

手札公開によるババ抜き の必勝戦略について

九州大学 木谷 裕紀
名古屋大学 小野 廣隆

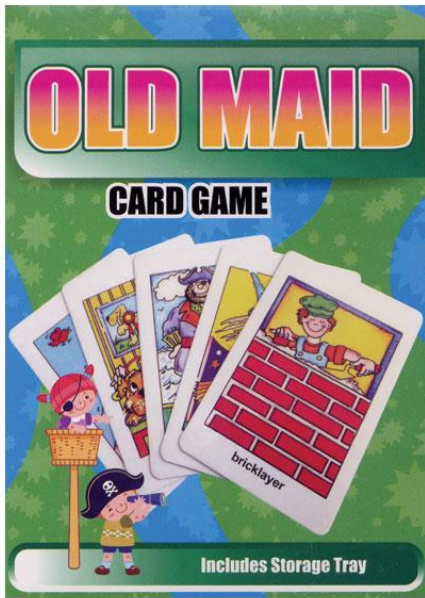
今日の目的

新しい（と思われる）ゲームを定義して（ある程度）解きました.

→似ているあるいは同一のゲームがありましたらご教示いただけましたらと思います.

ババ抜きに関して

- ・ ババ抜きは日本で（たぶん）最も知られているトランプカードゲーム
- ・ 不完全情報多人数ゲーム
- ・ 海外にも類似したゲームがある



ババ抜き のルール

1. ゲームの開始

全てのプレイヤーにカードを奇数枚

（通常4スートの13種類のカードとJOKERカードで構成される53枚）配る.

プレイヤー同士の行動順序を決める

ペアの定義を行う（同じ“数字”が書かれたカード同士をペアとすることが多い）

2. カードを“捨てる”条件

3. 自分の番における行動

ババ抜き のルール

1. ゲームの開始

2. カードを“捨てる”条件

もしペア同士のカードを2枚以上持っていれば内2枚を選んで捨てる（ことができる）.

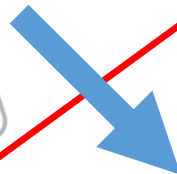
3. 自分の番における行動

直前の手番プレイヤーから1枚カードを選んで引く. （ただしゲーム開始時手番のプレイヤーは手番順序が最後のプレイヤーから引く）

引いた後捨てることができるカードがあれば捨てる（ことができる）.

これを繰り返して手札を早くなくした人が勝ち.



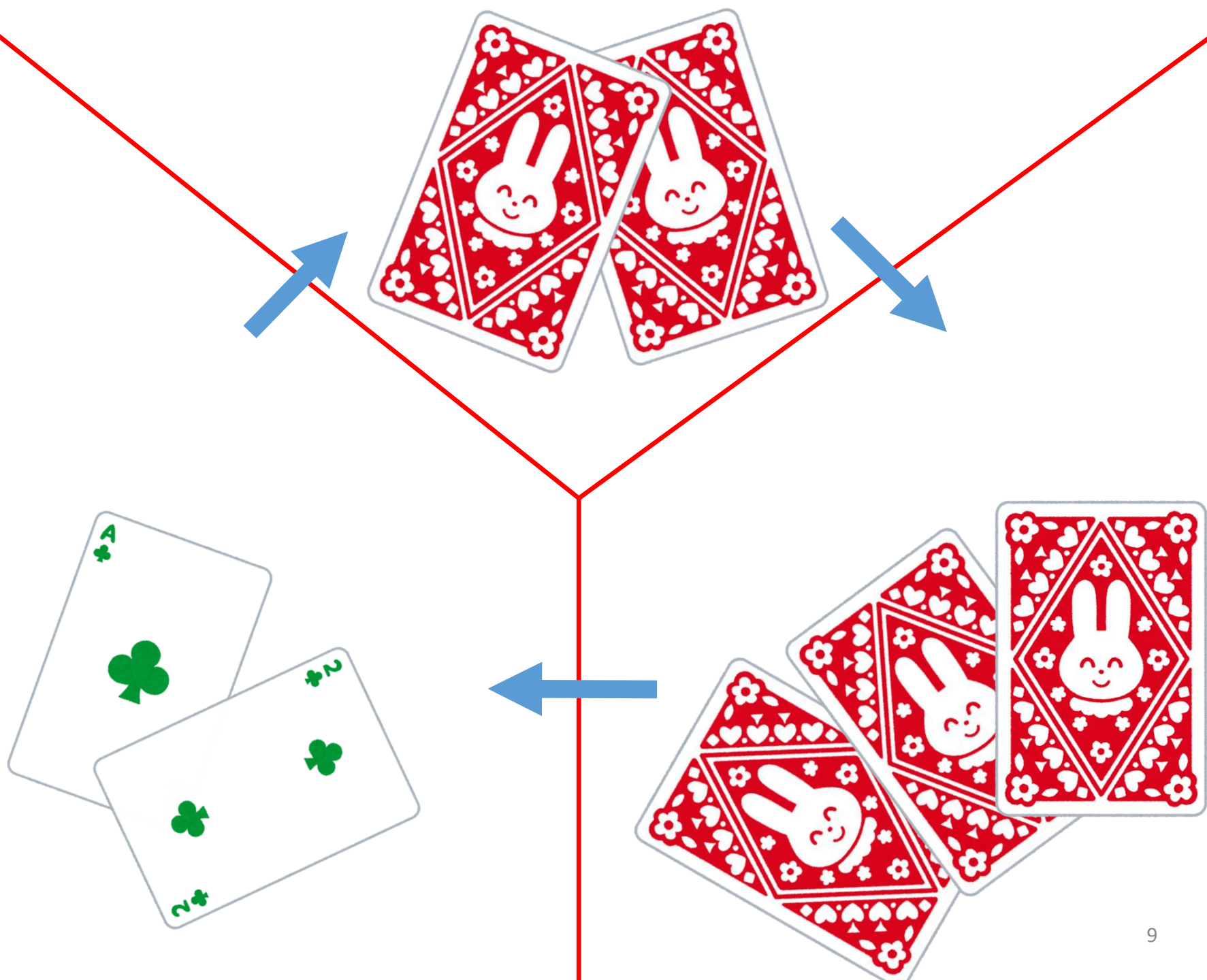


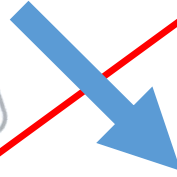
手番プレイヤー



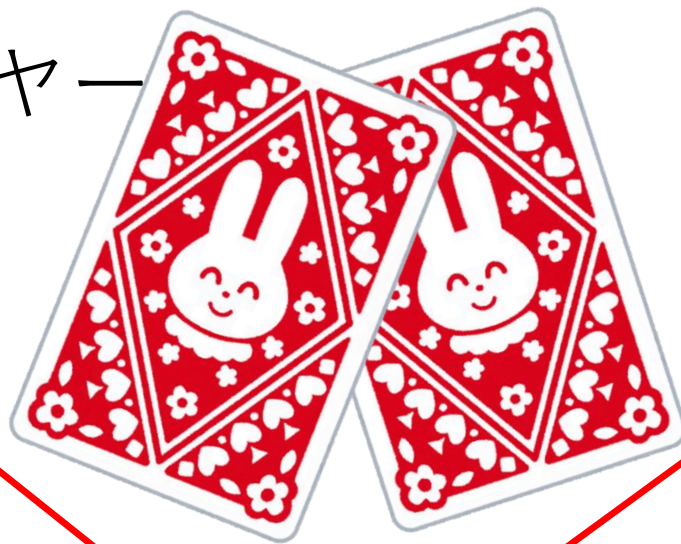
直前の手番プレイヤー

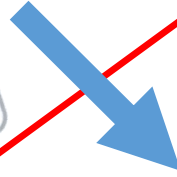


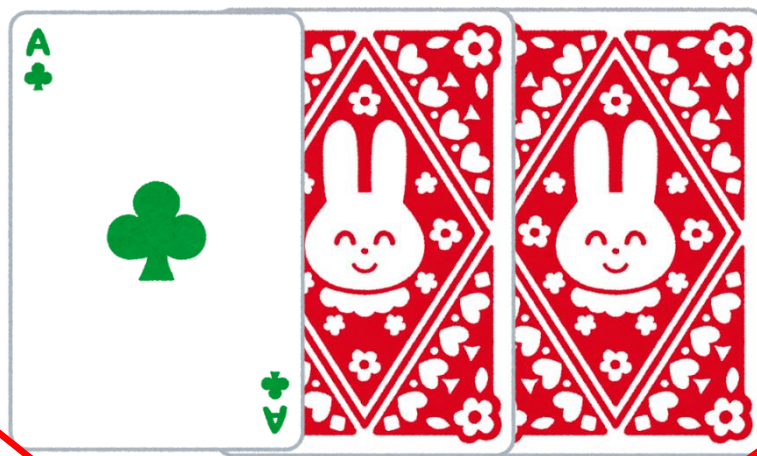


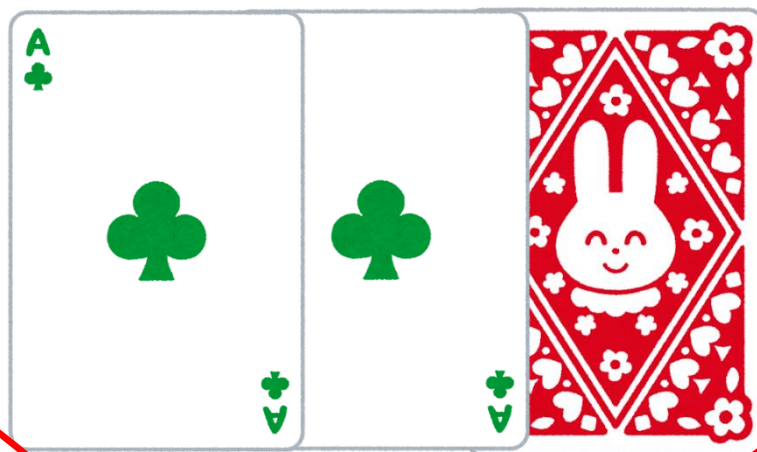


手番プレイヤー















手番プレイヤー



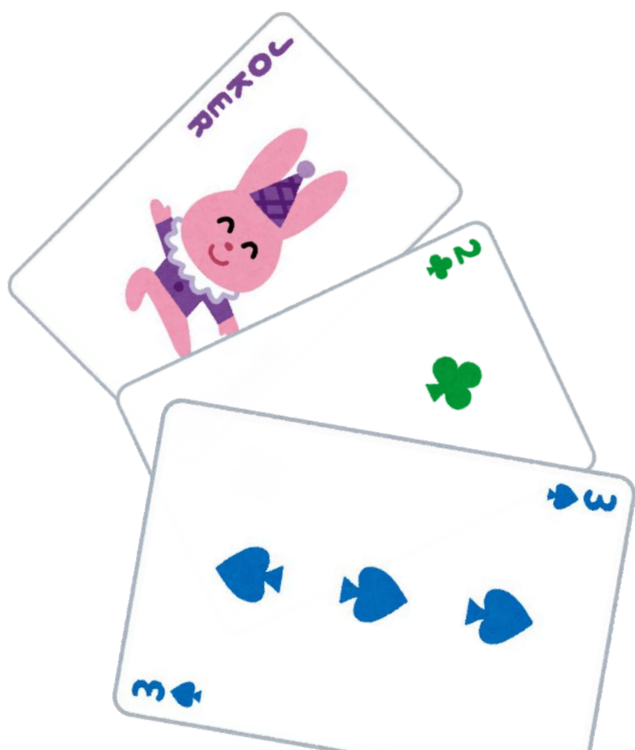


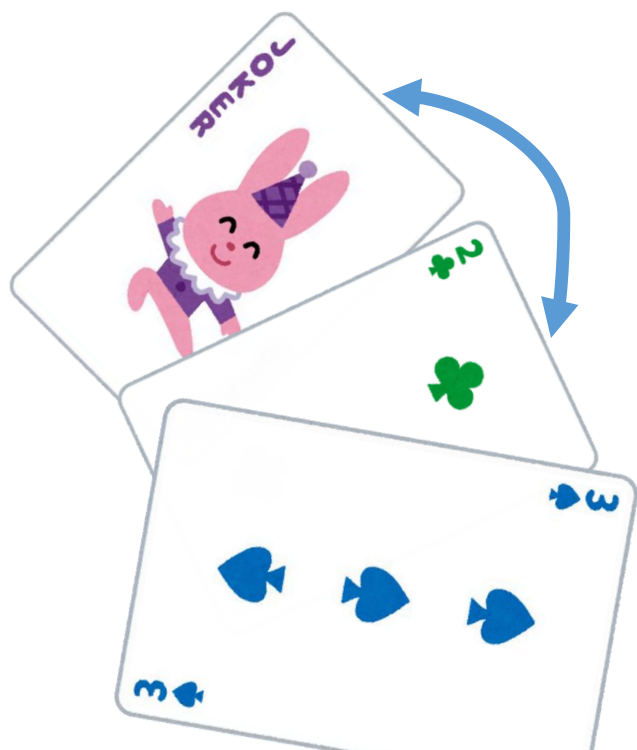
上がり (勝ち)



