



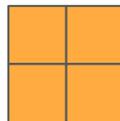
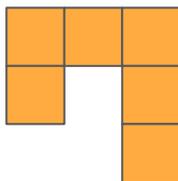
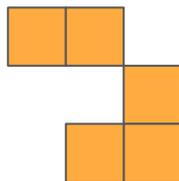
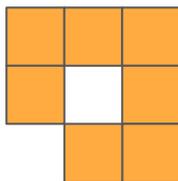
# Polyomino Exclusion Problem

@ogiekako - Keigo Oka

@puzlab - Naoki Inaba

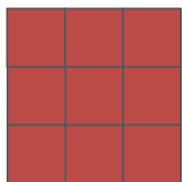
# 定義(ポリオミノ)

ポリオミノ: 正方形をつなげたもの。本研究では、連結で、穴の空いていないものを指すことにする

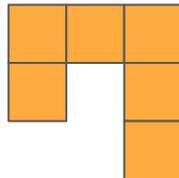


# 定義(おおえる)

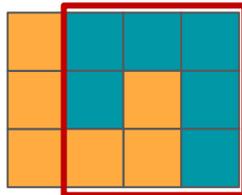
PはQでおおえる: Qを重ねずに、いくつか使って、Pを被覆できる(回転、反転は許可する)(ナナメにするのはダメ)



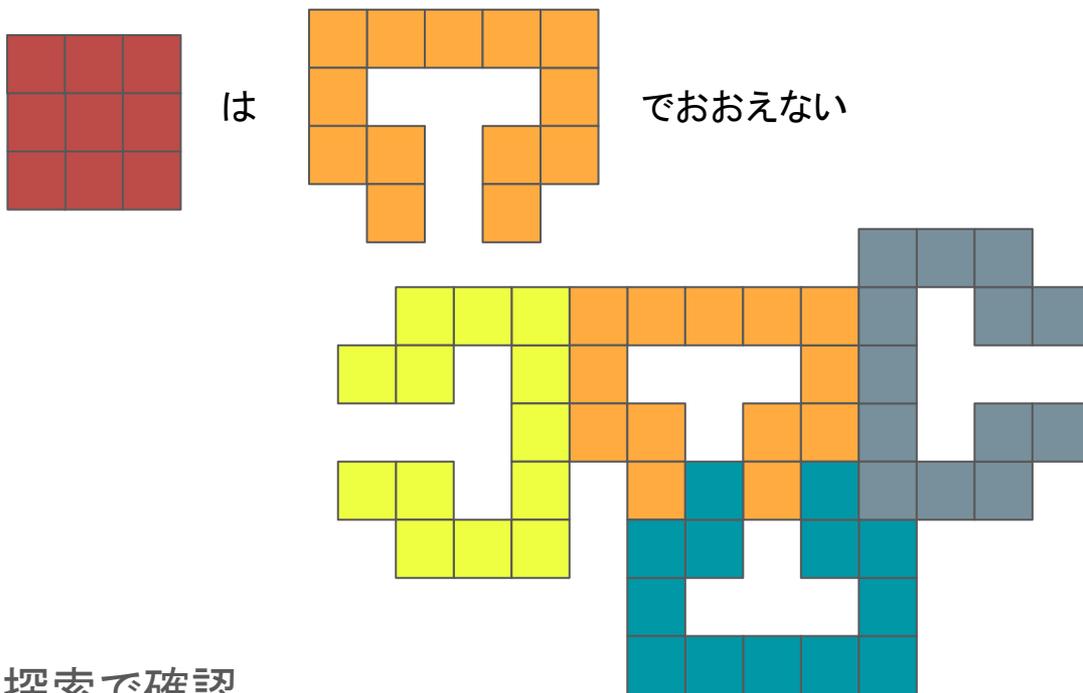
は



でおおえる



# おおえない例



おおえないことは、全探索で確認

# 1 x 4 は任意のポリオミノでおおえる



は X でおおえない

を満たす、ポリオミノ X は存在するでしょうか？

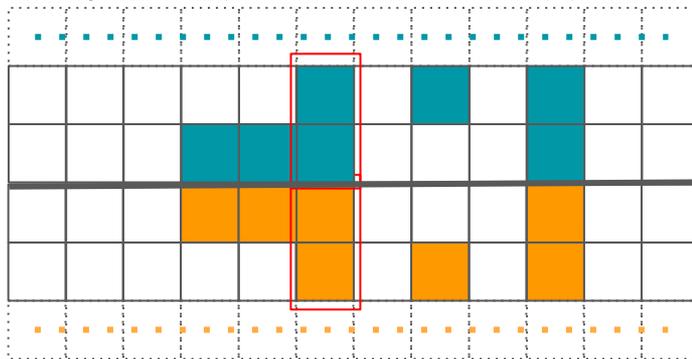
→ 存在しない。

証明: 存在するとすれば、X は棒状でない。

X は連結でないといけないので、一番上の行のどこかに、2番めの行とつながっているところがある。

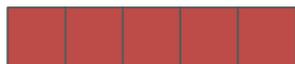
→ Xを一番上の線で裏返したものと Xを組み合わせると、4 x 1 ができてしまう。■

