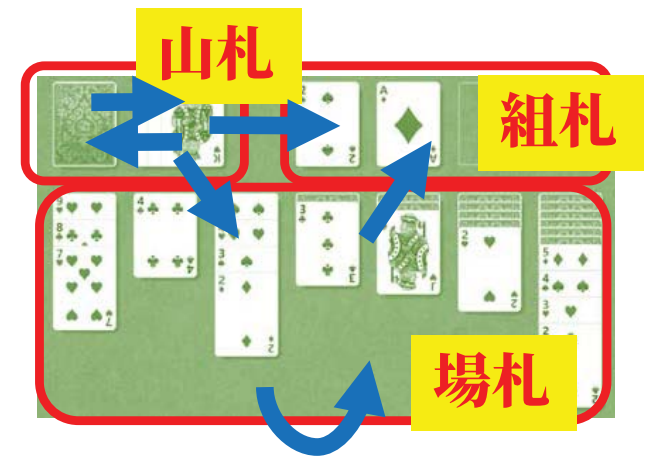
- 「シーケンス」
 - ランクが昇順に連続
 - 隣接カードは異なる色をもつ



※通常のクロンダイクでは、シーケンスでないカードは裏向き

クロンダイクとは

カード移動のルール



• 山札からの移動

- 表向きスタックの1番上の1枚のみを他の山へ移動させることができる
- 裏向きスタックから表向きスタックへ、3枚ずつ移動させることができる(「補充」)
- 裏向きスタックが空になったら、表向きスタックをすべてまとめて裏返し、裏向きスタックに戻すことができる(「くずさらい」)

• 場札からの移動

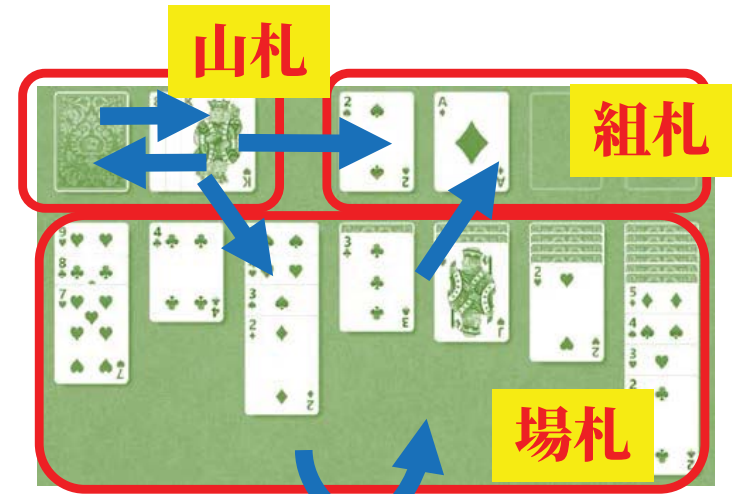
- 場札の7つの山のうち、シーケンス (全体または先頭を含む部分列) を他の山へ移動させることができる

• ただし、実際に移動できるのは、移動先の山がカード(カード列)を受理する場合のみ

クロンダイクとは

カード移動のルール (続き)

- 組札が受理するのは
 - 各スタックごとに決められたスートのカードのみを受理
 - 各スタックの先頭カードと隣接する (同じスートでランクが 1 つ大きい) カードのみを受理
 - スタックが空のときは A (エース, 最小ランク) のみを受理
- 場札が受理するのは
 - 各スタックの先頭カードを含む「シーケンス」が長くなるような移動を受理
 - スタックが空のときは K (キング, 最大ランク) を含むカードブロックのみを受理
- 場札からの移動によってスタックのシーケンスが空になった場合は, スタックの先頭 1 枚を新たにシーケンスとする



クロンダイクの成功率とは

- 与えられた初期配置から成功状態に到達できるとき、その初期配置は**成功可能**という
 - 成功状態 = すべてのカードを組札に移動させた状態
 - 逆に、与えられた初期配置からはどのようにプレイしても成功状態に到達できないとき、その初期配置は**成功不能**という
- ランダムに与えられた初期配置を生成するとき、成功可能な初期配置が得られる確率をクロンダイクの**成功率**とよぶ