手番プレイヤー







手番プレイヤー

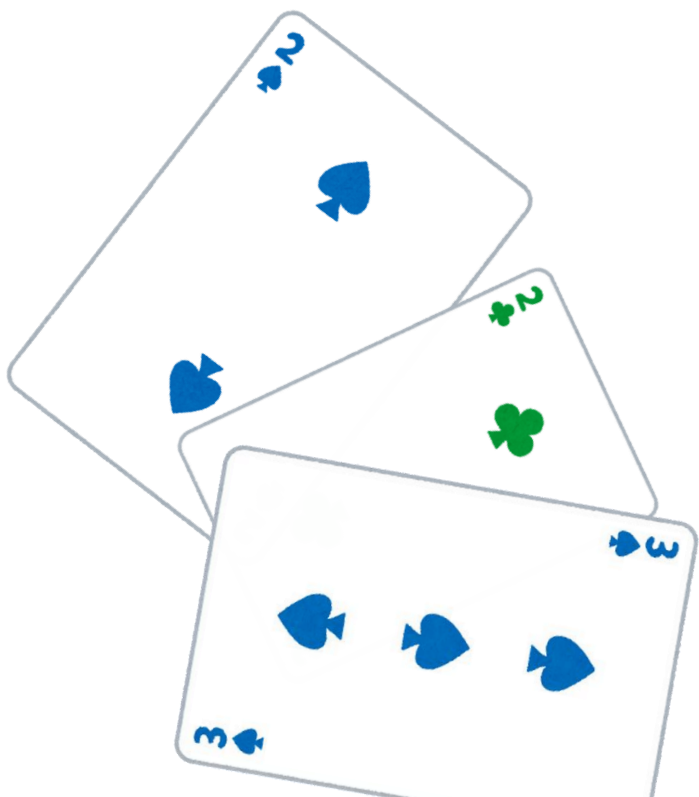


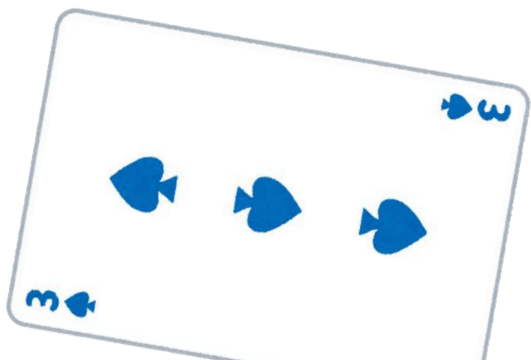
手番プレイヤー

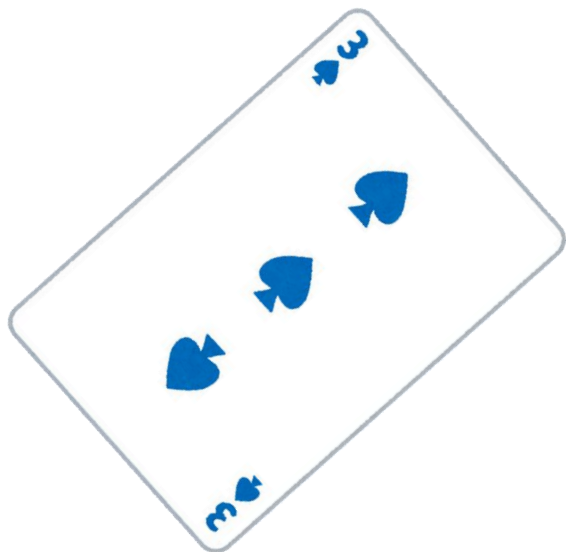


手番プレイヤー



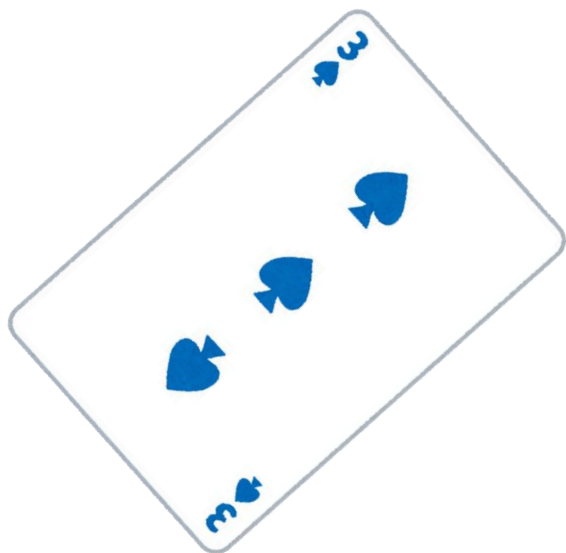






手番 プレイヤー









二人プレイヤーのババ抜き

ペア数を n とする.このとき各トランプを引く確率が同様に確からしいと仮定すると

JOKERを持っていないプレイヤーの勝率 P_n は

$n=1$ のとき $P_1=2/3$

$n=2$ のとき $P_2=3/4$

となる.

n=1のとき

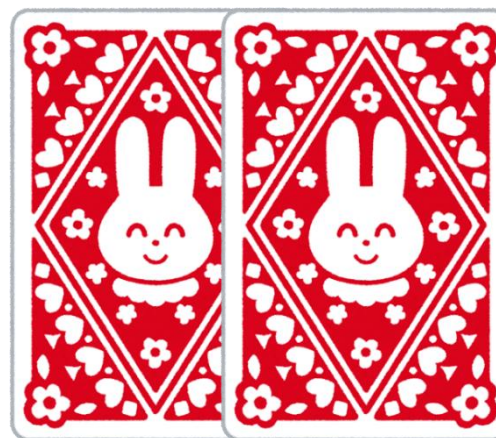
相手プレイヤーが持っている札は2枚なのでそのうちJOKERを引く確率は $1/2$

JOKERを引いたときそこから相手プレイヤーがJOKERを引く確率は $1/2$

手番プレイヤー



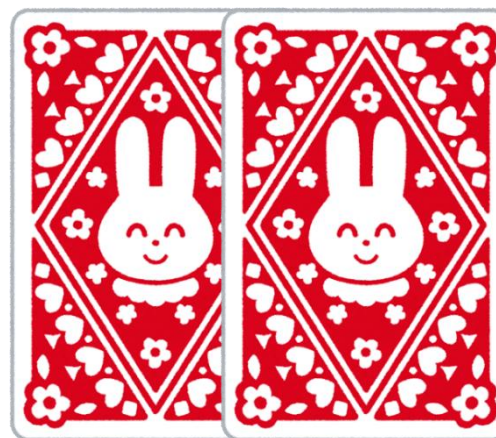
or



手番プレイヤー



or



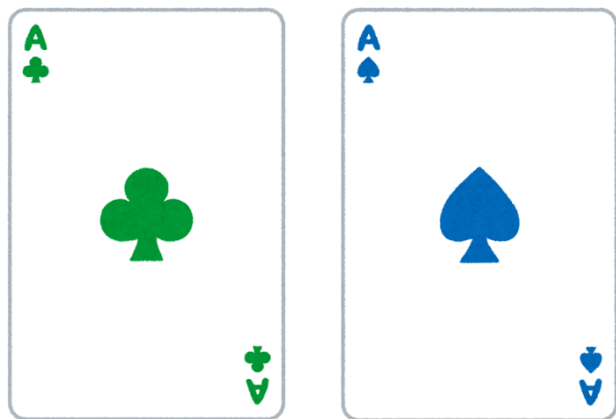
手番プレイヤー



or



手番プレイヤー



手番プレイヤー

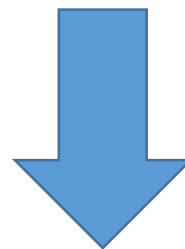
Win



以降このように
相手の札を引いて上
がる上がり方を引き
上がりと呼ぶ。

手番プレイヤー

Win



n=1のとき

相手プレイヤーが持っている札は2枚なのでそのうちJOKERを引く確率は $1/2$

JOKERを引いたときそこから相手プレイヤーがJOKERを引く確率は $1/2$

お互いがjokerを引いた後の状況は元に戻っていることから

勝率を計算すると

$$1/2(1+1/4+1/16+...)$$

$$=2/3$$

n=2のとき

相手プレイヤーが持っている札は2枚なのでそのうちJOKERを引く確率は $1/3$

JOKERを引いたときそこから相手プレイヤーがJOKERを引く確率は $1/3$

お互いがjokerを引いた後の状況は元に戻っていることから

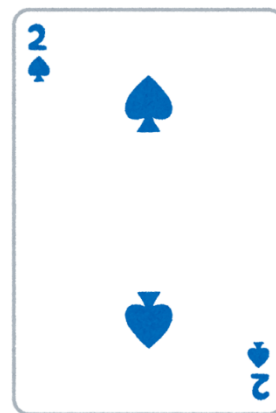
勝率を計算すると

$$2/3(1+1/9+1/81+...)$$

$$=3/4$$



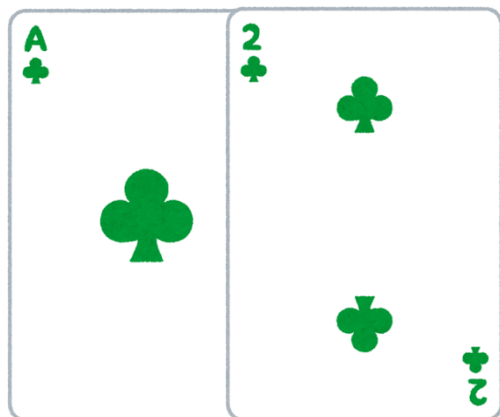
or



or

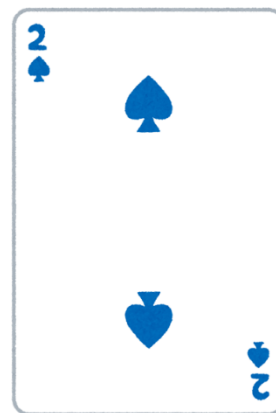


手番プレイヤー





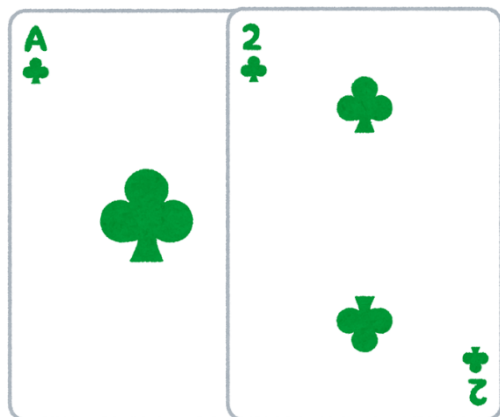
or



or

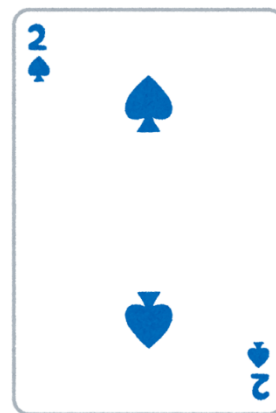


手番プレイヤー





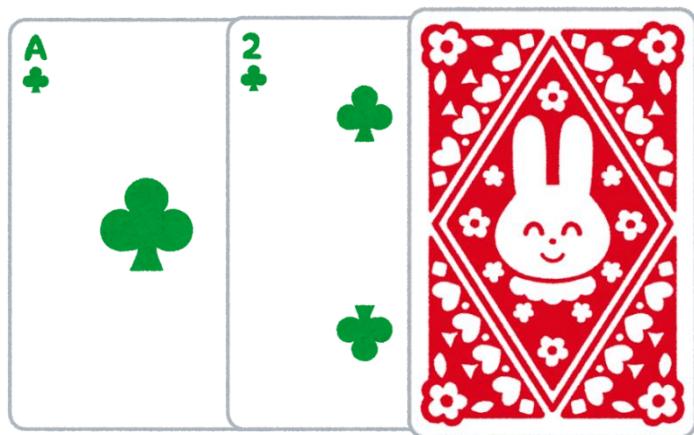
or



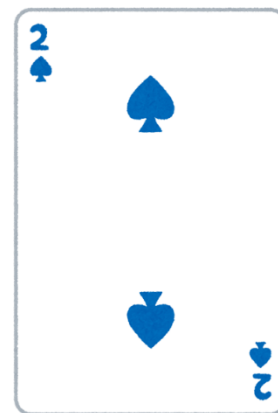
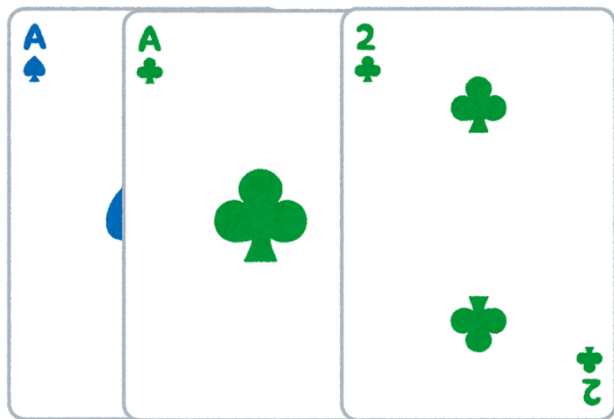
or