X



↑  
ここから上には何も無い

# 1 x 5 はあるポリオミノでおおえない



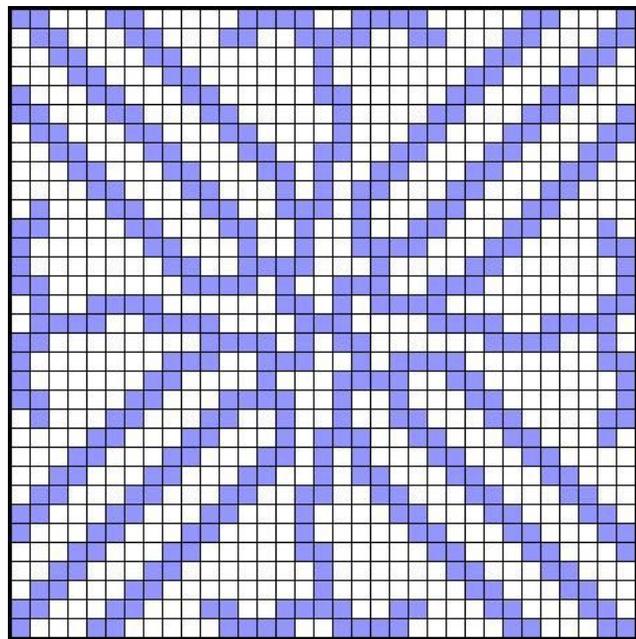
は X

を満たす、ポリオミノ X は存在するでしょうか？

→ 存在する。

X =

でおおえない



by とくしん

# 問題設定

Given: ポリオミノ  $P$

$P$  は、任意のポリオミノでおおえるか？

YES → 証明せよ

NO →  $P$  をおおえないポリオミノを提示せよ

すべてのポリオミノについて、YES か NO か求めよ

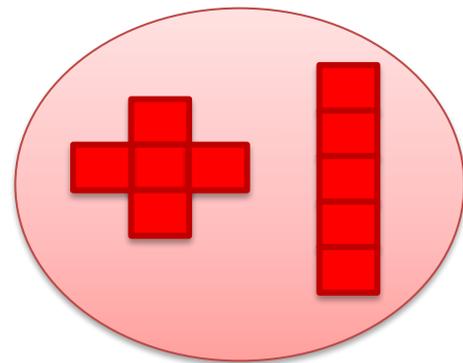
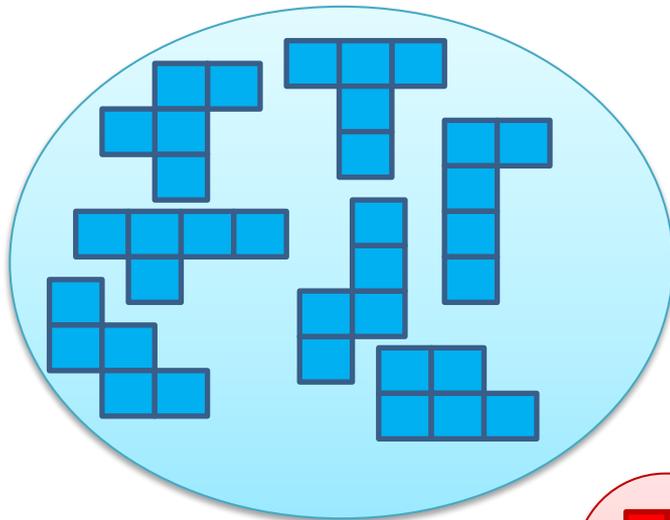
2010年に[発表](#)。その後の進展について話す(最近ちょっとやっただけ)

