

# 単貧民における最適戦略 と必勝戦略に関する考察

九州大学経済学部経済工学科4年

木谷 裕紀

九州大学大学院経済学研究院

小野 廣隆

# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望

# 今日の流れ

1. 大貧民と単貧民
2. 単貧民における必勝手順
3. 本研究
4. 今後の展望

# 大貧民について

- 大貧民はトランプで遊ぶカードゲームのひとつ。  
「大富豪」,「階級闘争」などとも呼ばれる。  
海外にも類似した遊びがある。
- カードを参加者にすべて配り,  
手持ちのカードを順番に場に出して  
早く手札をなくすことを競うゲーム。
- 不完全情報多人数ゲーム
- 電通大で毎年コンピューター大貧民大会が開催。

# 単貧民とは (1)

単貧民とは大貧民と類似した完全情報ゲーム.  
西野 (2007) が定義.

大貧民との主な違いは以下の三つ.

特殊ルールが一切なし.  
1枚出しのみ.  
手札は公開で行われる.

# 単貧民とは (2)

- ゲームの開始 各プレイヤーに手札を与える。
- 各手番の行動 各手番のときに各プレイヤーは一枚のみ場に札を出す。  
又はパスを選択することができる。
- 場に出せる札 場に出せるカードは  
既に場に札がおかれている場合、  
その札より強くなければならない。
- 勝利条件 手札が先になくなった方が勝利。

# 本研究

本研究では

必勝判定問題...単貧民がどのプレイヤーが勝利  
することができるのか判定する問題

必勝戦略...必勝プレイヤーが必ず勝つための戦  
略を必勝戦略

と定義.

# 本研究と単貧民

単貧民の必勝戦略,必勝判定に関しては  
手札が10枚以下の場合（西野 2007）のみ.

より一般の手札における最適アルゴリズムを  
本研究では考察.



# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望

# 今日の流れ

1. 大貧民と単貧民
2. 単貧民における必勝手順
3. 本研究
4. 今後の展望

# 単貧民における必勝手順例 (1)

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

A→B→C→A...の順の時

プレイヤーAはどの手札から出すことによって  
必ず勝つことができるか？

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば



# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

プレイヤーCは場に札を出すことができないので

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

プレイヤーCは場に札を出すことができないので

プレイヤーAは場にいかなる札があっても

10を出すことができる。

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

プレイヤーCは場に札を出すことができないので

プレイヤーAは場にいかなる札があっても

10を出すことができる。

その後5を出して勝利

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと

プレイヤーBがいずれかの札を出せば

プレイヤーCは場に札を出すことができないので

プレイヤーAは場にいかなる札があっても

10を出すことができる。

その後5を出して勝利...ですが

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと  
プレイヤーBがパスを選択した場合

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと  
プレイヤーBがパスを選択した場合  
プレイヤーCは4を出して  
手札をすべてなくすことができる。

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出したあと  
プレイヤーBがパスを選択した場合  
プレイヤーCは4を出して  
手札をすべてなくすことができる。