手番プレイヤー



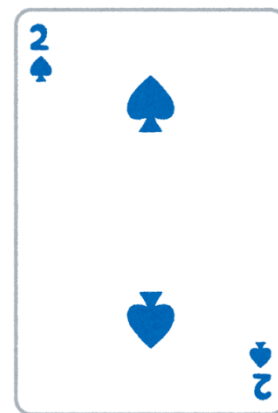
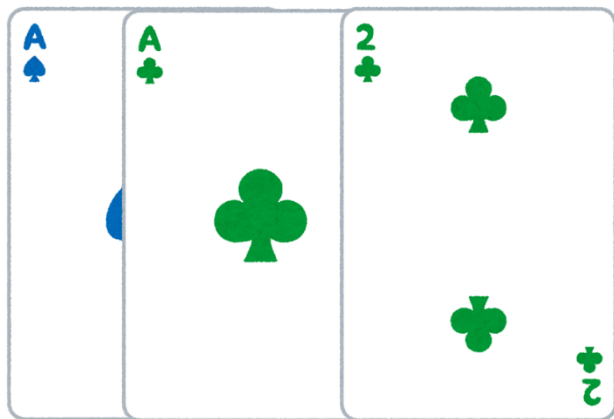
手番プレイヤー



or



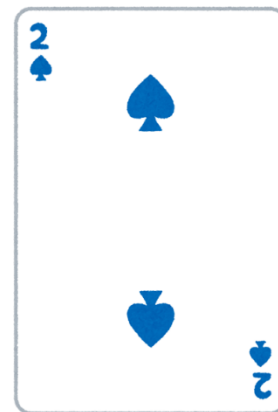
手番プレイヤー



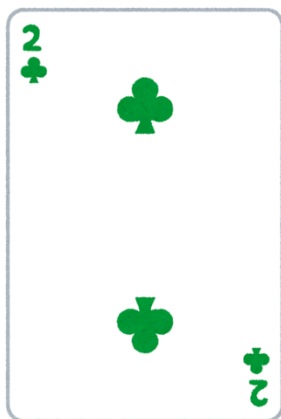
or



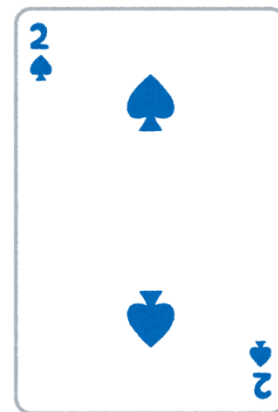
手番プレイヤー



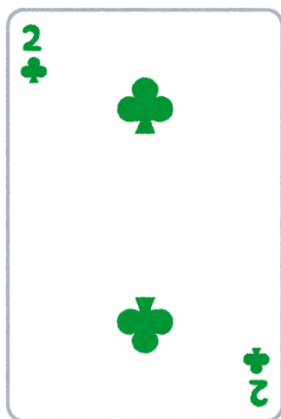
or



手番プレイヤー

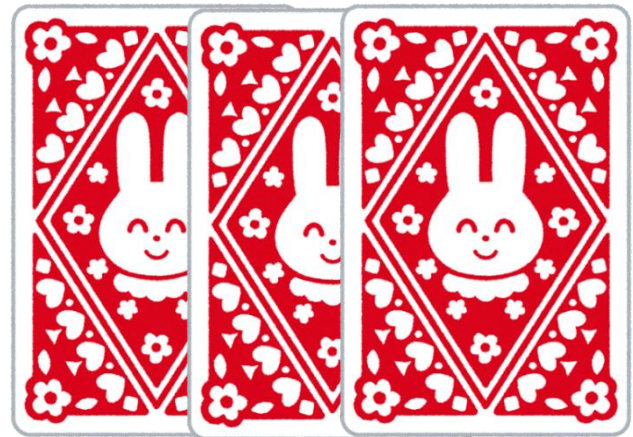
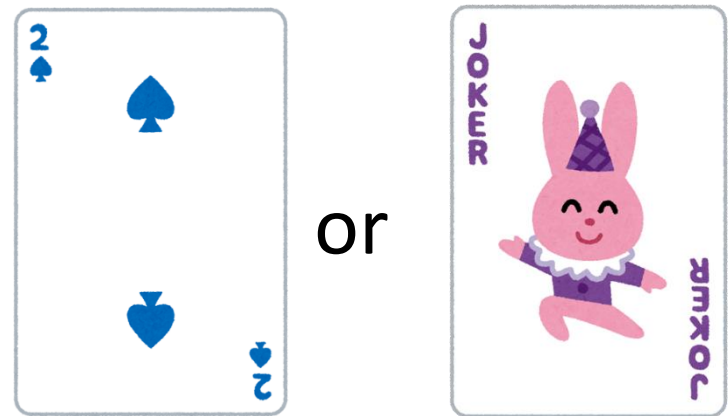


or



手番プレイヤー

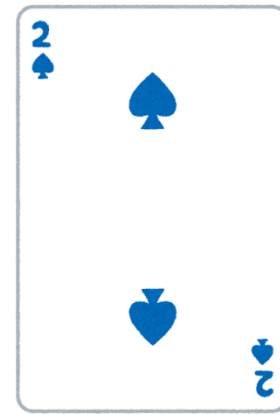
Win



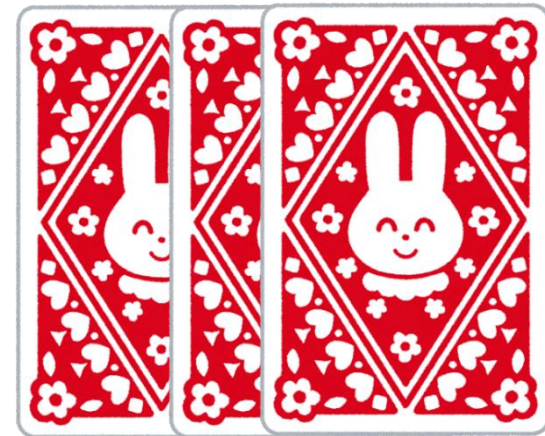
以降このように
相手に札を引かれて
上がる上がり方を**渡し
し上がり**と呼ぶ。

手番プレイヤー

Win



or



2人プレイヤーのババ抜き

ペア数を n とする.このとき各トランプを引く確率が同様に確からしいと仮定すると

JOKERを持っていないプレイヤーの勝率 P_n は
JOKERを持っていないプレイヤーの手番のとき

$$n \text{ が奇数のとき } P_n = \frac{n+3}{2(n+2)}$$

$$n \text{ が偶数のとき } P_n = \frac{n+4}{2(n+2)}$$

となる.

ババ抜き研究について

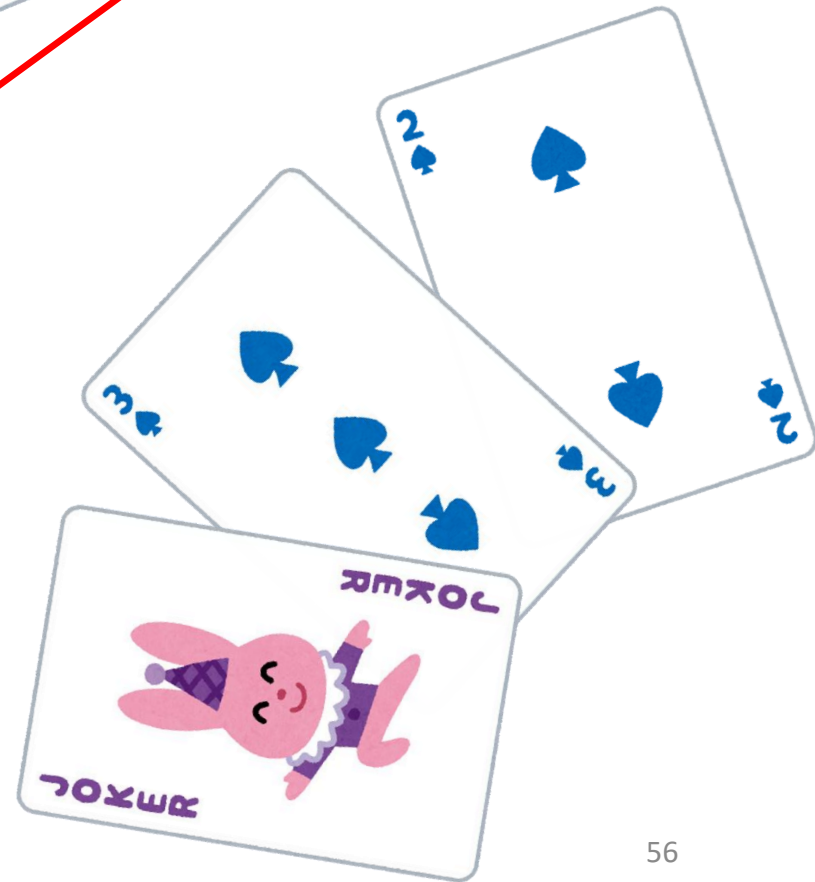
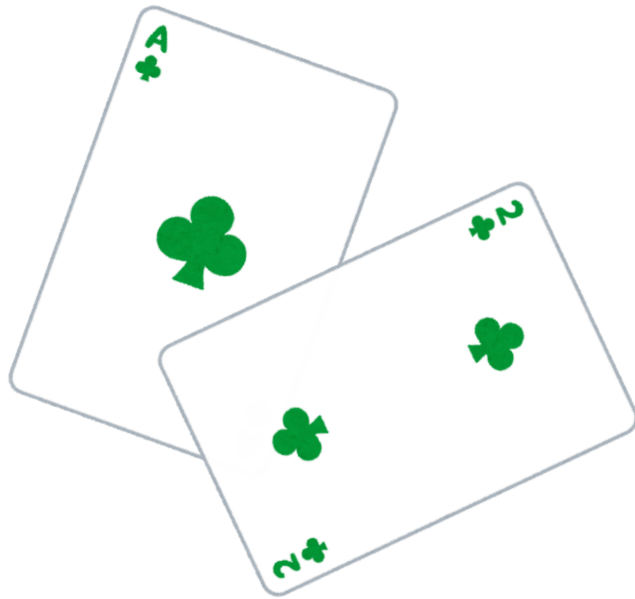
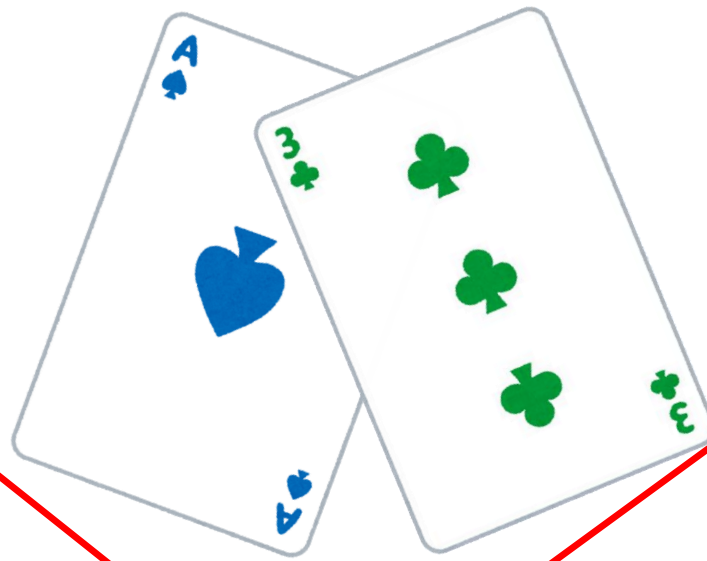
このようにババ抜きについては2人でやれば比較的簡単に答えが分かる

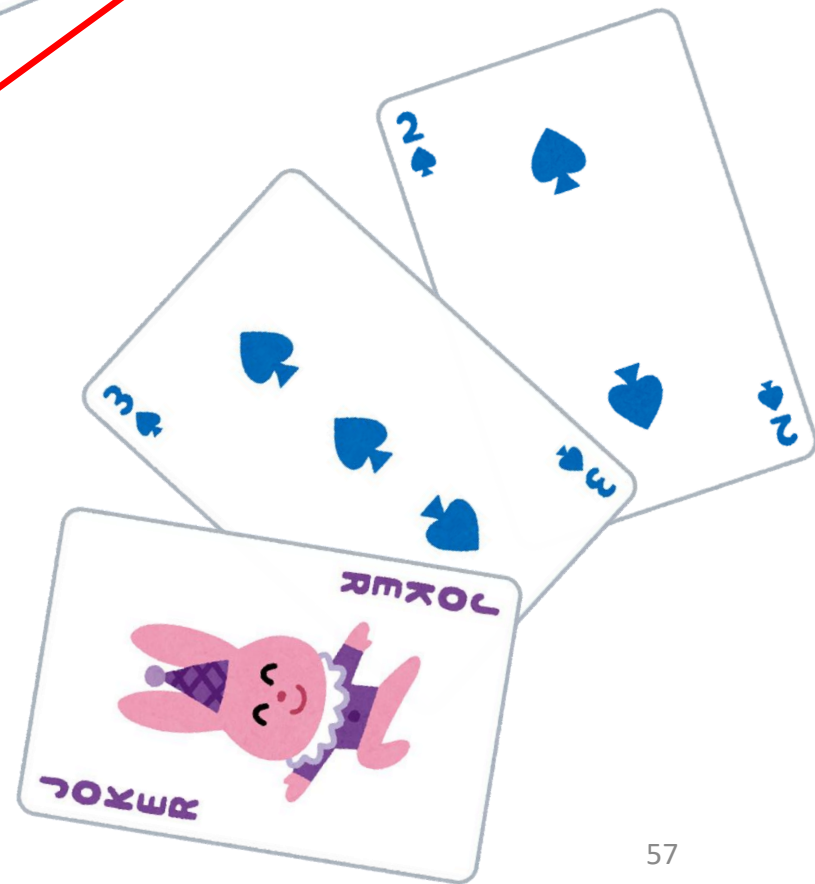
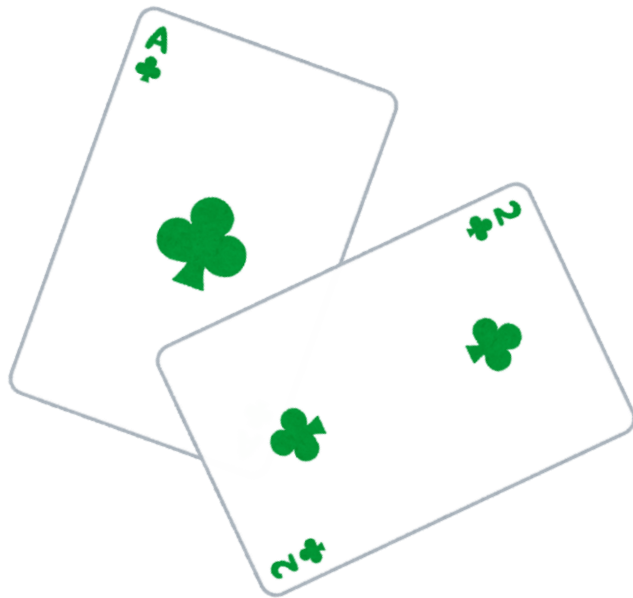
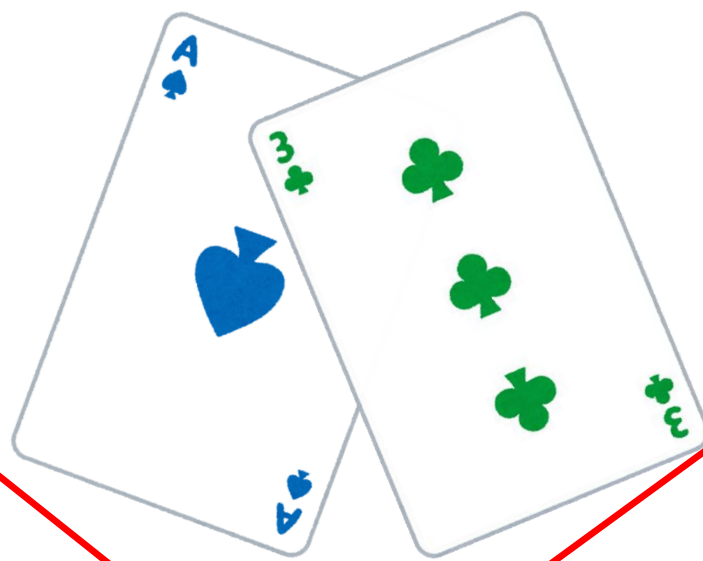
3人以上の拡張も考えられるがあまり意味がない
(後述するかもしれない)