# 既存結果

任意のポリオミノでおおえる

すべての  $\{1,2,3,4\}$ -omino

右の青のペントミノ

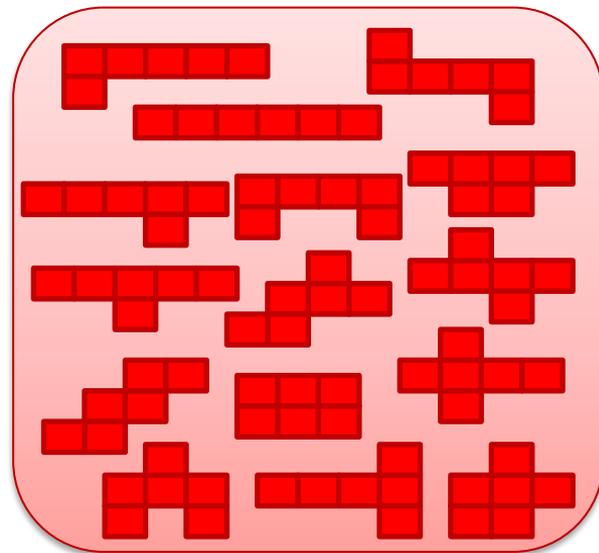


あるポリオミノでおおえない

右の赤のヘキサミノとペントミノ

未解決

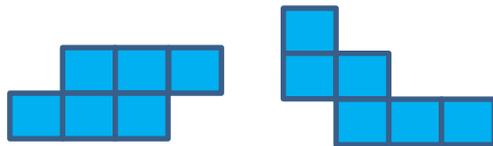
無限個



# 進捗

任意のポリオミノでおおえる

2 個あたらしく証明できた



あるポリオミノでおおえない

たくさん見つかった。

8-omino 以上の任意のポリオミノに対し、それをおおえないポリオミノをみつけた

未解決

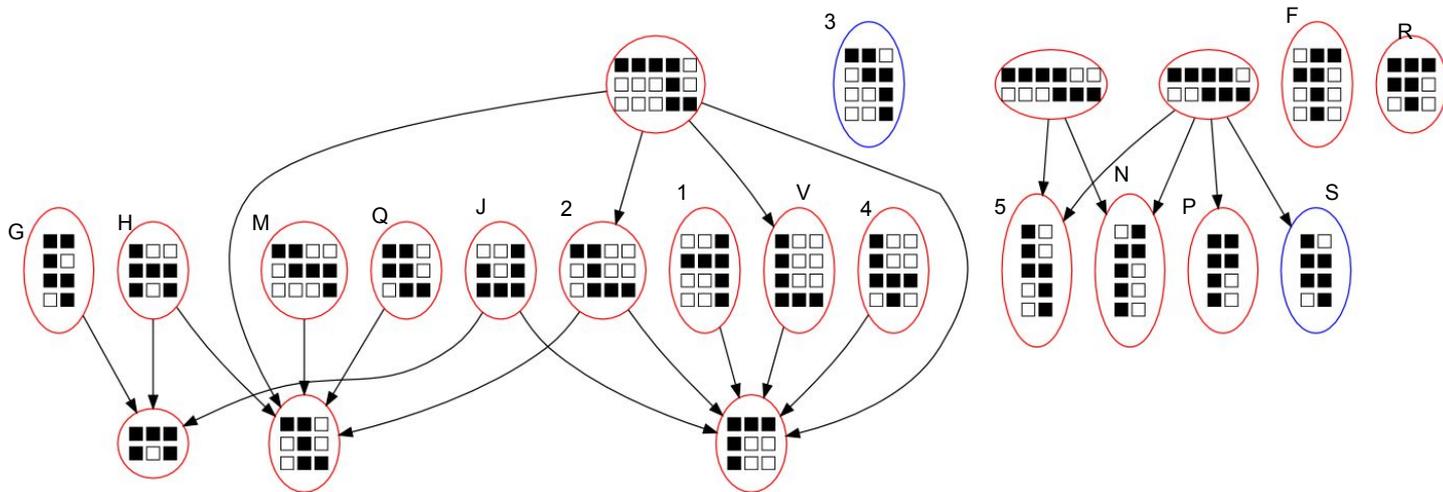
$\infty \rightarrow 20$  個に！

# 未解決問題

赤: 未解決

青: 常におおえる

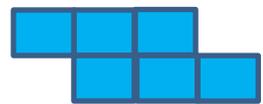
A→B: AがBを含む。(Aが任意のポリオミノでおおえるなら、Bもそう。)