クロンダイクの成功率とは

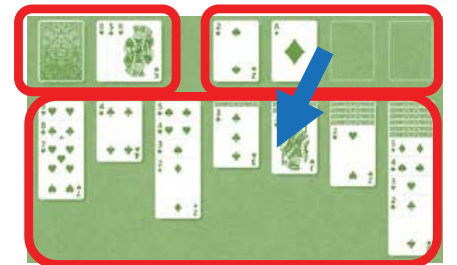
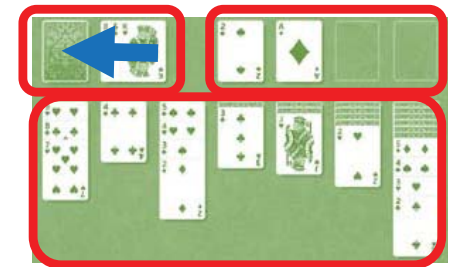
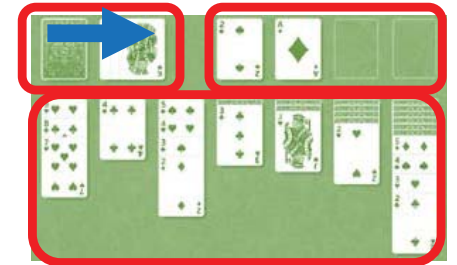
- 標準的なカードを用いると、
クロンダイクの可能な初期配置は(一応は)定数個
 - $52! \sim 8.1 \times 10^{67}$ 通り
- クロンダイクの成功率は定数
- Yan ら [Yan+04] によれば、
「ソリティア(クロンダイク)の成功率を決定できないのは応用数学の恥の一つである」

[Yan+04] Xiang Yan, Persi Diaconis, Paat Rusmevichientong, Benjamin Van Roy: "Solitaire: Man Versus Machine". Advances in Neural Information Processing Systems 17 (NIPS 2004): 1553-1560

クロンダイクのルールの変種

ルールの変種はいくつか考えられる

- 山札の「補充」(裏向きスタックから表向きスタックへ移動させる)の際, 何枚ずつ移動させるか?
 - 一般的には 1-3 枚
 - 本研究では 1 枚ずつ
- 山札の「くずさらい」(表向きスタックを裏向きに戻す)を無制限に許すか?
 - 制限を加える場合, 例えば, 回数制限を与える, スコアを考慮して減点方式にする, 等
 - 本研究では無制限に許す
- 組札から場札へ戻す移動を許すか?
 - 本研究では許す



2. 関連研究 クロンダイクの成功率

- Bjarnason ら (2007) [Bjarnason+07]
 - ヒューリスティック探索を用いたシミュレーション等によって、クロンダイクの成功率を 70 % から 98.81% と推定
- 新谷 (2018) [Shintani18]
 - 1000個の初期配置を探索, 成功状態に到達したものの 874, 到達不可能と判定できたものの 111, 時間切れ 15
- いずれも確定ゲーム版の成功率を計算機実験によって推定している

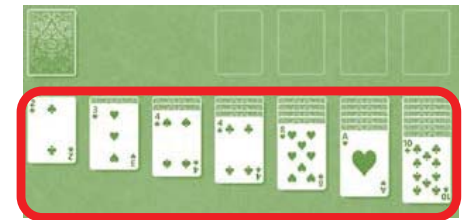
[Bjarnason+07] Ronald Bjarnason, Prasad Tadepalli, Alan Fern: "Searching Solitaire in Real Time".

Journal of the International Computer Games Association **30**(3): pp.131-142 (2007)

[Shintani 18] 新谷 敏朗: "カードゲーム「クロンダイク」の成功可能性", 第80回情報処理学会全国大会講演論文集, **2018**(1), pp.191-192 (2018-03-13)

クロンダイクの計算複雑さ

- 一般化クロンダイク [Longpre+09]
 - カードの枚数を一般化する
 - 黒, 赤のスートの種類数をそれぞれ b, r とする
 - ランクを $1, 2, 3, \dots, n$ とする
 - カードは全部で $(b + r)n$ 枚
 - 場札の山ごとの枚数は任意
- 本研究では, 場札の山の個数を m として, 各 $1, 2, \dots, m$ 枚 と考える
- 上の問題を $\text{KLOND}(b, r, m)$ と表記する
 - 場札の配置を任意としたものを $\text{KLOND}(b, r)$ と表記する



[Longpre+09] Luc Longpré and Pierre McKenzie: "The complexity of Solitaire". *Theoretical Computer Science*, **410** (50), pp.5252-5260 (2009)