したがってプレイヤーCが勝つ場合がある。

→必勝ではない

# 3から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

プレイヤーAが3を場に出した場合

→必勝ではない



# 5から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

5から出した場合

# 5から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

5から出した場合

プレイヤーBが如何なる手を選択しても

プレイヤーCは場に札を出すことができないが

# 5から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

5から出した場合

プレイヤーBが如何なる手を選択しても

プレイヤーCは場に札を出すことができないが

その手に対しプレイヤーAは10を出し

# 5から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

5から出した場合

プレイヤーBが如何なる手を選択しても

プレイヤーCは場に札を出すことができないが

その手に対しプレイヤーAは10を出し

その後3を出すことによって

プレイヤーAは勝つことができる→**必勝**

# 10から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

10から出した場合

プレイヤーAがそのあと3,5どちらからだしても  
プレイヤーBが6~9を出すことによって  
プレイヤーBが先に手札をなくすことができる。

# 10から出した場合

プレイヤーAの手札 3,5,~~10~~

プレイヤーBの手札 ~~6,7,8,9~~

プレイヤーCの手札 4

10から出した場合

プレイヤーAがそのあと3,5どちらからだしても  
プレイヤーBが6~9を出すことによって  
プレイヤーBが先に手札をなくすことができる。

# 単貧民における必勝手順例 (1)

プレイヤーAの手札 3,5,10