ヘプトミノ x 3

ヘキソミノ x 14

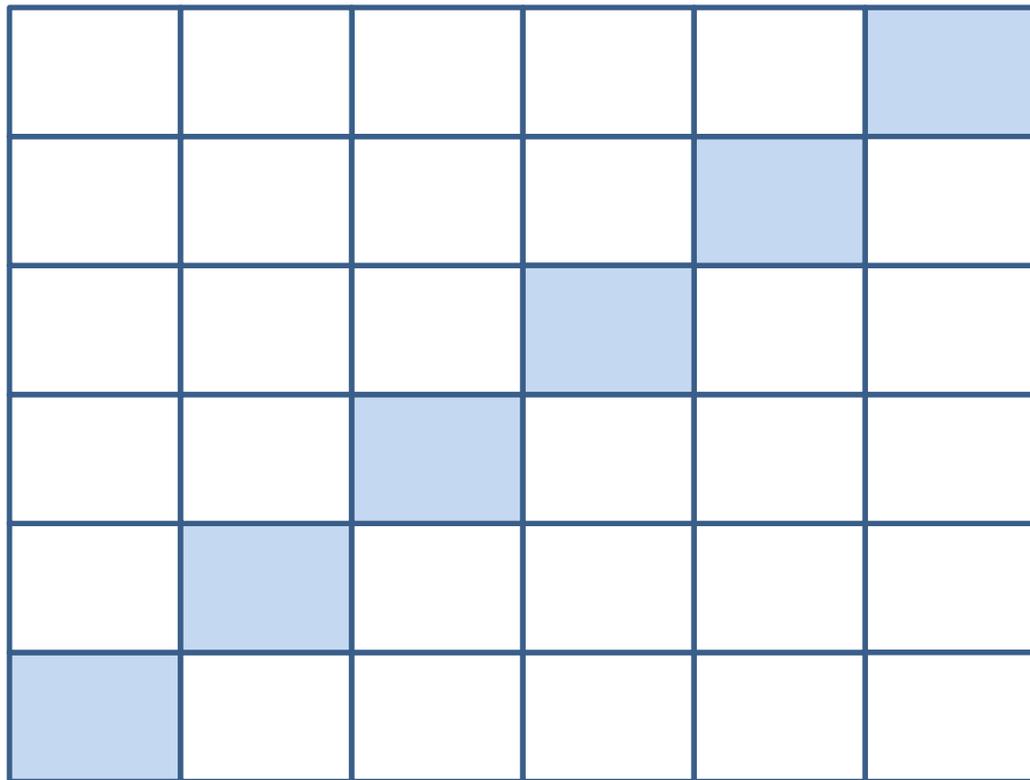
ペントミノ x 3



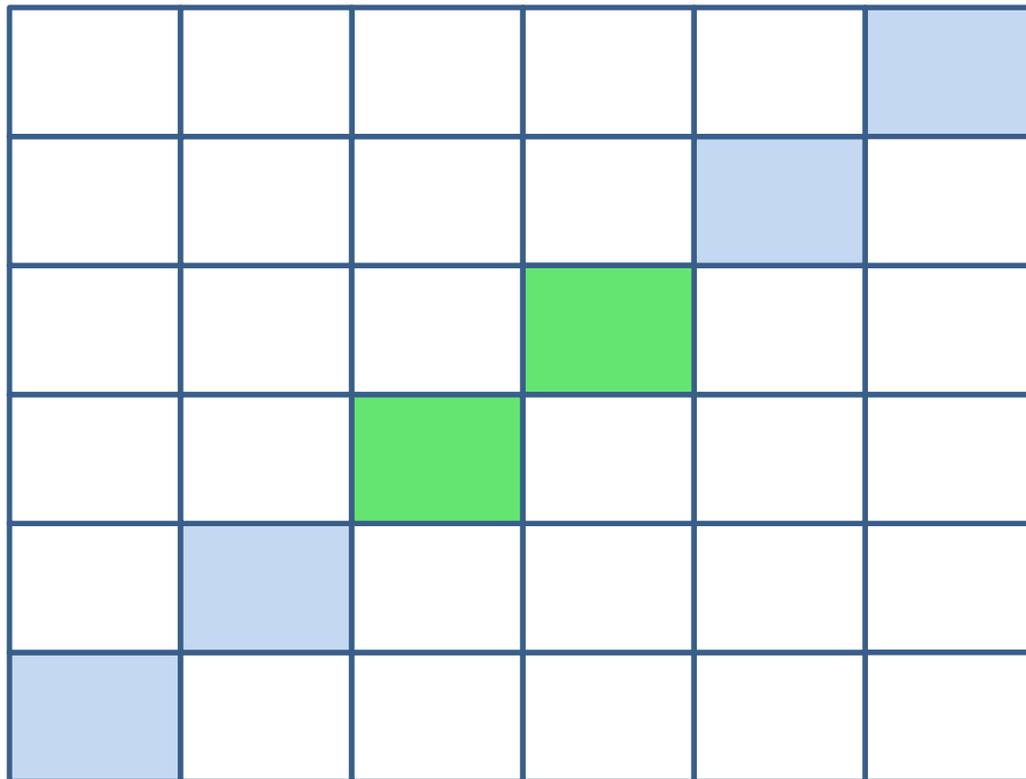
# は必ずおおえることの証明

- をおおえないポリオミノがあったとする  
やっぱりおおえてしまう→矛盾

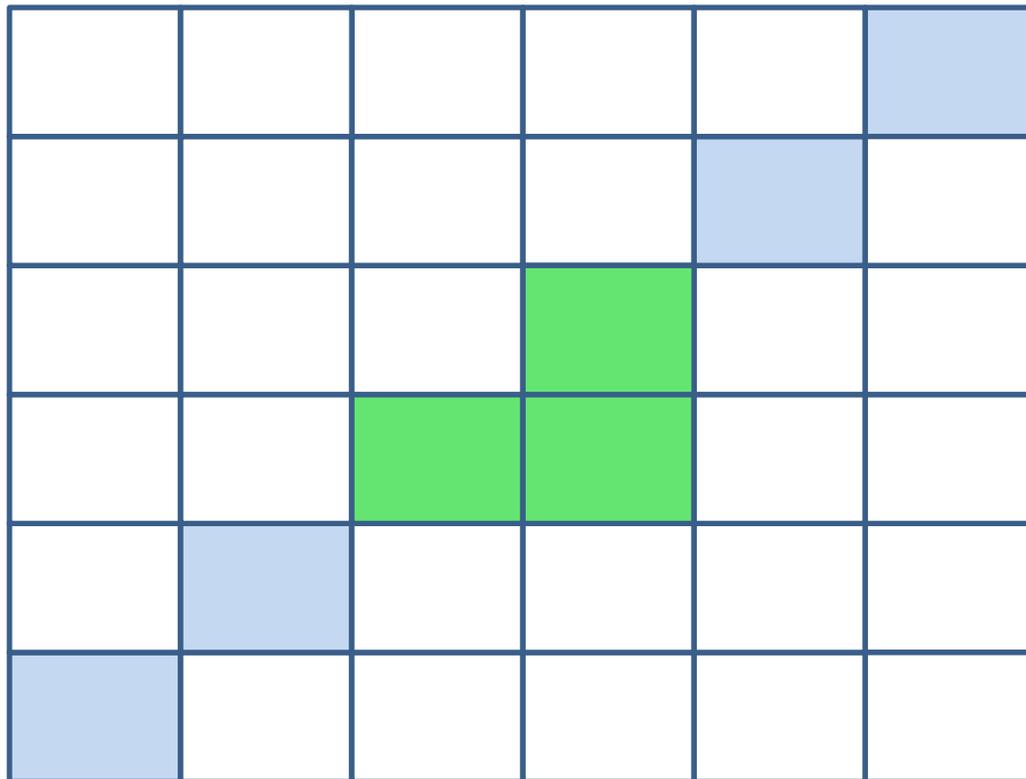
# 45度ラインの外周に注目



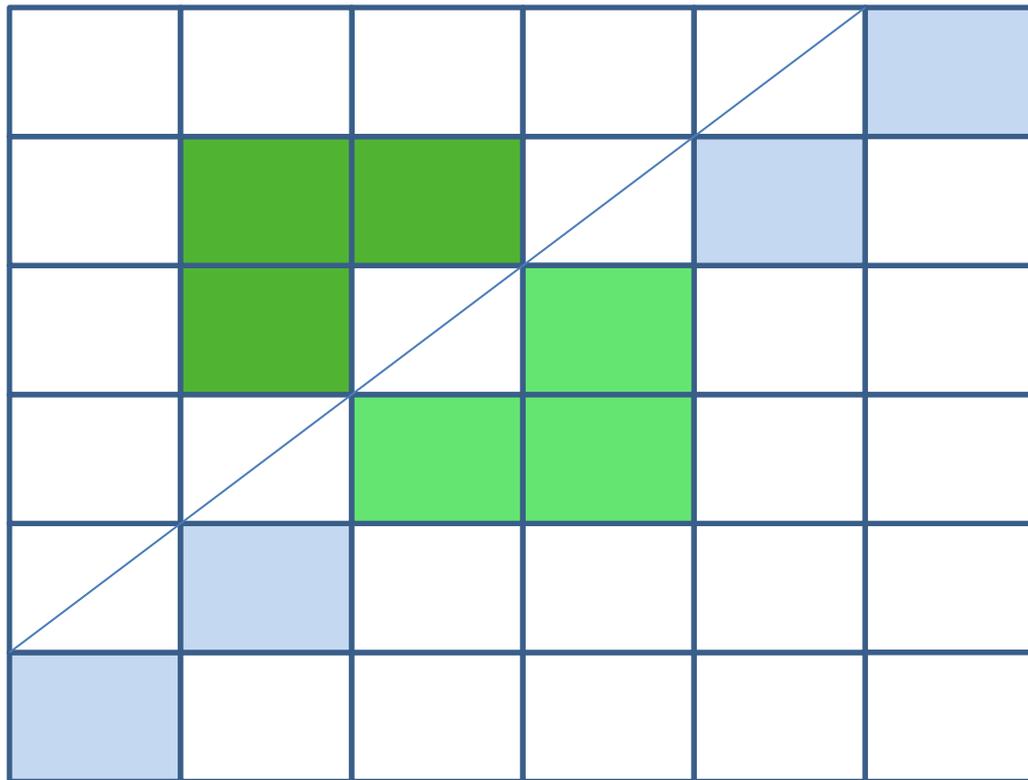