クロンダイクの計算複雑さ

- 問題を $KLOND(b, r, m)$ と表記する
 - 標準的なクロンダイクは $KLOND(2, 2, 7)$

b : 黒スートの種類数
 r : 赤スートの種類数
 m : 場札のスタック数
 n : ランク数

- Longpré & McKenzie [Longpre+09] によれば,
 - $KLOND(b, r)$ は NP-complete (ただし b, r は任意の定数)
 - $KLOND(2, 1)$ は NP-complete
 - $KLOND(1, 1)$ は NL-hard
 - $KLOND(1, 0)$ は AC^0

[Longpre+09] Luc Longpré and Pierre McKenzie: "The complexity of Solitaire". *Theoretical Computer Science*, **410** (50), pp.5252-5260 (2009)

3. 研究目的

- (最終的には)クロナイクの成功率を求めたい
 - 標準的な場合(すなわち KLOND(2,2,7) かつ $n=13$)について成功率の具体的な値を明らかにしたい
- ただし, 可能な初期配置の場合の数が膨大であるため, 単純な計算機シミュレーションでは不可
 - 仮に, 与えられた初期配置が成功可能かどうかを 10^{-9} 秒で判定できたとしても 10^{51} 年かかる

研究目的

- 単純な計算機シミュレーションでは不可
- 考えられる方法 → 理論的な解析
 - 初期配置の分類と数え上げ
 - 本質的に同値な初期配置
 - 明らかに解ける／解けない初期配置
 - ある種の状態に帰着できる初期配置
- いまのところ効果的なアイデアが・・・
- 計算機実験を通じた観察によって、性質をつかむことはできないか？

本研究の目的

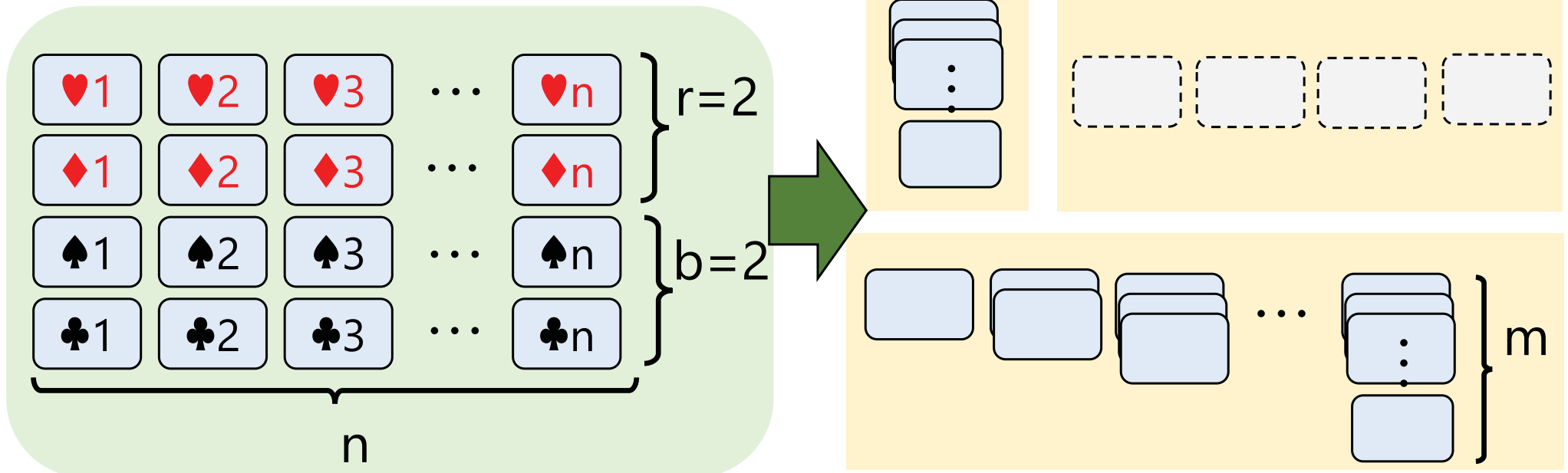
- 一般化クロンダイクのうち、パラメータの値が小さな範囲について計算機実験を行い成功率を求める

4.提案手法

特殊版クロンダイクの定義

b : 黒スートの種類数
 r : 赤スートの種類数
 m : 場札のスタック数
 n : ランク数

- KLOND(b, r, m, n)
 - ランク数 n を固定する
 - 場札の各スタックは $1, 2, \dots, m$ 枚
 - 山札は $(b + r)n - \frac{m(m+1)}{2}$ 枚