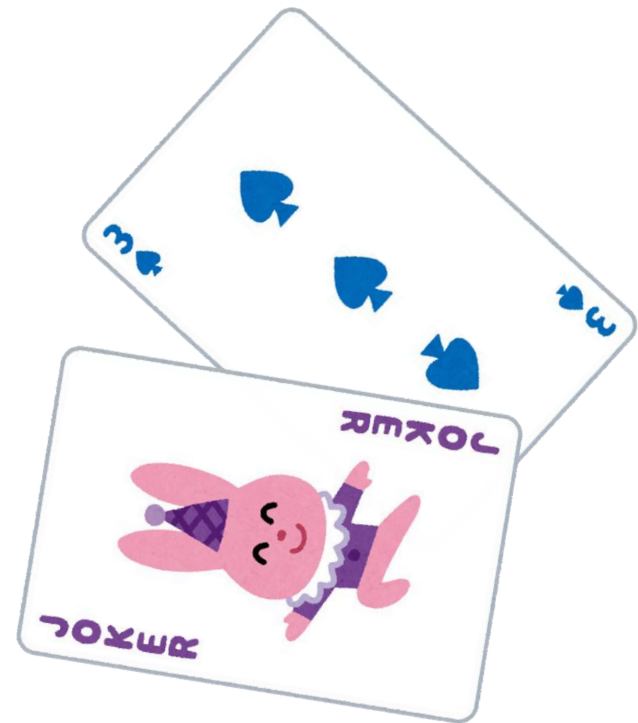
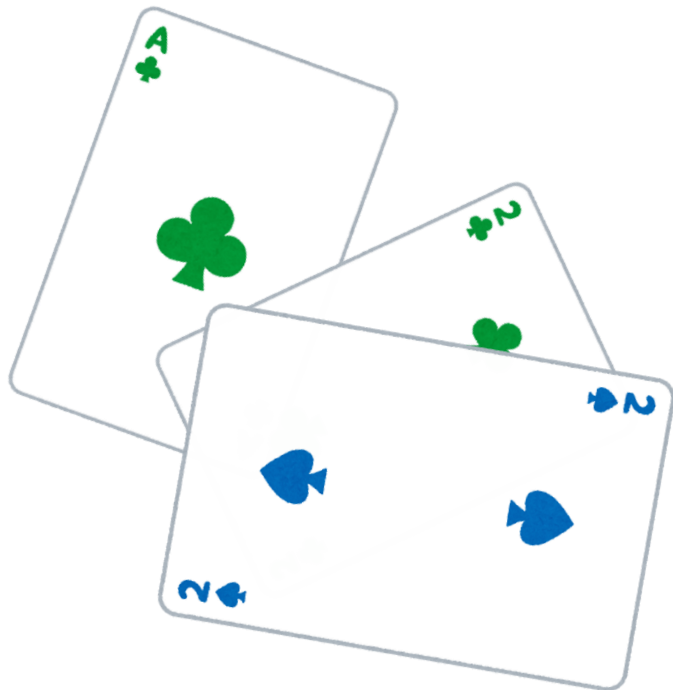
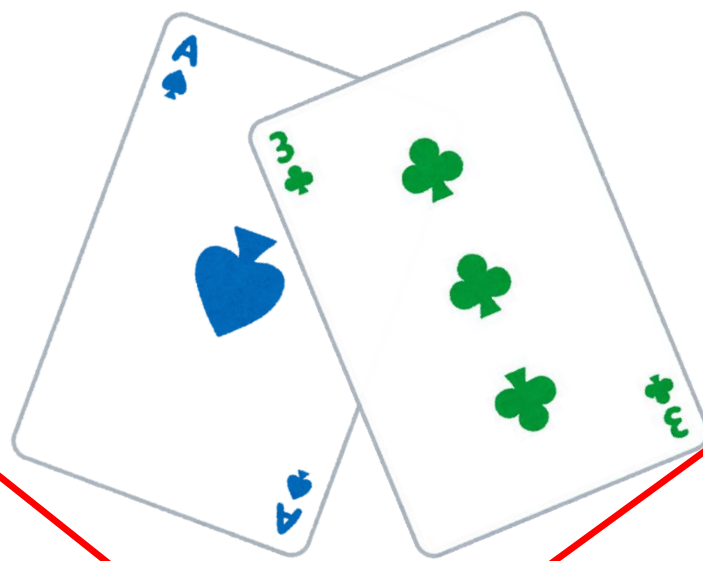
ババ抜き の完全情報化

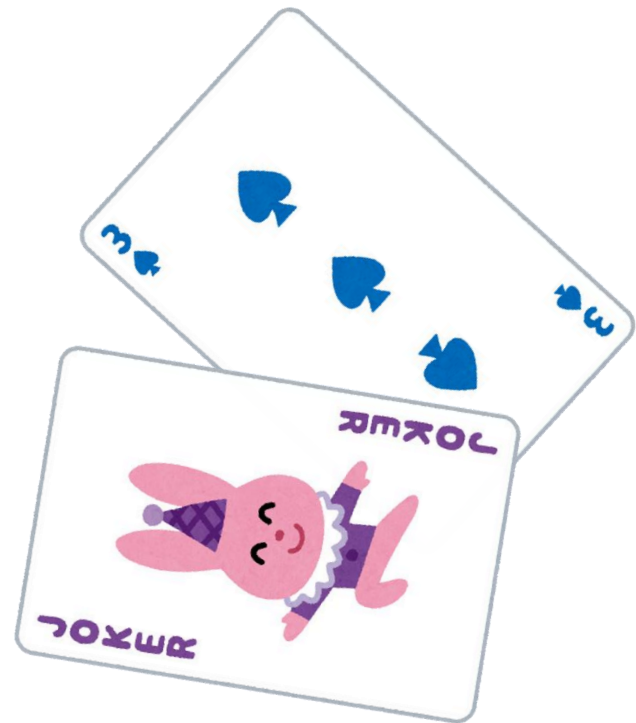
以降では完全情報のババ抜き, つまり
相手の手札を常に確認できるババ抜きを考えて
いく.

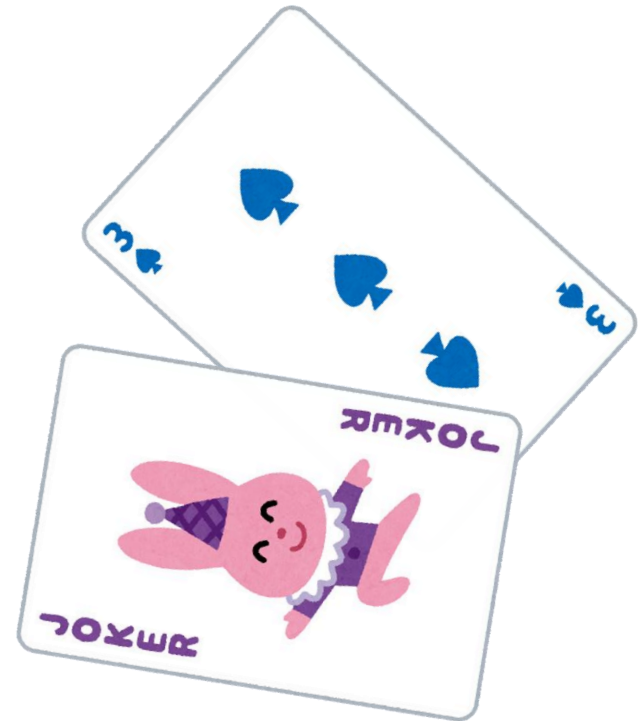
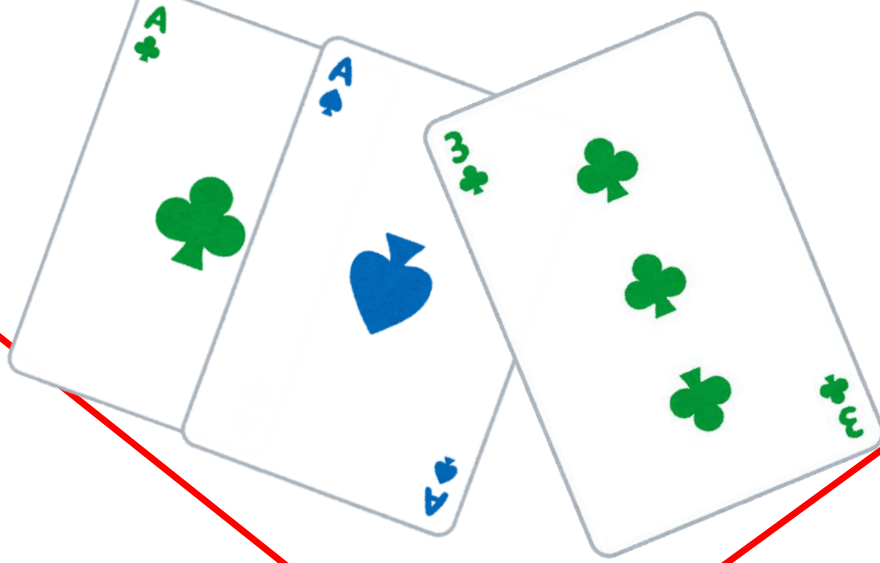
手番プレイヤー

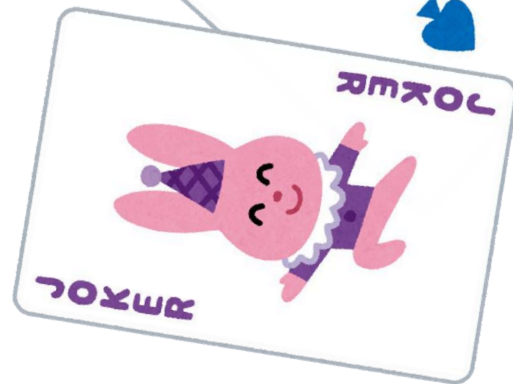
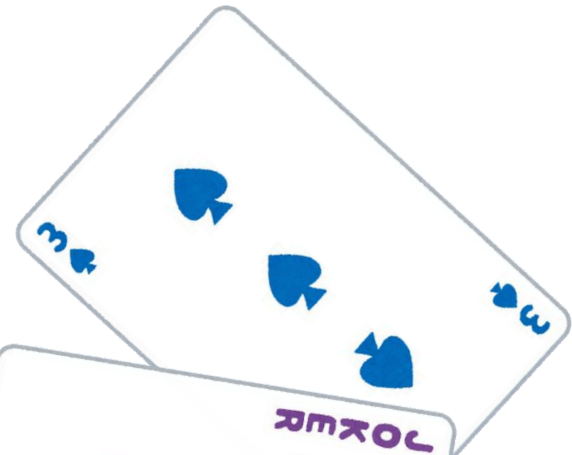
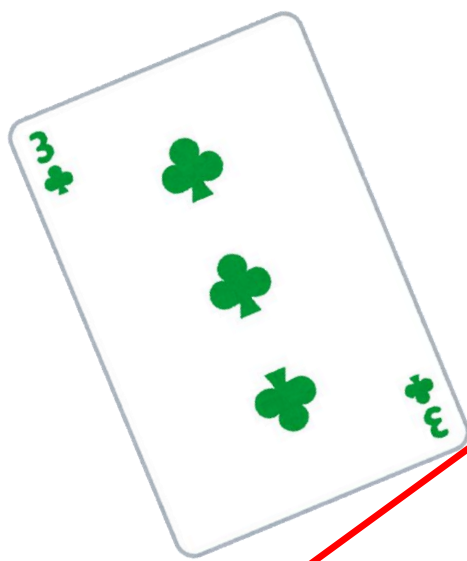