プレイヤーBの手札 6,7,8,9

プレイヤーCの手札 4

A→B→C→A...の順の時

プレイヤーAはどの手札から出すことによって  
必ず勝つことができるか？

A. 5から出すことによるのみ必勝

# 単貧民における必勝手順例 (2)

プレイヤーAの手札 5,7,7,7,9

プレイヤーBの手札 4,6,8,10

A→B→A...の順の時

プレイヤーAはどの手札からだすことによって  
必ず勝つことができるか？

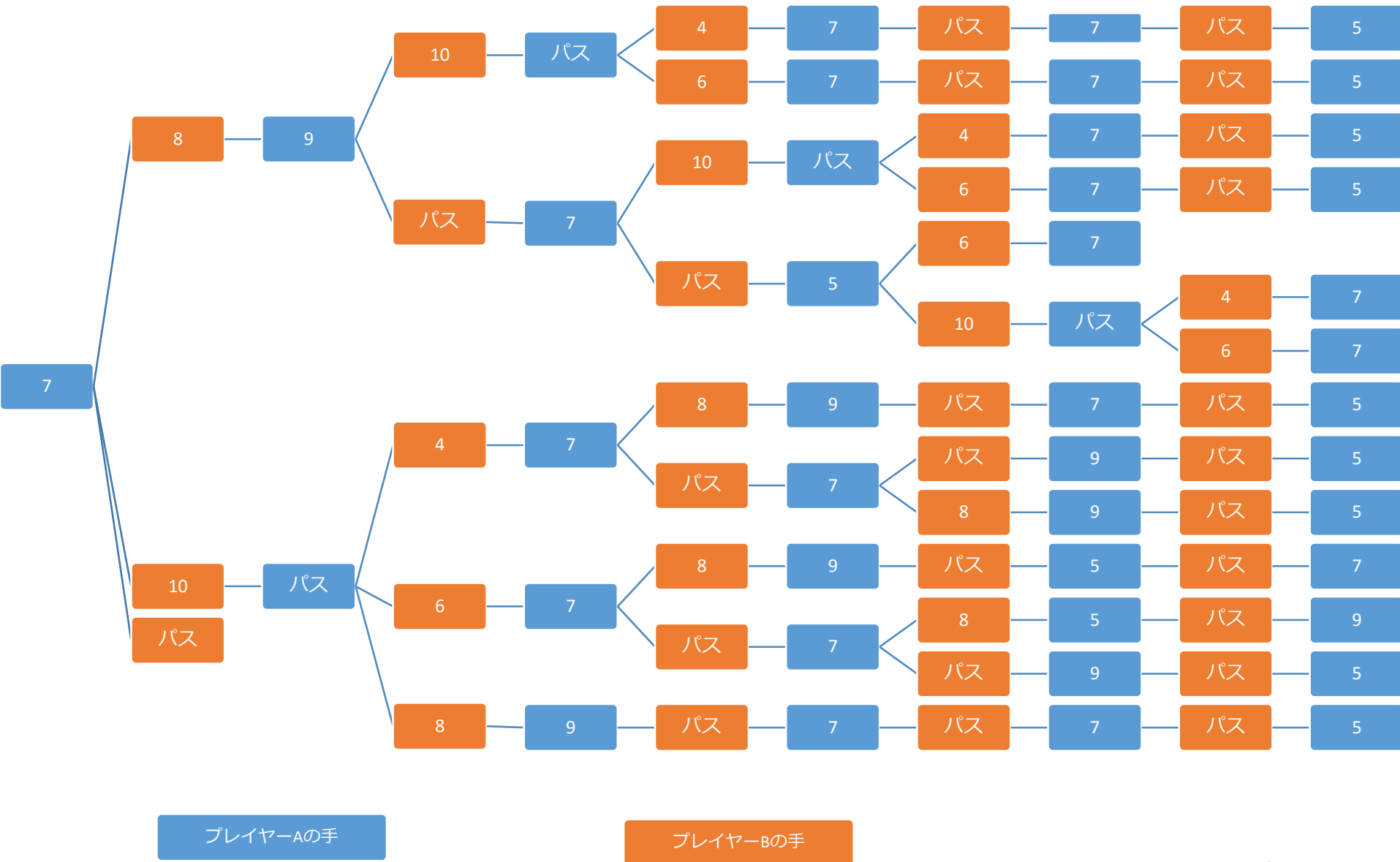


# 単貧民における必勝手順例 (2)

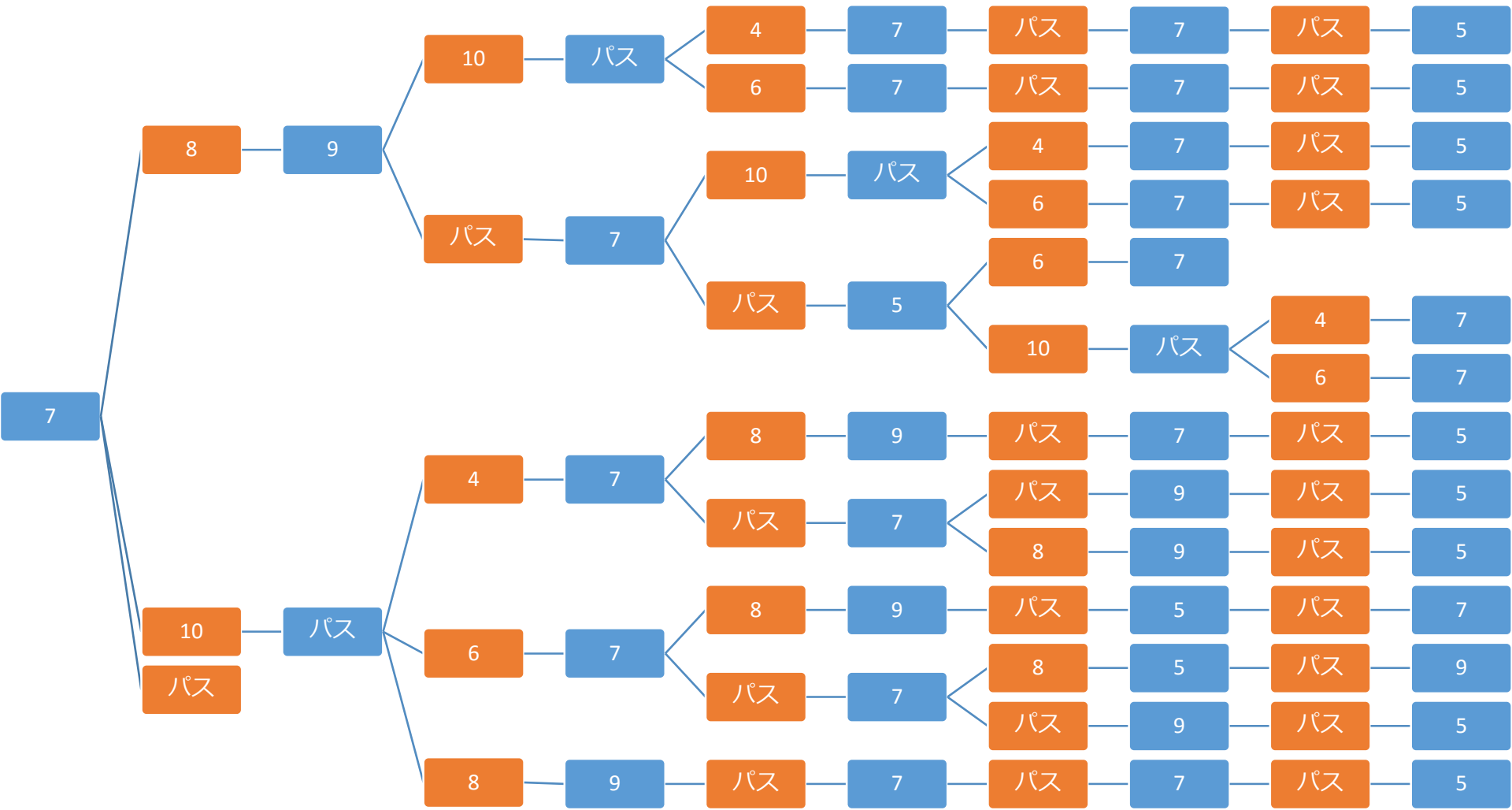
プレイヤーAの手札 5,7,7,7,9

プレイヤーBの手札 4,6,8,10

7から出すのが唯一の必勝手順







# 単貧民における必勝手順例 (3)

プレイヤーAの手札 5,7,7,7,9

プレイヤーBの手札 4,6,8,10

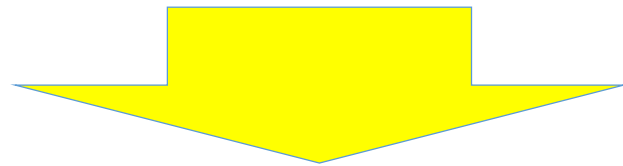
どの札から出せばいいのか判断することは難しい

# 単貧民における最適手順

- このゲームにおいて必勝戦略を  
求めるだけならゲーム木が有効
- しかし,枚数が多くなるとゲーム木のサイズ  
は指数的に増大

# 単貧民における最適手順

- このゲームにおいて必勝戦略を  
求めるだけならゲーム木が有効
- しかし,枚数が多くなるとゲーム木のサイズ  
は指数的に増大



単貧民において必勝手順あるいは必勝判定を比較的早く解くアルゴリズムはないのか？

# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望



# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望

# 本研究

本研究では二人プレイヤー単貧民のうち

- 1.二種類の手からなる単貧民
- 2.互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民