提案手法

実験1

- 目的
 - 探索に要する時間を調べる
- 方法
 1. ランダムに初期配置を生成する
 2. 探索アルゴリズムによってその問題を解く
 - 探索は A* アルゴリズムを用いる
 - 生成した状態が一定数 (100万) を超えると探索を打ち切る
 - 上記 1-2 を繰り返し (1000回) 実行する
 - 結果は「成功可能」「成功不能」または「タイムアウト」
 - 生成した状態の個数を記録する

提案手法

実験2

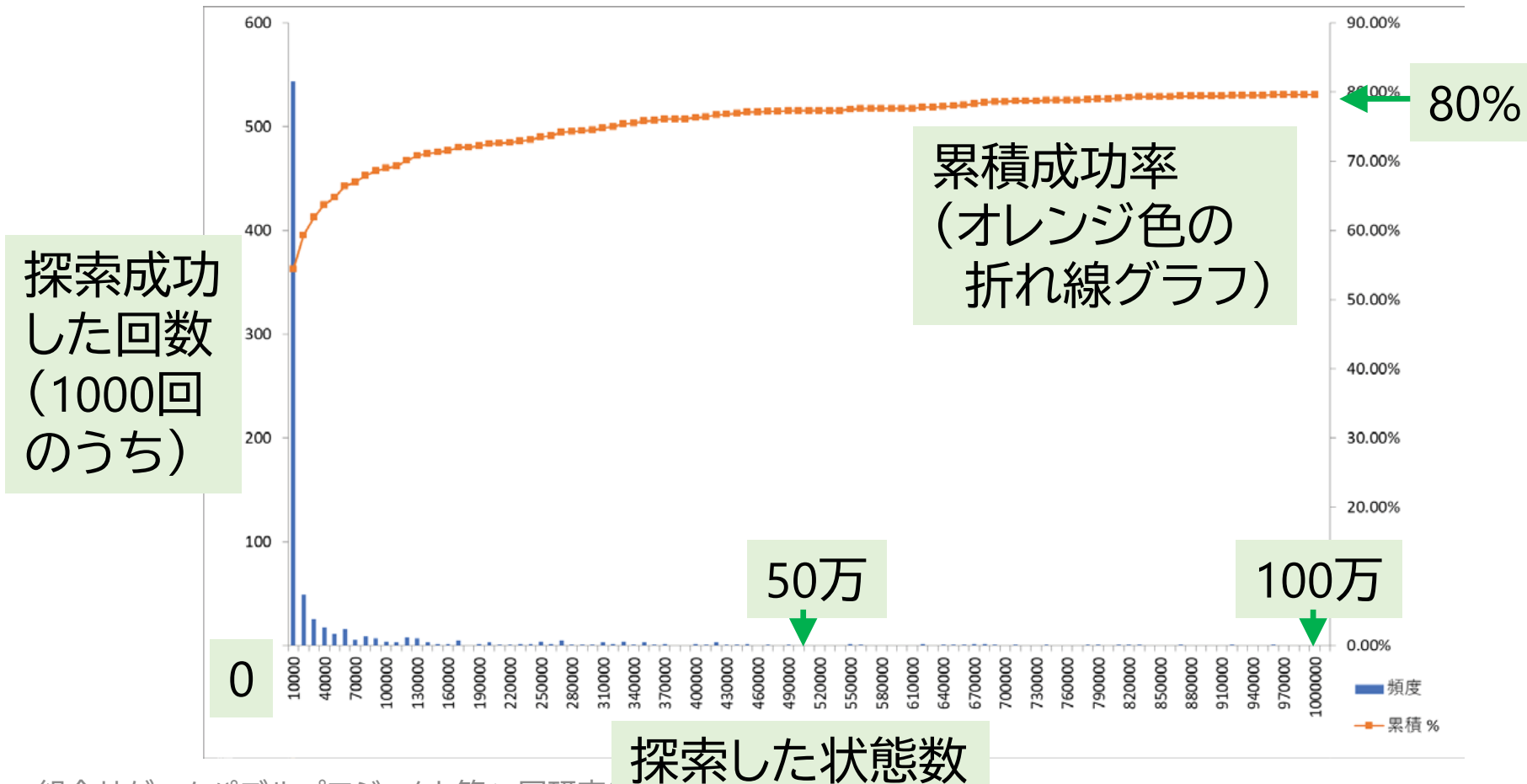
- 目的
 - 成功率を推定する
- 方法
 1. ランダムに初期配置を生成する
 2. 探索アルゴリズムによってその問題を解く
 - 探索は A* アルゴリズムを用いる
 - 生成した状態が一定数 (10万) を超えると探索を打ち切る
 - 上記 1-2 を繰り返し (1000回) 実行する
 - 結果は「成功可能」「成功不能」または「タイムアウト」