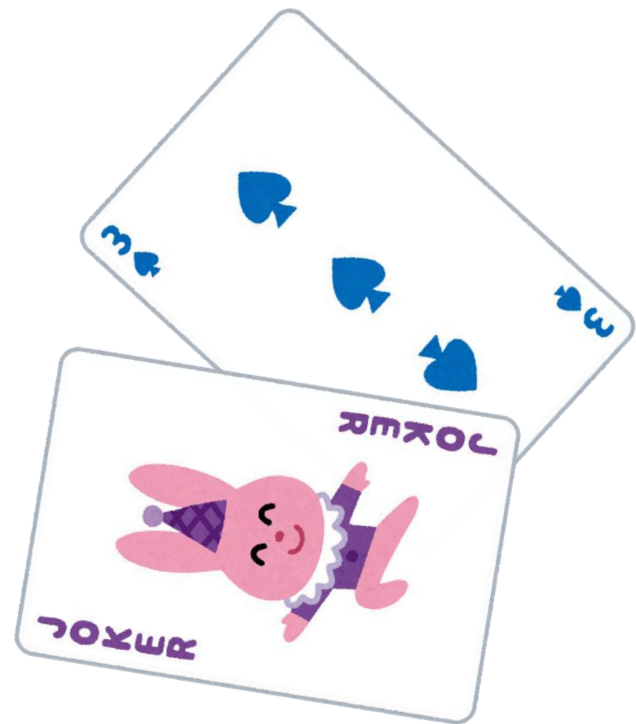
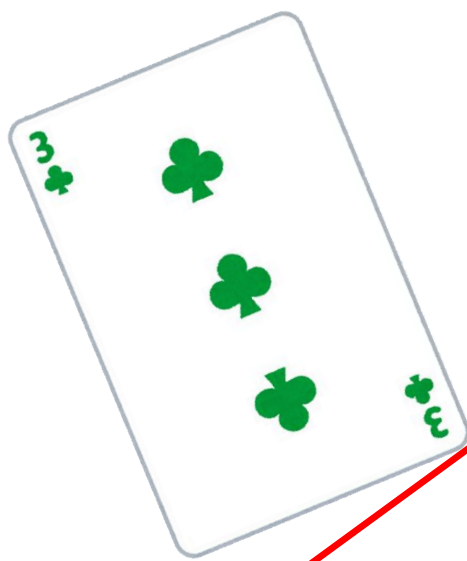


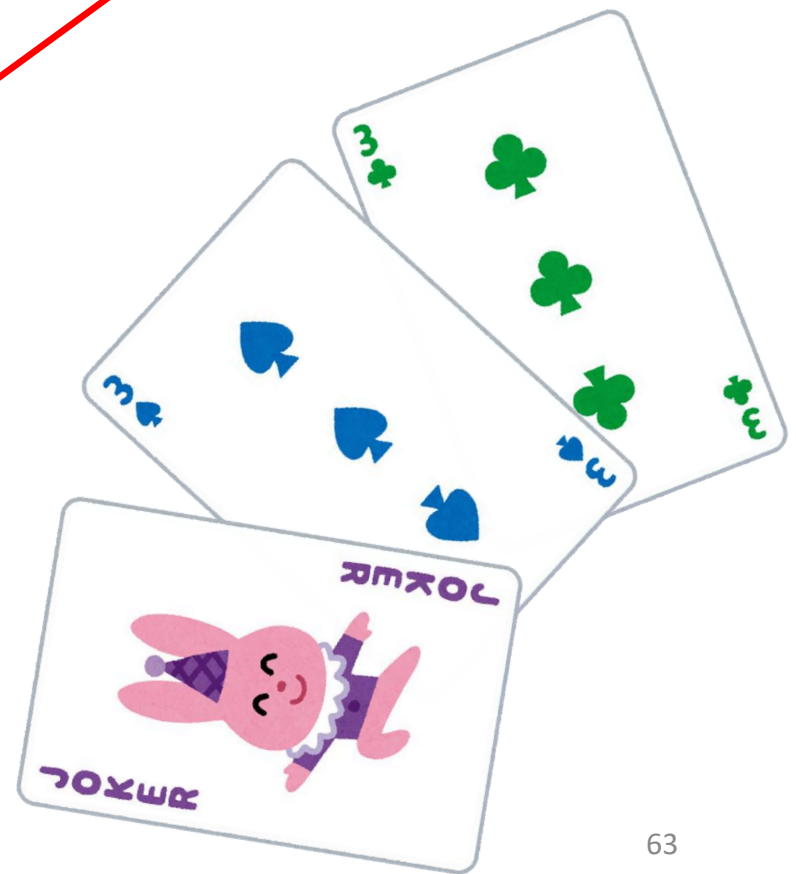












2位

1位

3位



補題

手札公開ババ抜きにおいて「持っているペアを捨てない」という戦略が唯一の必勝戦略になることはない

二人オープンババ抜き

二人プレイヤーのオープンババ抜きにおいて
JOKERを持っていないプレイヤーは必勝戦略を持つ.

また, その戦略は「常にJOKER以外のいずれかを選
んで引く.」である.

証明

JOKERを持っているプレイヤーが引き上がり, 渡し上がりどちらもできないことを示す.

JOKERは2枚ないので引き上がりはできない.

また渡し上がりできると仮定するとJOKERを渡すときに相手プレイヤーは何かしらのカードを持っていることになるがこちらの手札がJOKERしかないという仮定より矛盾.

したがってJOKERを持っているプレイヤーが引き上がり, 渡し上がりどちらもできない.

3人オープンババ抜き

3人プレイヤーの完全情報ゲームは一般に必勝プレイヤーは存在しない

本研究では3人プレイヤーのオープンババ抜きの必勝戦略(必ず1位になる戦略)の存在する条件について考察

今回は省略.

4人オープンババ抜き

3人プレイヤーと同様4人プレイヤーの完全情報ゲームも必勝戦略が定義できない.

本研究では4人プレイヤーのオープンババ抜きにおいて千日手局面が存在することが分かった.

千日手とは

もともとは将棋の用語で同一局面に4回突入すると引き分け(連続王手である場合を除く)になるルールである.

一般には同一局面に複数回突入すると引き分けになるルールを指し, どうぶつしょうぎなどに用いられている.

千日手と最適手順

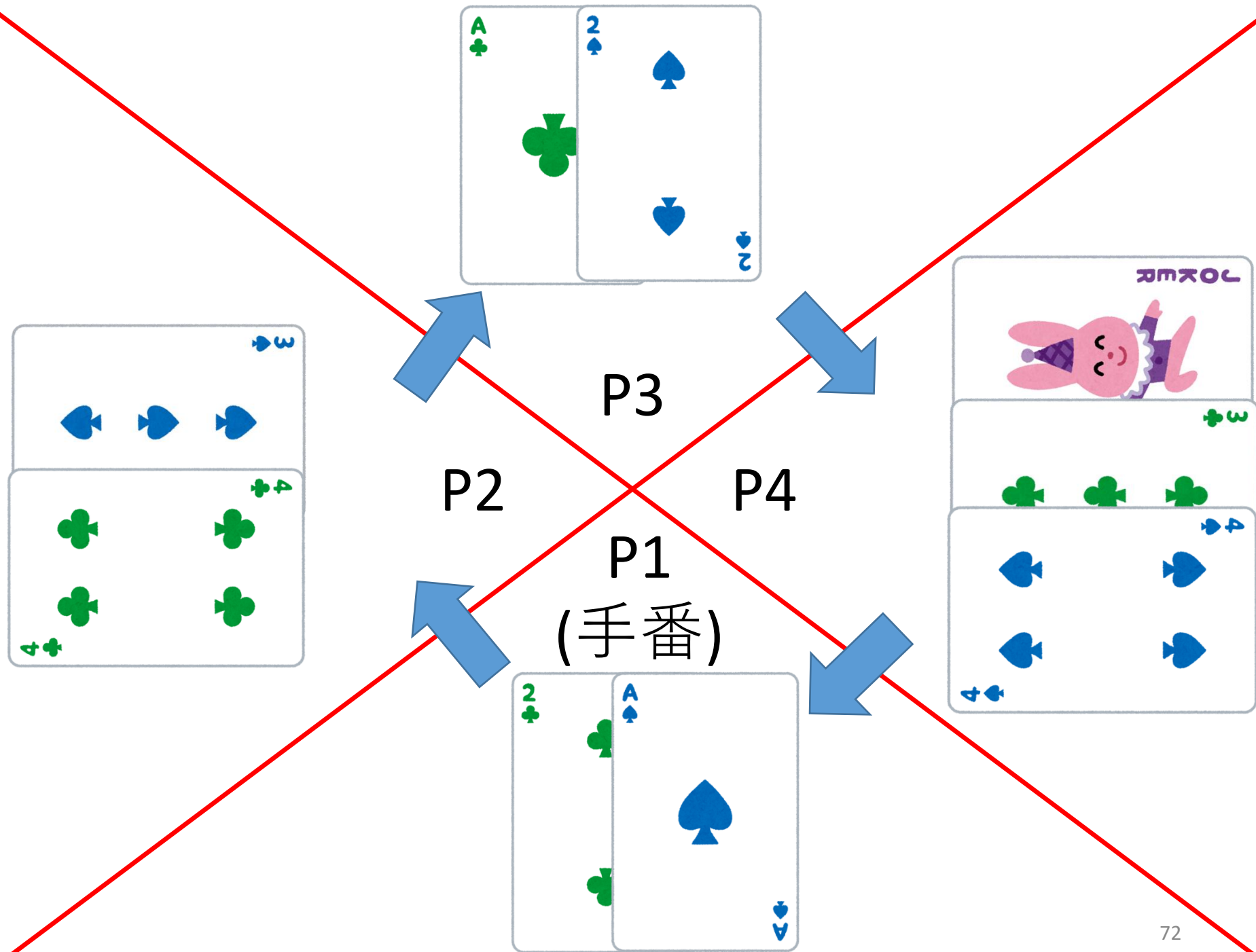
ゲーム開始時からのいずれかのプレイヤーの最適手順が千日手となる

つまり引き分けを目指さなければ負けてしまうようなゲームはあまり知られてない

Ex... アンパンマンはじめてしょうぎ

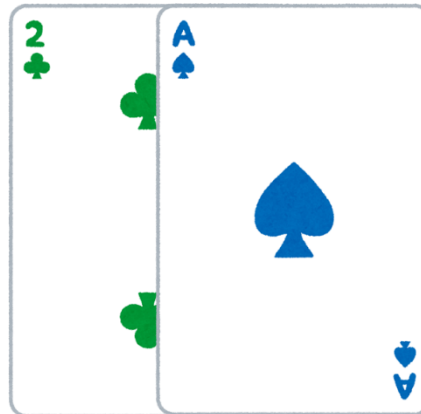
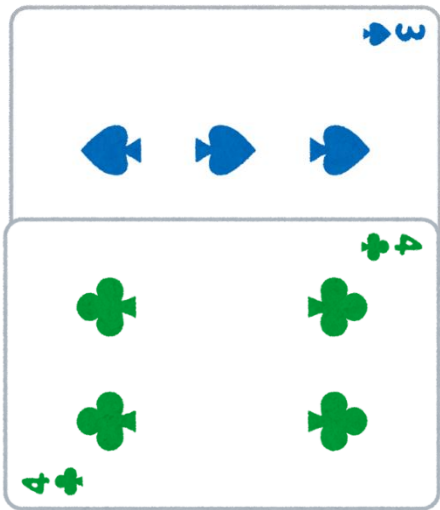
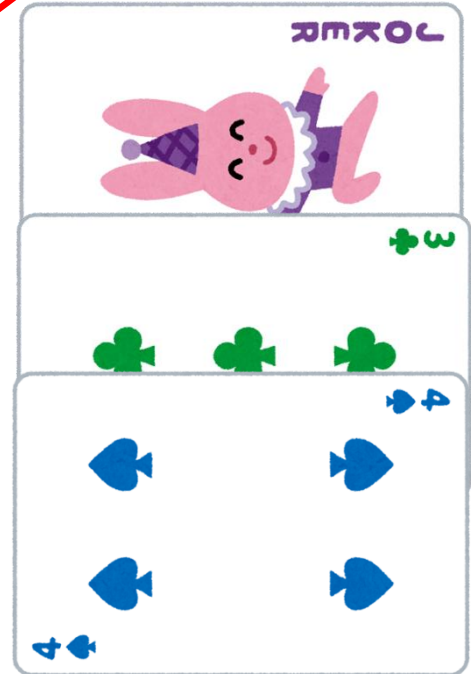
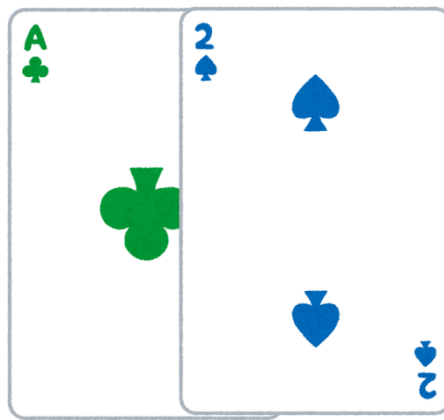
本研究では手札公開ババ抜きにおいて