- 3.互いの手札が2枚ずつのN種類の単貧民

という三種の初期手札において必勝判定、先手必勝戦略を考察

# 準備

先手プレイヤーをA,後手プレイヤーをB

場に札が出てかどちらかがパスするまでを巡と定義

また,各プレイヤーの手札を弱いほうから1~nとし

Aの手札をA1~An,Bの手札をB1~Bnとする.

# 準備

すべての単貧民において以下の定理が成立

## 定理

一巡において各プレイヤーが場に出せる  
札の最大枚数は $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ 枚

# 本研究

本研究では二人プレイヤー単貧民のうち

- 1.二種類の手からなる単貧民
- 2.互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民
- 3.互いの手札が2枚ずつのN種類の単貧民

という三種の初期手札において必勝判定,先手必勝戦略を考察

# 本研究

## 1.二種類の手からなる単貧民

# 必勝判定問題

	Aの手札	Bの手札
2の札の枚数	A2	B2
1の札の枚数	A1	B1

	A1 > B2	A1 ≤ B2
B1 > A2	$\text{Min}(A2, B1) \geq \text{Min}(A1, B2)$ $\leftrightarrow$ A必勝	$\text{Min}(A2, B1) + 1 \geq \text{Min}(A1, B2)$ $\leftrightarrow$ A必勝
B1 ≤ A2	$\text{Min}(A2, B1) > \text{Min}(A1, B2)$ $\leftrightarrow$ A必勝	$\text{Min}(A2, B1) \geq \text{Min}(A1, B2)$ $\leftrightarrow$ A必勝

# 本研究

## 1.二種類の手からなる単貧民の必勝戦略

より弱い札が残り2枚以上

場に札が出すことが可能ならできるだけ弱い札をだす.

上記以外

強い札から出す.