5. 実験結果と考察

KLOND(b, r, m, n)
 b : 黒スーツの種類数
 r : 赤スーツの種類数
 m : 場札のスタック数
 n : ランク数

実験1の結果

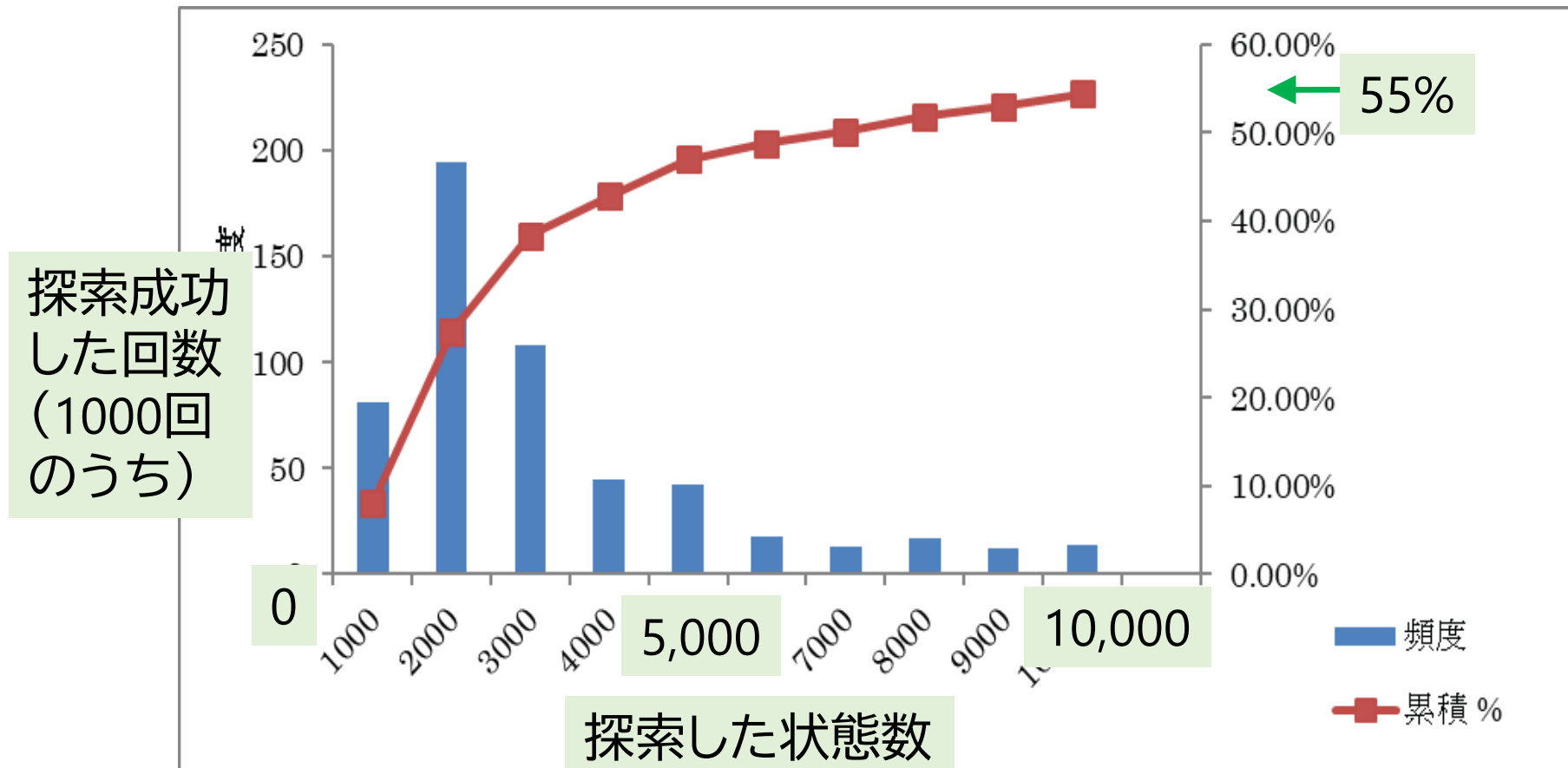
- 探索範囲の確率分布: KLOND(2,2,7,13)