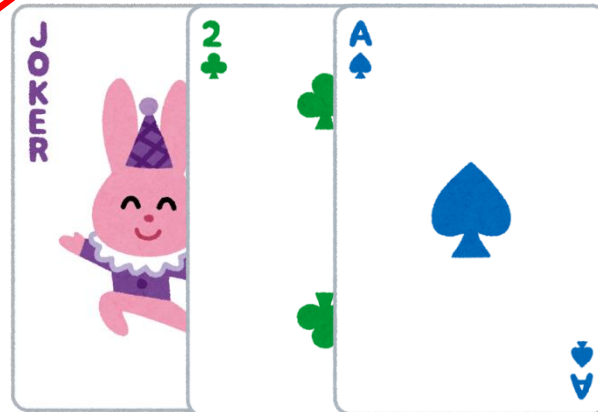
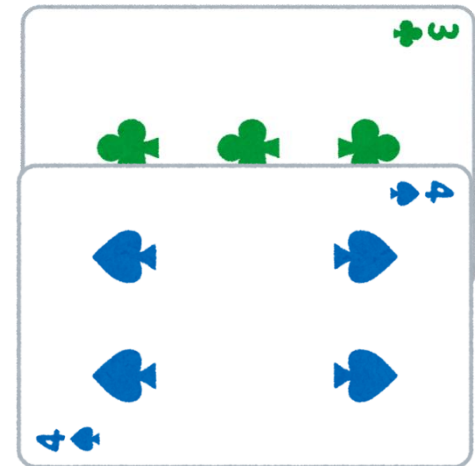
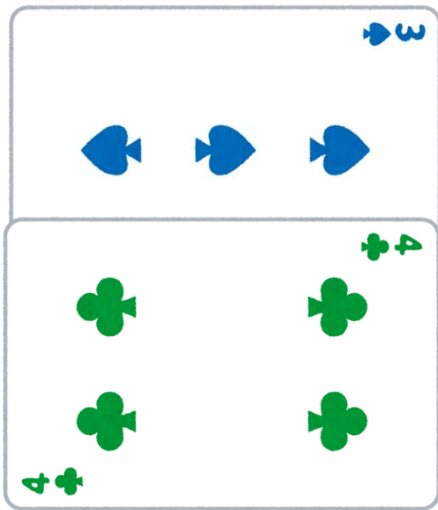
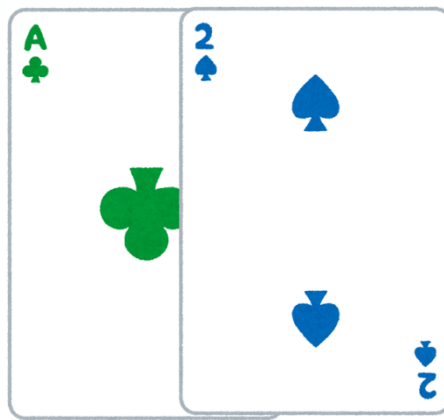
4人以上のゲームで千日手が存在することを示した.



すぐわかること

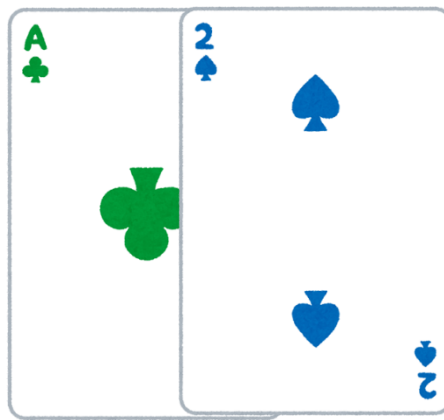
P1がJOKERを引くことが最適戦略であれば
手番が終了しP2の手番に変わった後
P2もJOKERを引くことが最適戦略である.



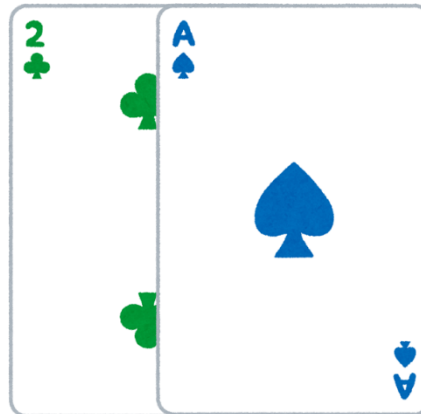
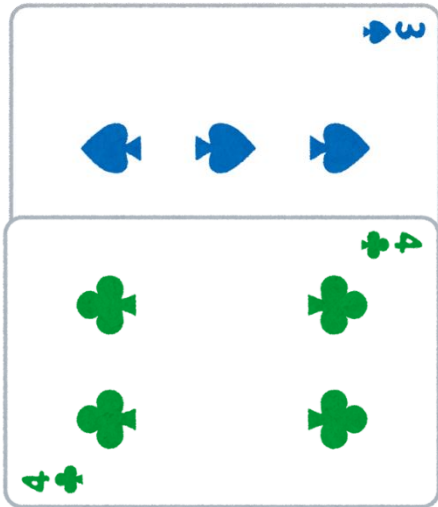
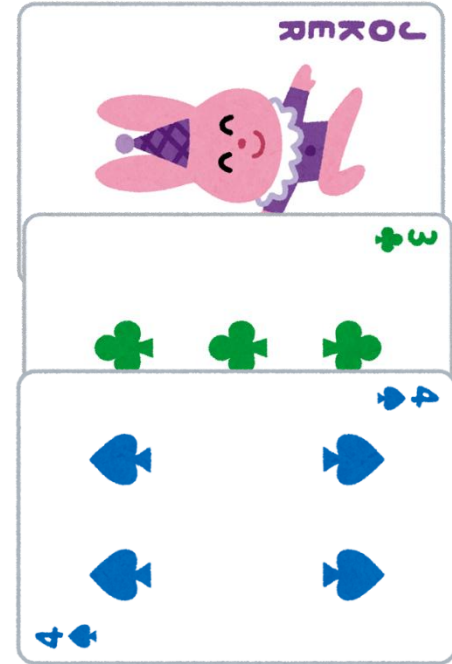


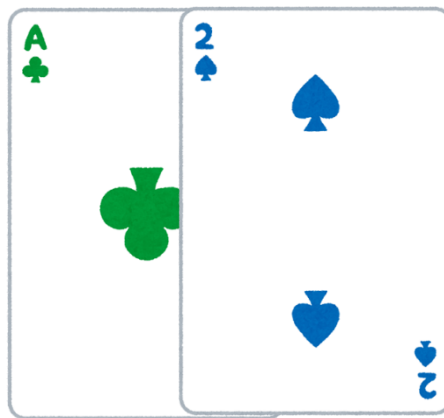
すぐわかること

P1がJOKERを引くことが最適戦略であれば
手番が終了しP2の手番に変わった後
P2もJOKERを引くことが最適戦略である.

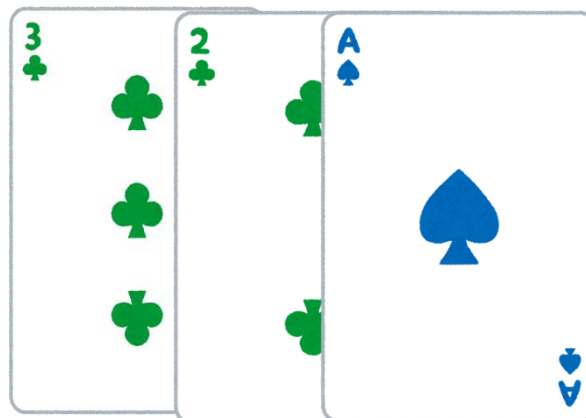
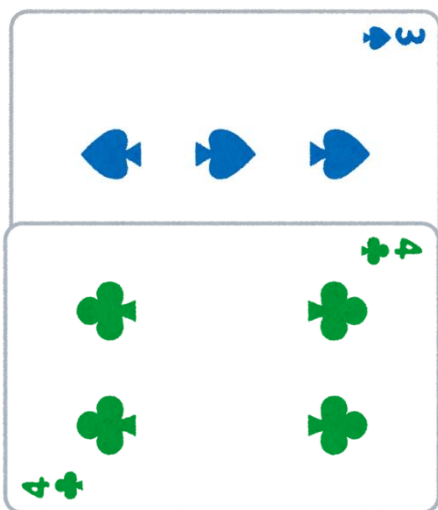
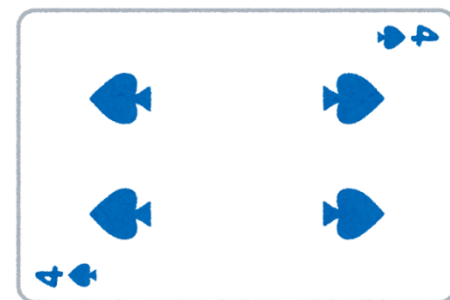


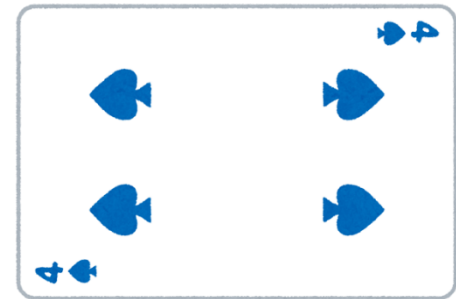
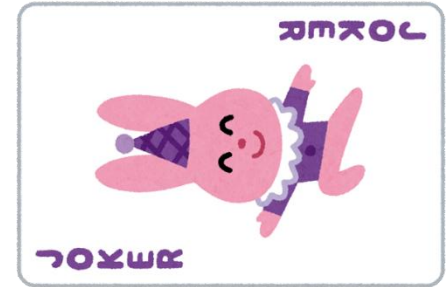
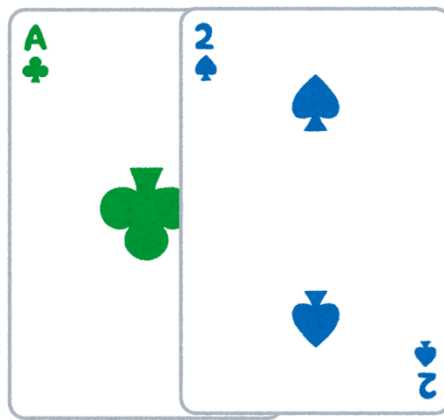
JOKER以外を引くと



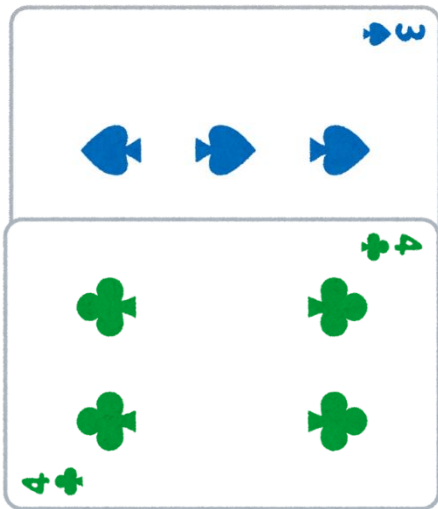
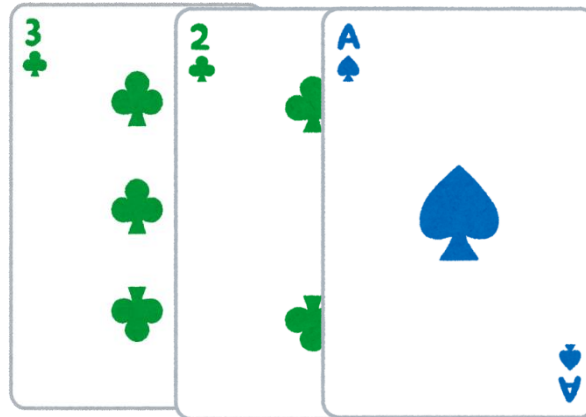


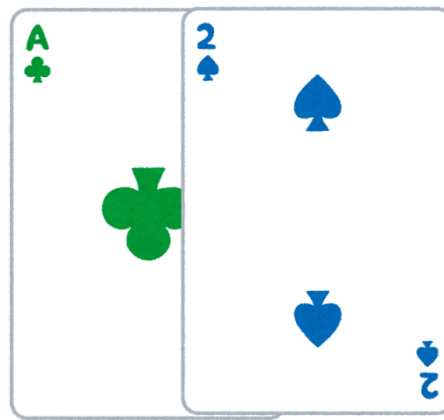
JOKER以外を引くと



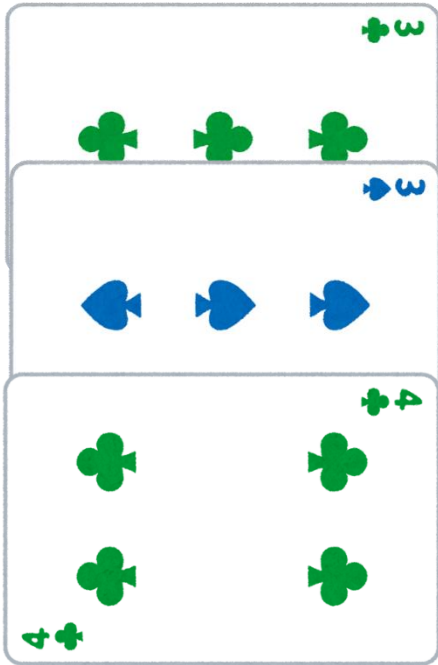
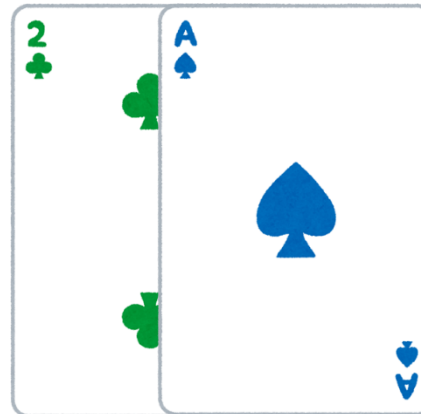
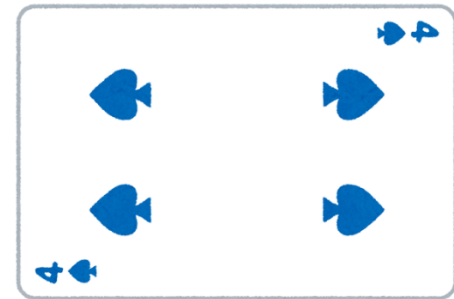
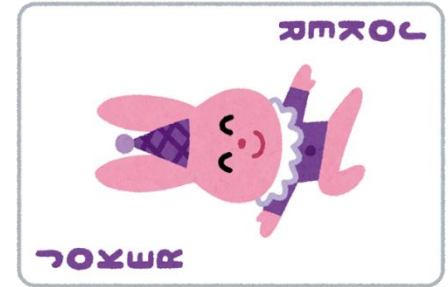