# 外周にセルは連続しない



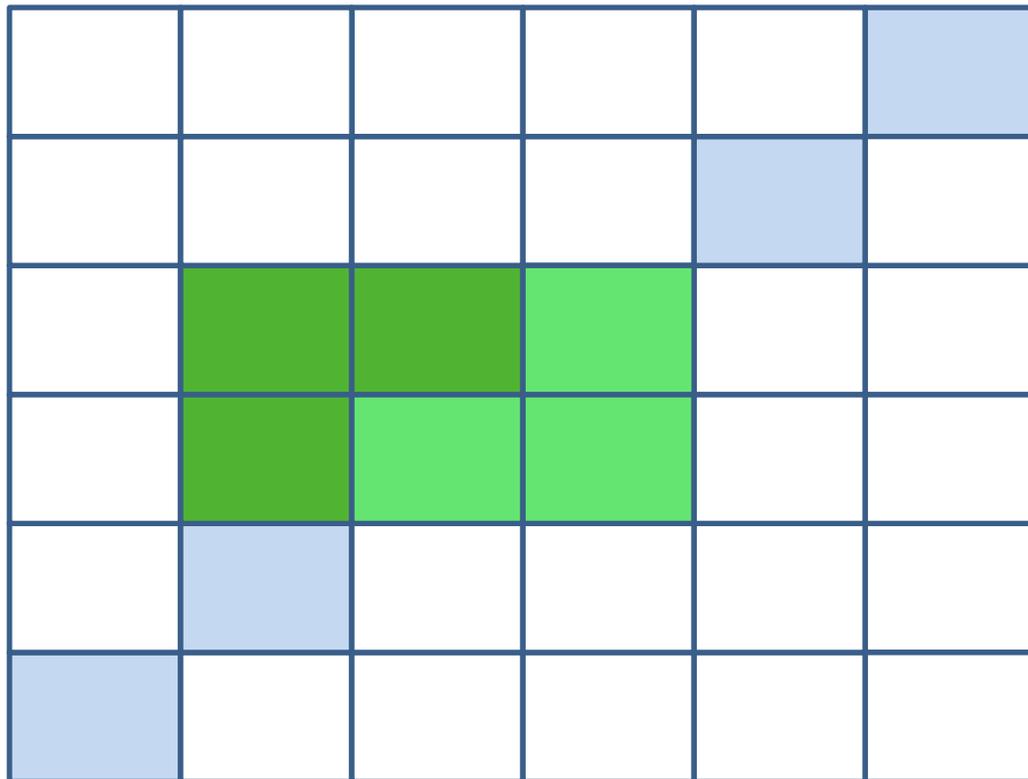
# 外周にセルは連続しない



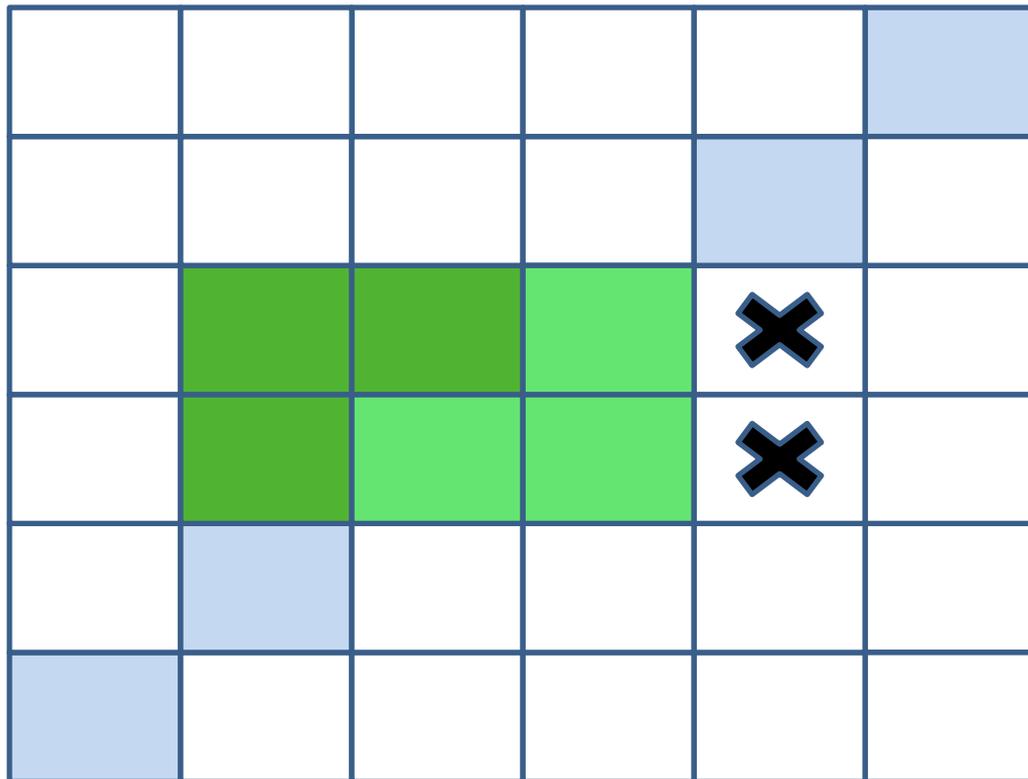
# 外周にセルは連続しない



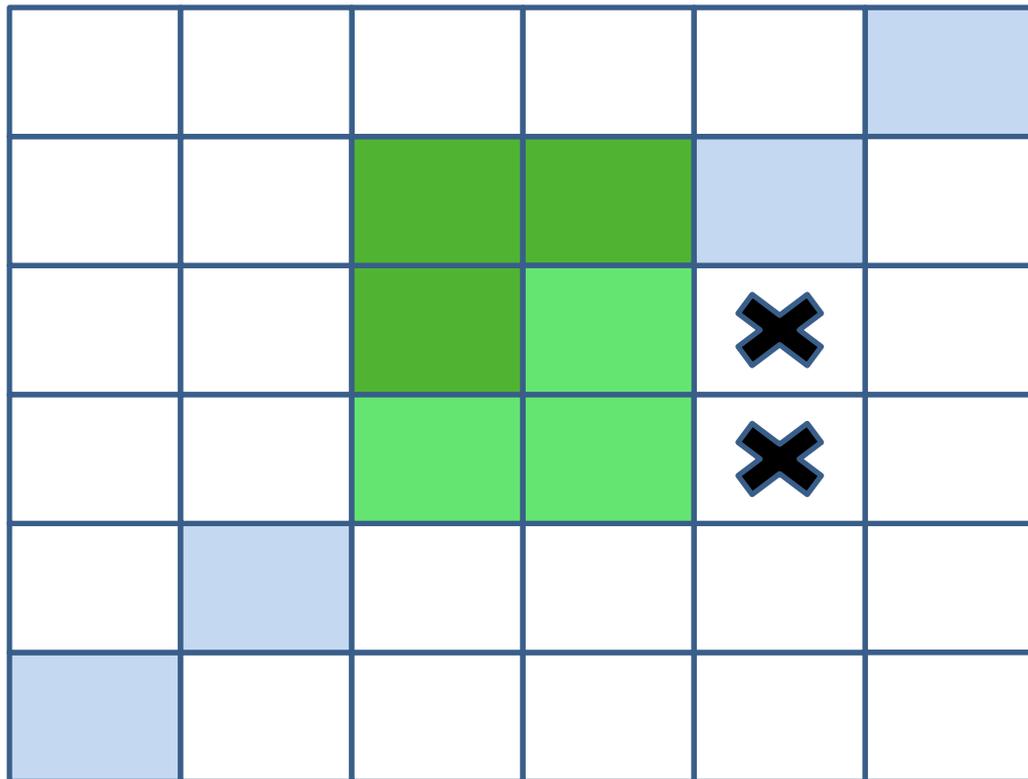
# 外周にセルは連続しない



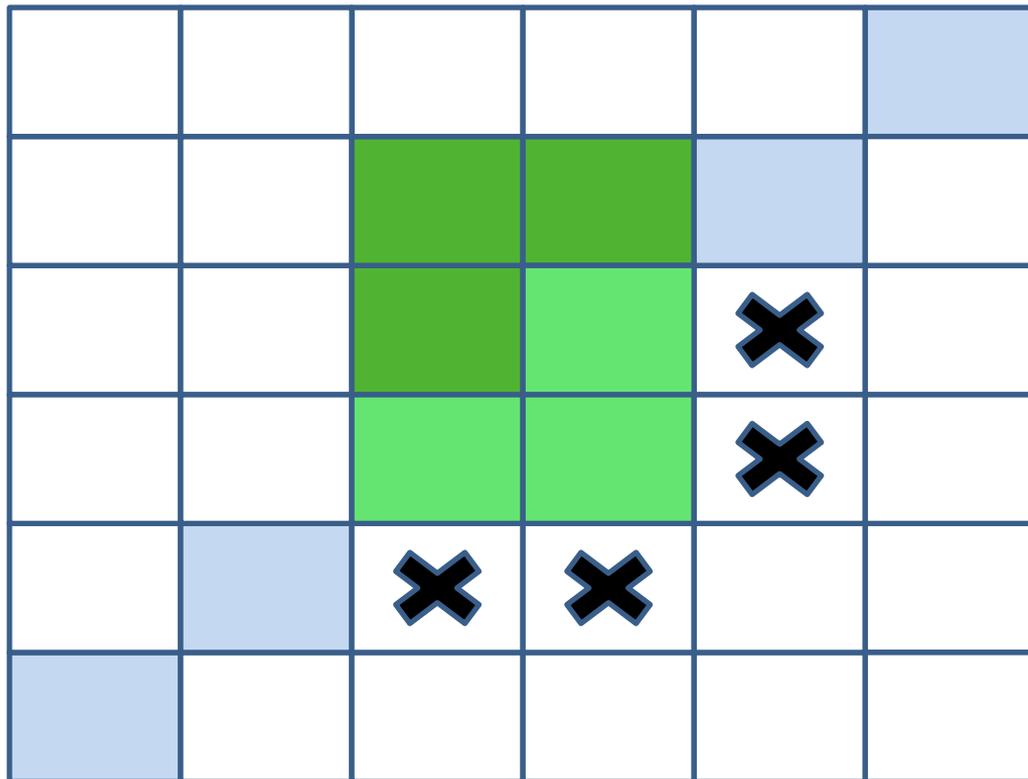
# 外周にセルは連続しない



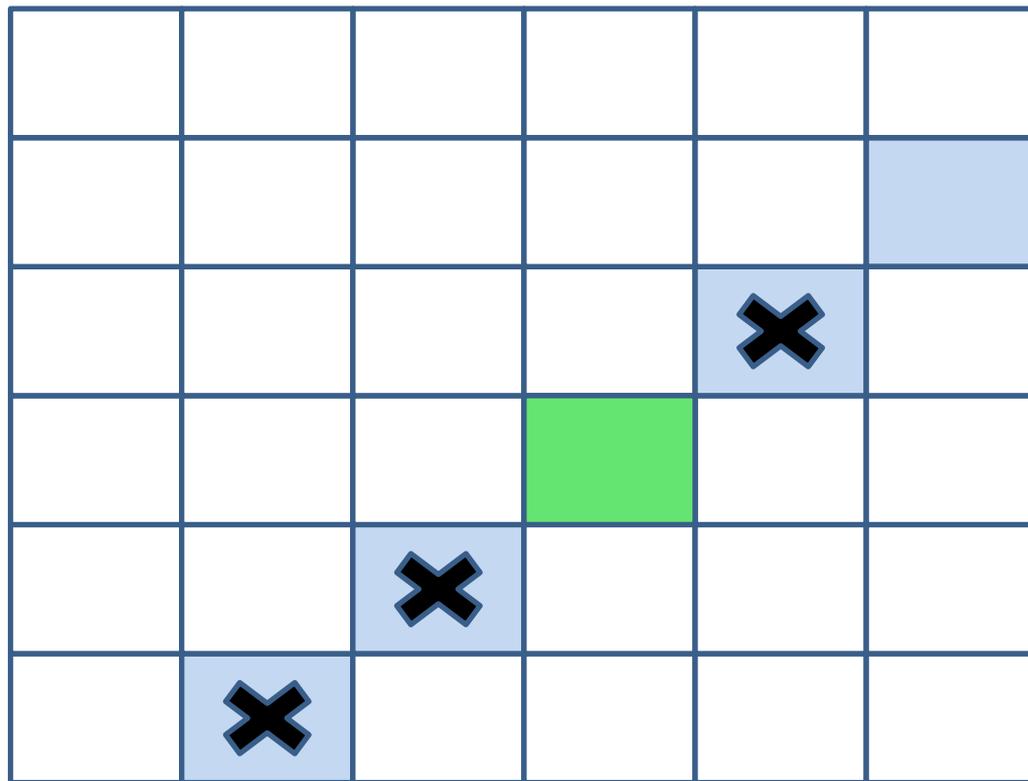