実験結果と考察

実験1の結果（続き）

- 探索範囲が小さい場合について拡大してみると、



実験結果と考察

実験1の考察

- 探索範囲(状態数)を 100万に限定すると, 全体の約 80% をカバーできる
- 探索範囲(状態数)を 1万に限定しても, 全体の約 55% をカバーできる
- 分布の最頻値はかなり小さい
 - 1,000 ずつ範囲を区切ると, 1,001-2,000 あたり
 - 10,000 ずつ範囲を区切ると, 1-10,000 あたり
- 確率的に推定するだけであれば, それほど深い探索を行う必要はない

実験結果と考察

KLOND(b, r, m, n)

b : 黒スーツの種類数

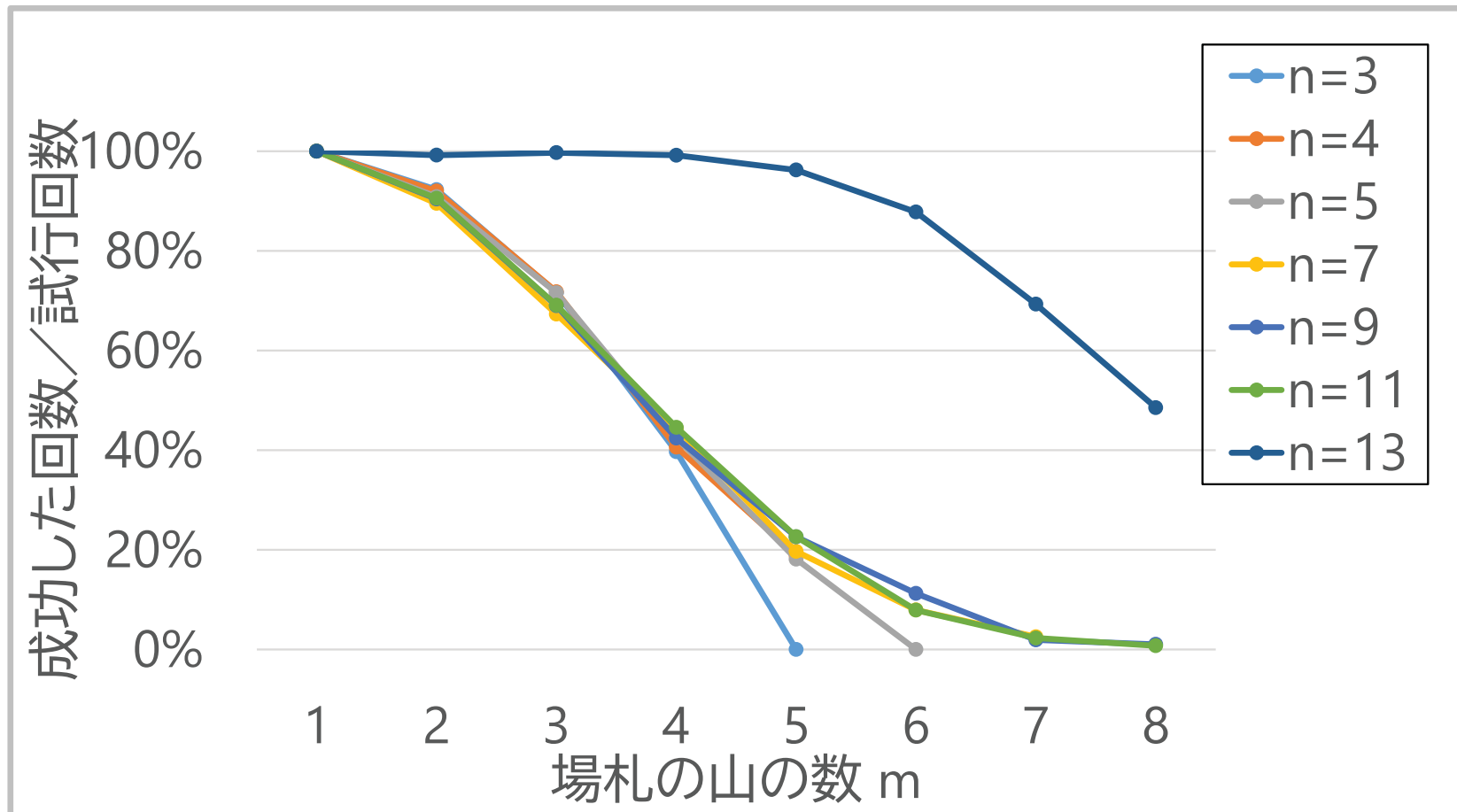