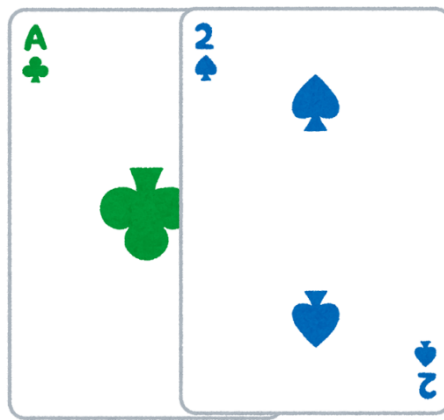
このときP2（左）
は3を引くと渡し上
がりできる



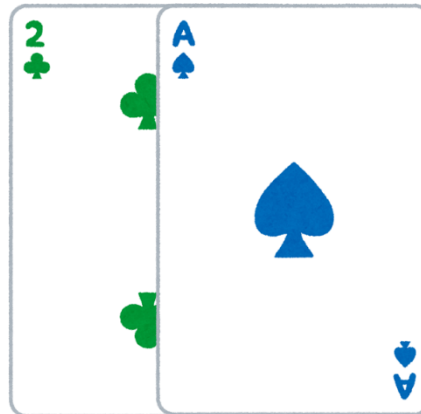
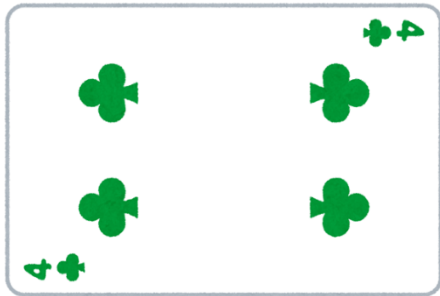
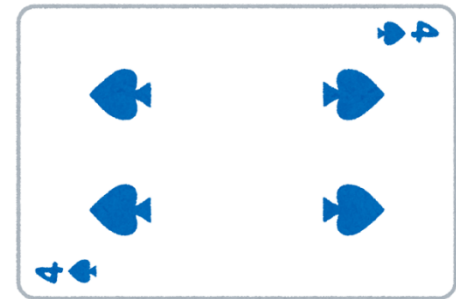
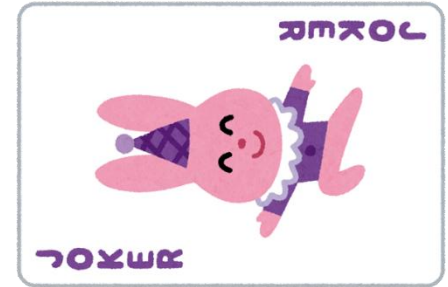


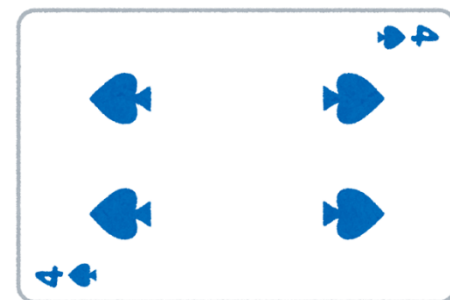
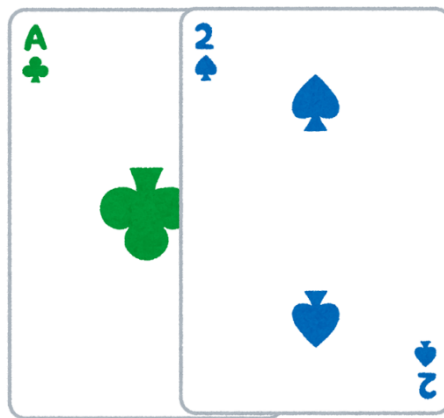
このときP2（左）
は3を引くと渡し上
がりできる



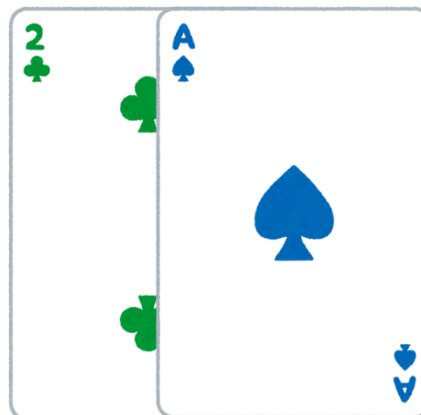
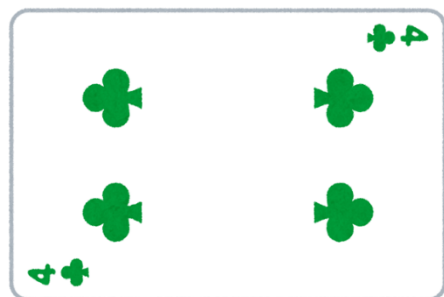


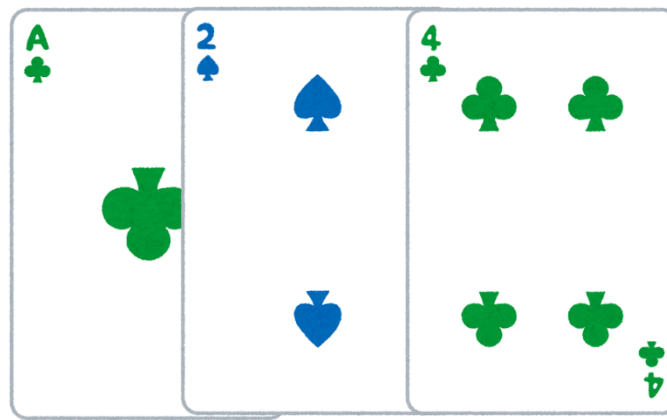
このときP2（左）
は3を引くと渡し上
がりできる



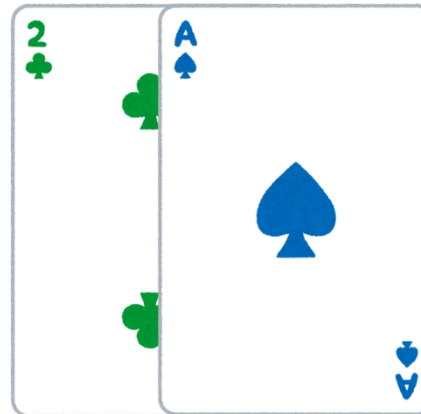
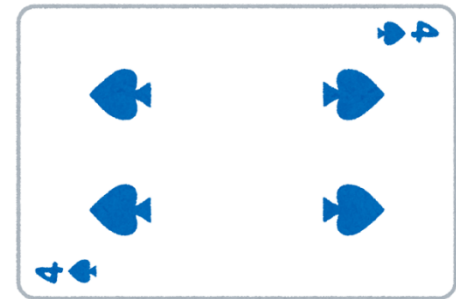
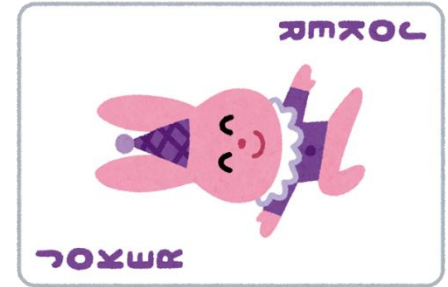


このときP3(上)は4
を引く以外選択肢が
ない



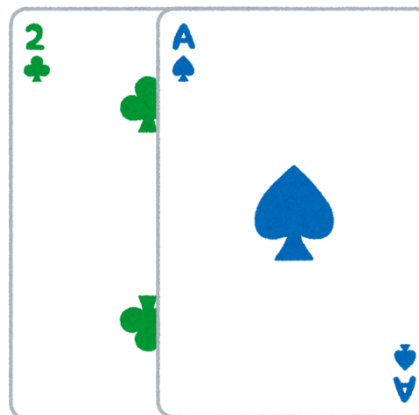
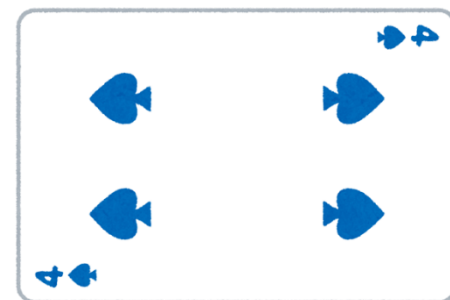
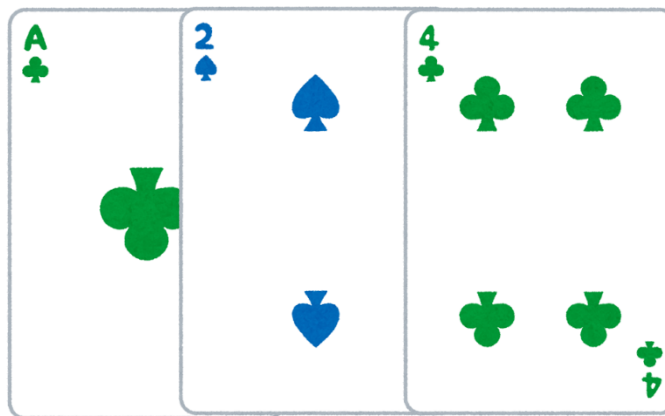


このときP3 P3(上)は
4を引く以外選択肢
がない



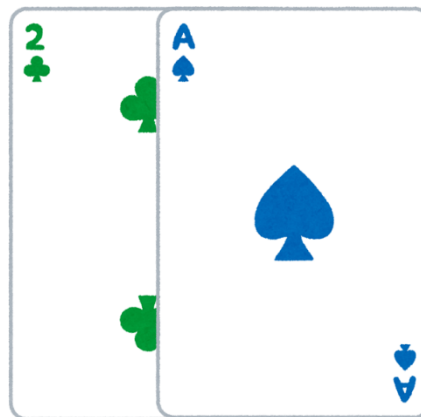
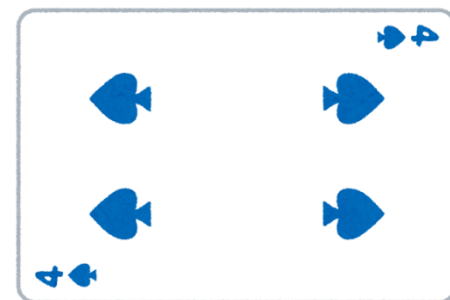
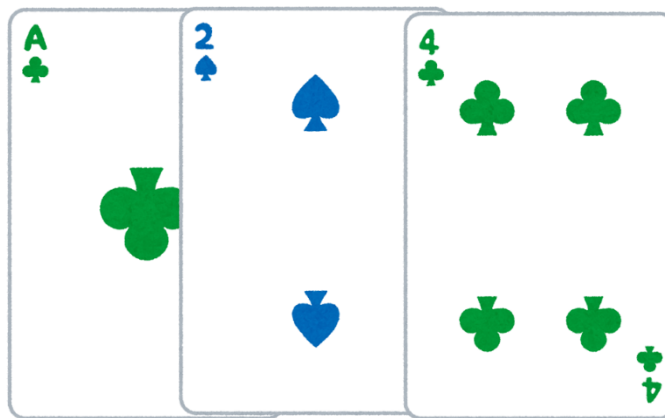
1位

このときP3(上)は4
を引く以外選択肢が
ない



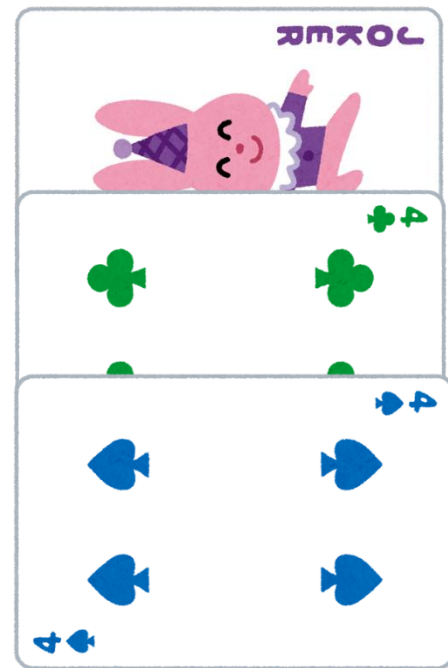
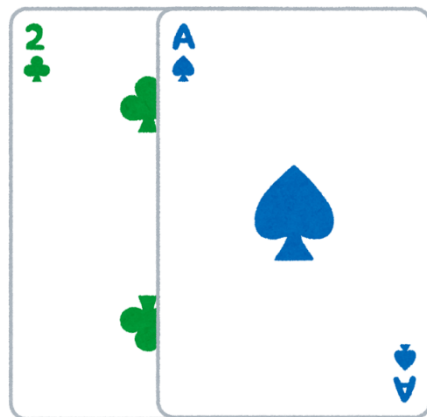
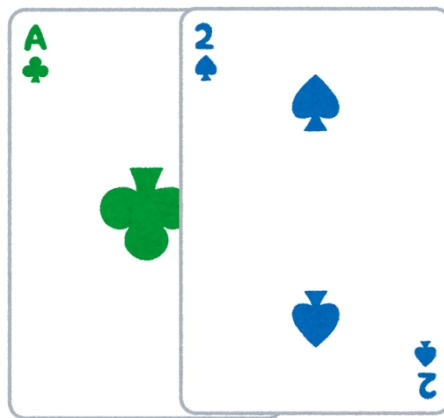
1位