# 外周にセルは連続しない



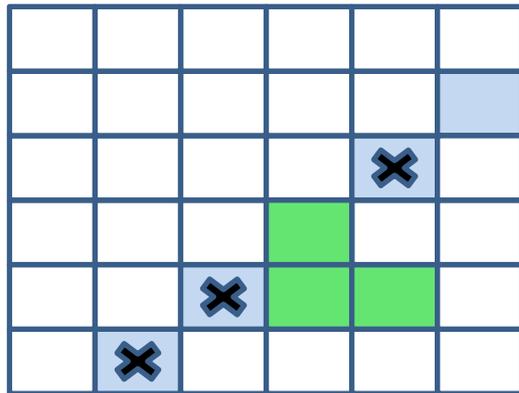
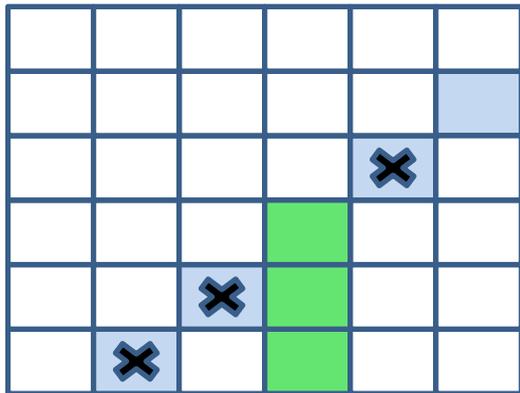
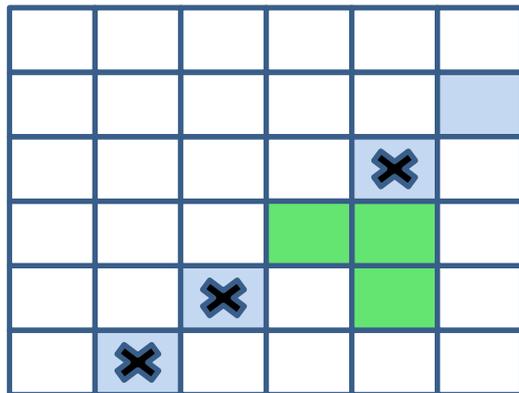
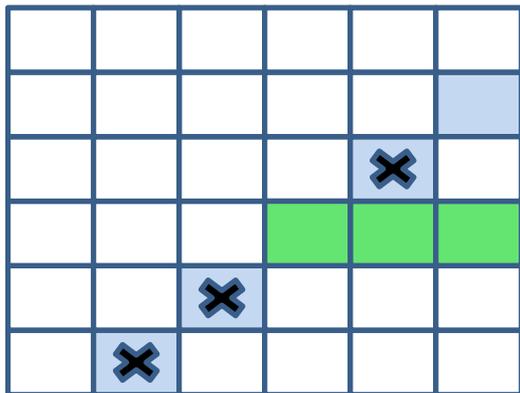
# 外周にセルは連続しない



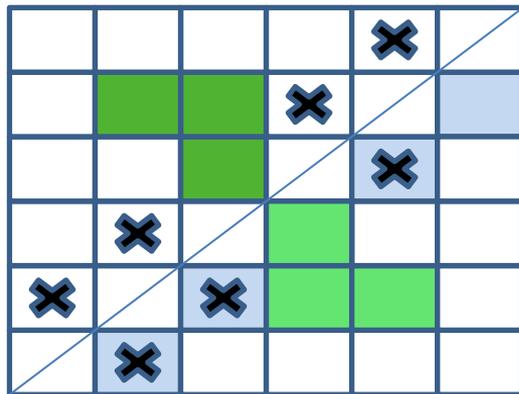
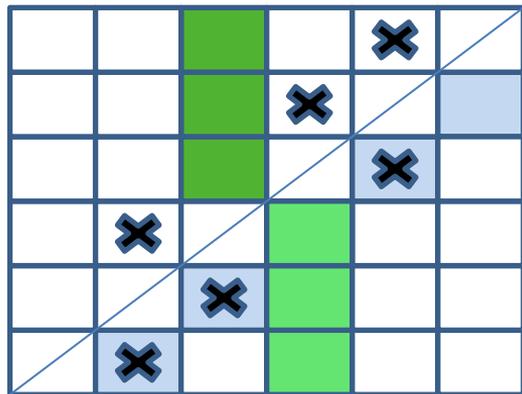