r : 赤スーツの種類数

m : 場札のスタック数

n : ランク数

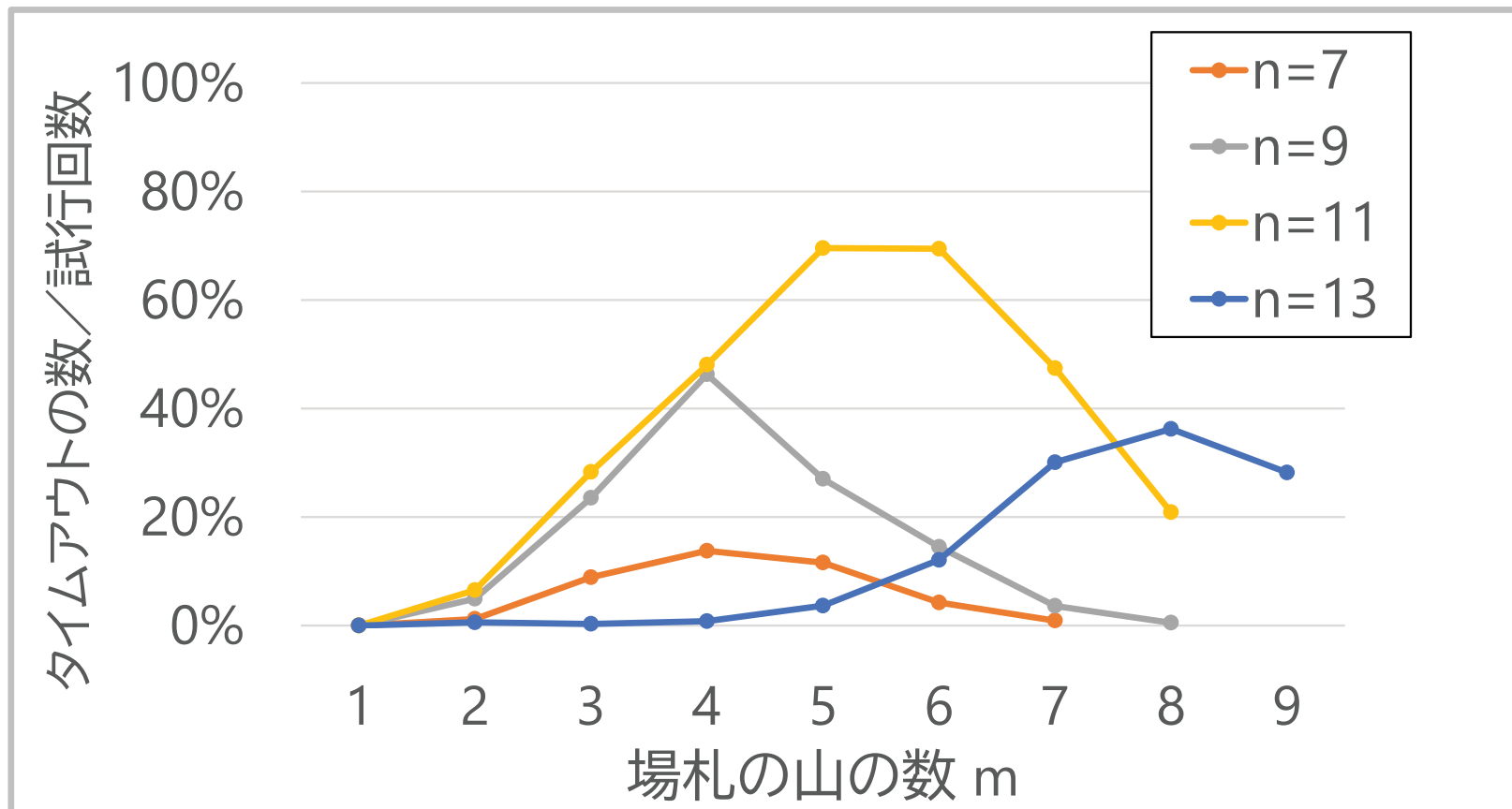
結果2. 「成功回数／試行回数」

- 本来求めたい「成功率」ではないことに注意



実験結果と考察

- 探索を途中で打ち切っている
- 成功率は低く見積もられている可能性が高い



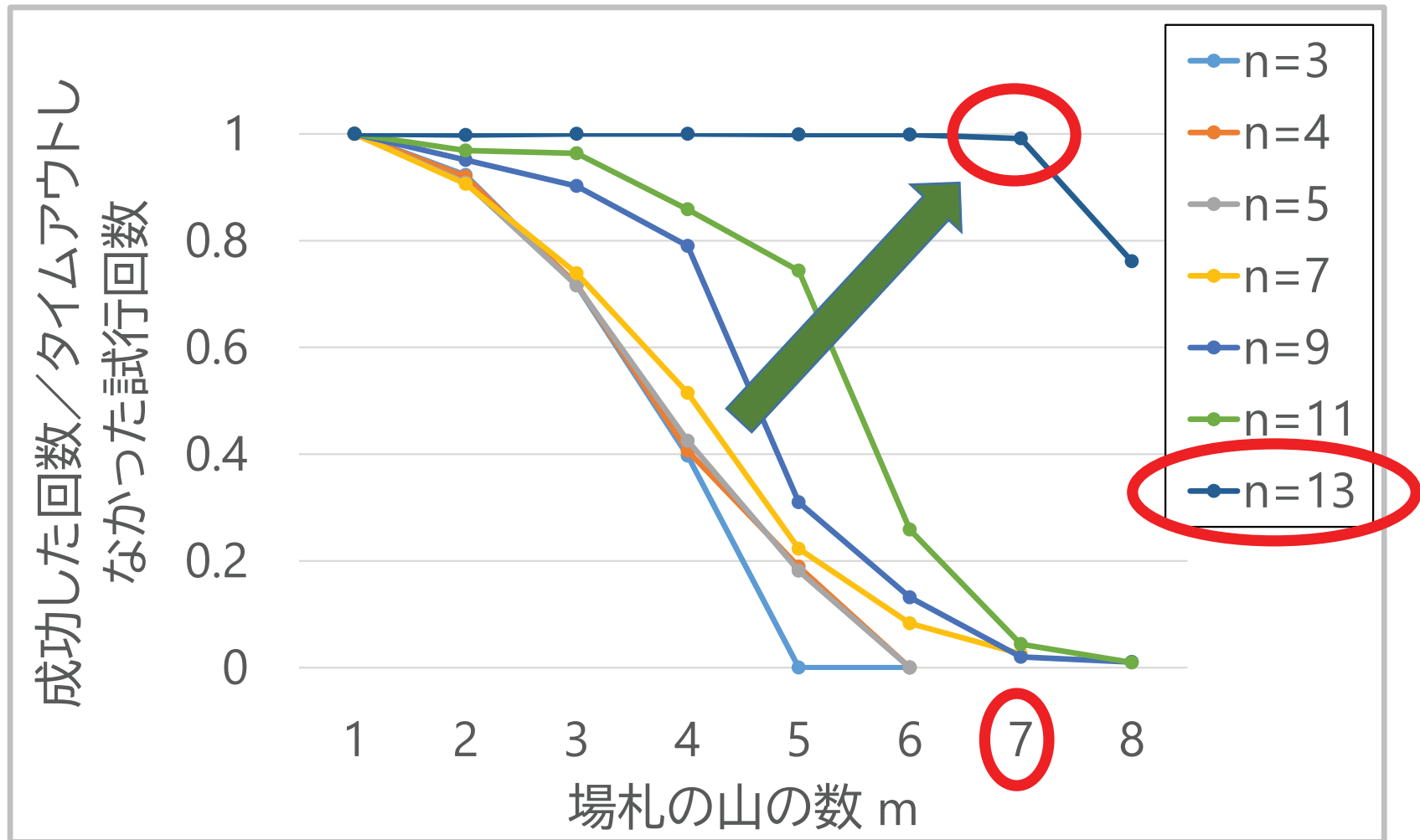
実験結果と考察

例)

- 1000 個の初期配置を生成したとき,
 - 成功可能と分かったもの 500 個 (=A)
 - 成功不能と分かったもの 300 個 (=B)
 - タイムアウト 200 個 (=C)
- (成功回数 A) / (試行回数 A+B+C) = 500/1000 = 50%
- (成功回数 A) / (タイムアウト除く試行回数 A+B) = 500/800 = 62.5%
- もしタイムアウトした初期配置の分布とタイムアウトしなかった初期配置の分布が似ていると仮定すると後者によって本来の成功率が推定できる

実験結果と考察

- 「成功した回数 / タイムアウトしなかった試行回数」



6. まとめと今後の課題

まとめ

- クロンドイクの成功率を求めるために、特殊版の成功率(の推定値)を計算機実験によって求めた
 - 厳密な値は未解決・・・

今後の課題

- スートの種類を限定した場合について成功率を求める(計算機実験によって)
- KLOND-FLAT(1,1) の計算量を求める
 - KLOND-FLAT は初期状態において山札が空であるもの