このときP4 (右)は4
を引くことによって
渡し上がりが可能

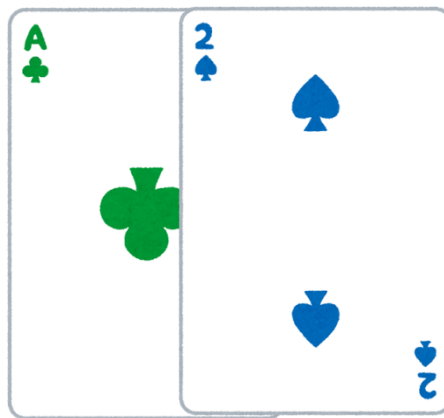


1位

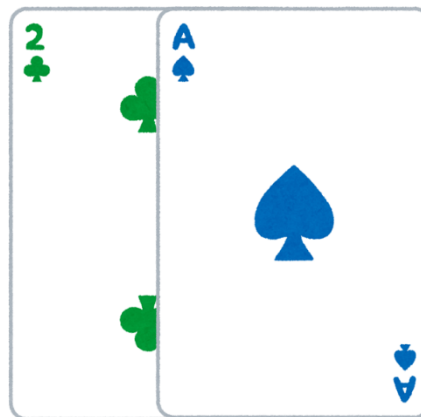
このときP4 (右)は4
を引くことによって
渡し上がりが可能



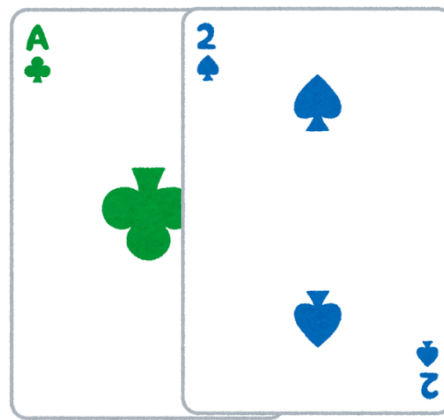
1位



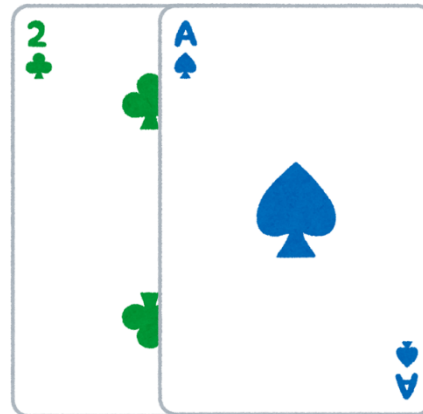
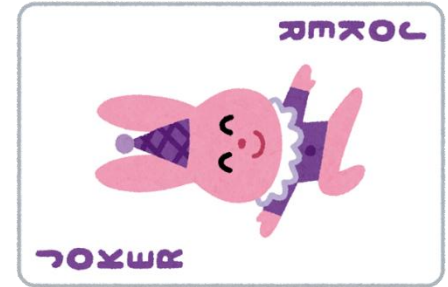
このときP4 (右)は4
を引くことによって
渡し上がりが可能

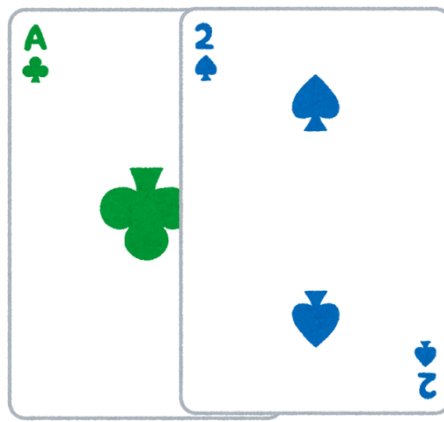


1位



このときP1はJOKER
を引かざるを得ない

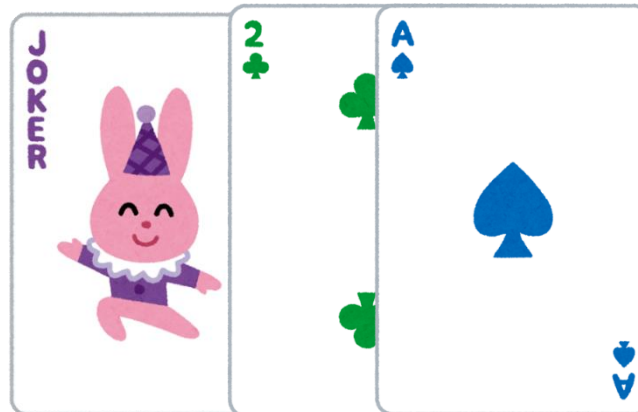


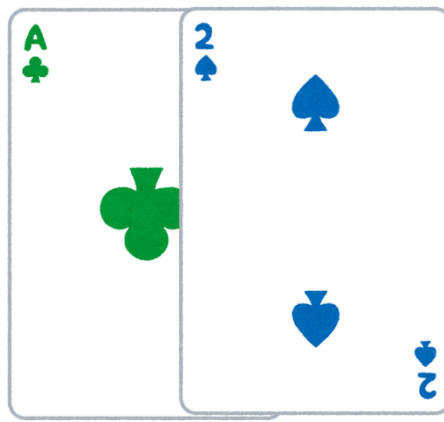


1位

このときP1はJOKER
を引かざるを得ない

2位

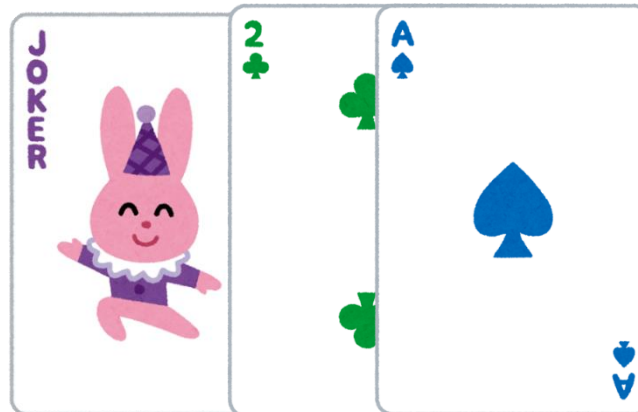


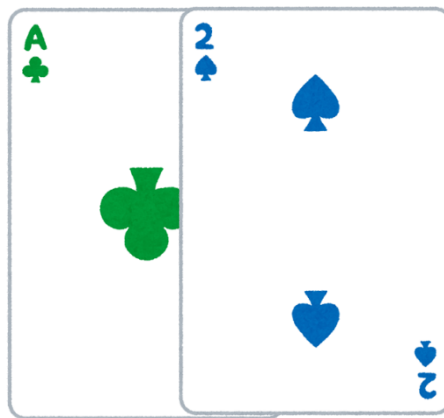


1位

このときP1はJOKER
を引かざるを得ない

2位

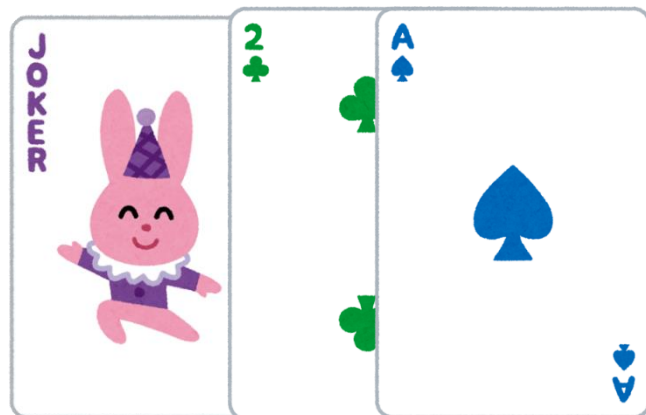


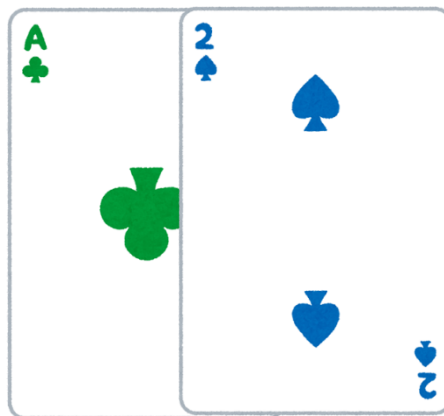


1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

2位

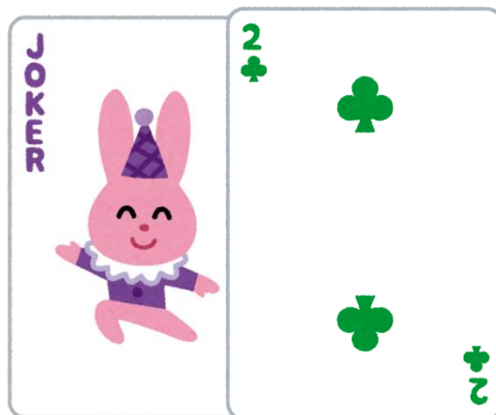


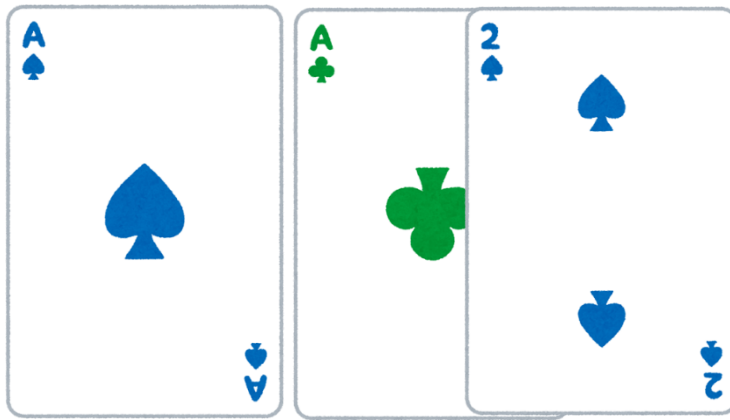


1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

2位

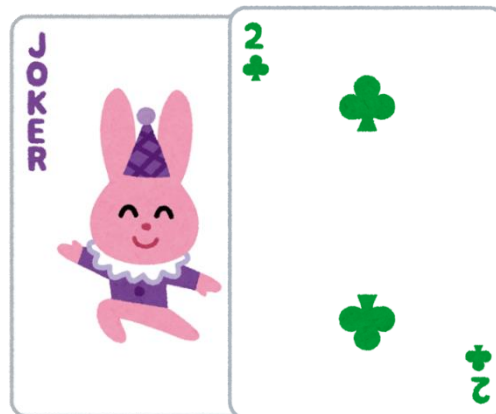


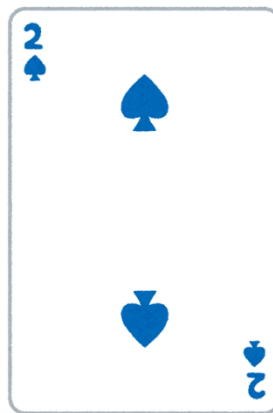


1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

2位

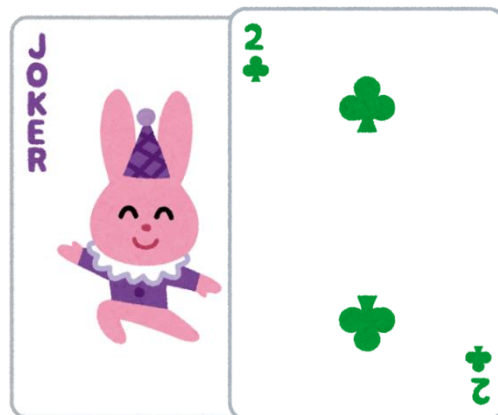




1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

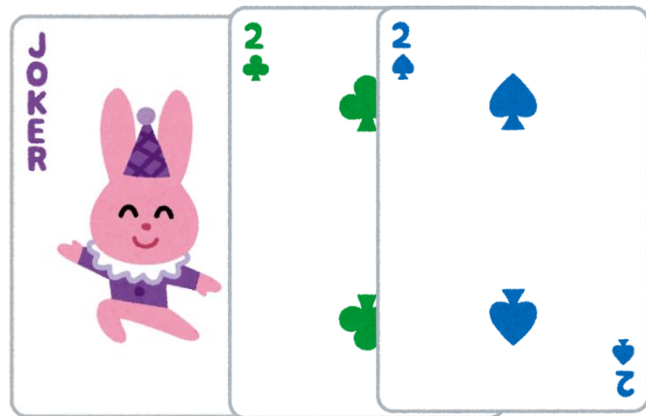
2位



1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

2位



3位

1位

残るプレイヤー数は
2人なのでP1は最下
位となる

2位



まとめ

本研究ではババ抜きを再定義し

そのうえで完全情報化した手札公開のババ抜きのゲームを定義した

また, 2人, 3人のオープンなババ抜きにおいて必勝戦略を持つ必要十分条件を求めたうえで4人のオープンなババ抜きで千日手局面が発生することを示した

千日手の発生する必要十分条件など未研究
その他ババ抜きの拡張など