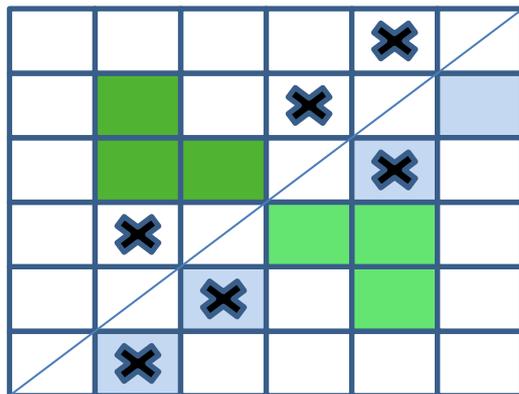
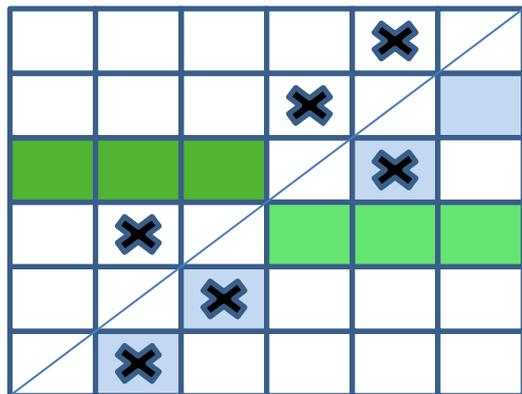
外周で最も左下にあるセルに注目

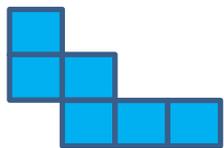


# セルの伸び方は4通り



# 180度回転したペアを考える





# は必ずおおえることの証明

- Appendix を参照(作成中)。

# 「おおえない」ポリオミノの発見手法

- 人手を介するUI (Java applet)
- 自動ソルバーの作成
  - 与えられたポリオミノをもとにして、「2個でおおう方法の数」を少なくするようにビームサーチ
    - 2個に限定することで高速化
  - 近傍は、おおう方法を1つとって、それを妨害するようなセルの反転

デモ

# リンク

- プログラム: [github.com/ogiekako/polycover](https://github.com/ogiekako/polycover)
- 稲葉のパズル研究室 [1×5が覆えない](#)
- [Math puzzle \(I Pentomino Exclusion\)](#)

# Appendix