# 本研究

本研究では二人プレイヤー単貧民のうち

- 1.二種類の手からなる単貧民
- 2.互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民
- 3.互いの手札が2枚ずつのN種類の単貧民

という三種の初期手札において必勝判定,先手必勝戦略を考察

# 本研究

本研究では二人プレイヤー単貧民のうち

- 1.二種類の手からなる単貧民
- 2.互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民
- 3.互いの手札が2枚ずつのN種類の単貧民

という三種の初期手札において必勝判定,先手必勝戦略を考察

# 本研究

2. 互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民
3. 互いの手札が2枚ずつのN種類の単貧民

先手必勝

# 本研究

## 必勝戦略

相手の手が2つ以上残っているとき

場に出すことが可能な手札のうち最小の数字を場に出す.

残りの相手の手が1つ以下

場に出すことが可能な手札のうち最大の手を場に出す.

# 本研究

## 2. 互いの手札が1枚ずつのN種類の単貧民

# 補題

この単貧民において以下の補題が成立.

## 補題 1

AはBの手札が2枚以上のとき

常に $B_n$ 以外の手に対しその手に勝てる手を持つ.

## 補題 2

Bの手札が1枚のときBが $B_n$ を持っていなければ

BはAが出した札に対し勝てる手を持たない.

# 状態推移図

S0 : 第1巡の状態

S1 : 第2巡以降且つAから開始且つ  
Bが強さnの手を残している状態

S2: Bから開始する且つ第2巡の状態

S2': Bから開始する且つ  
第3巡以降の状態

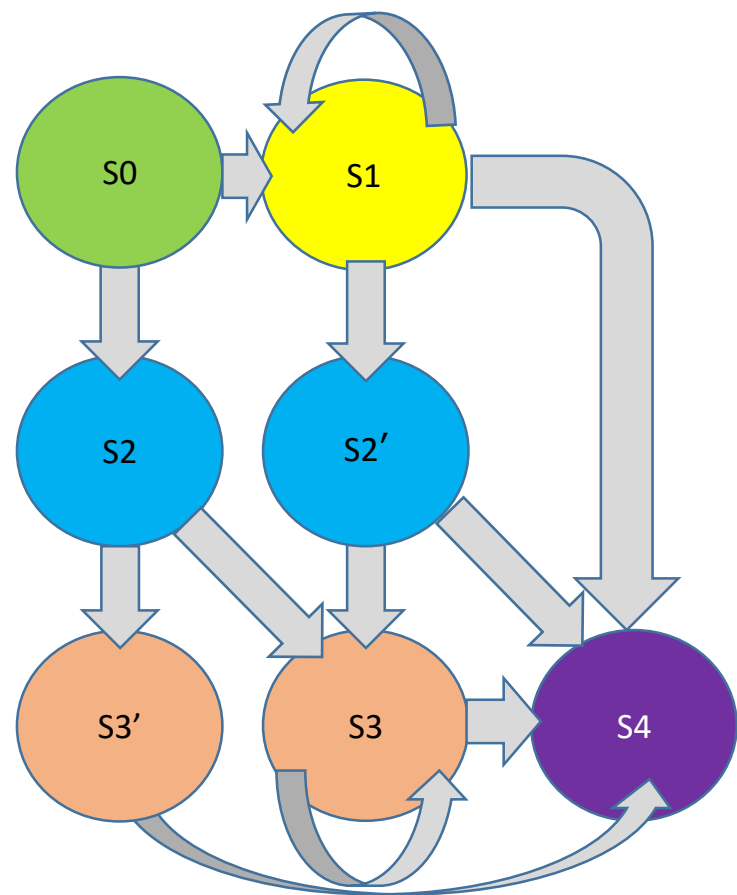
S3: Aから開始且つ

Bが強さnの手を残していない状態

S3': Aから開始且つS2において

Bが手札のこり1枚になっている  
次の巡である状態

S4: ゲームが終了した状態



# 状態推移図

S0 : 第1巡の状態

S1 : 第2巡以降且つAから開始且つ  
Bが強さnの手を残している状態

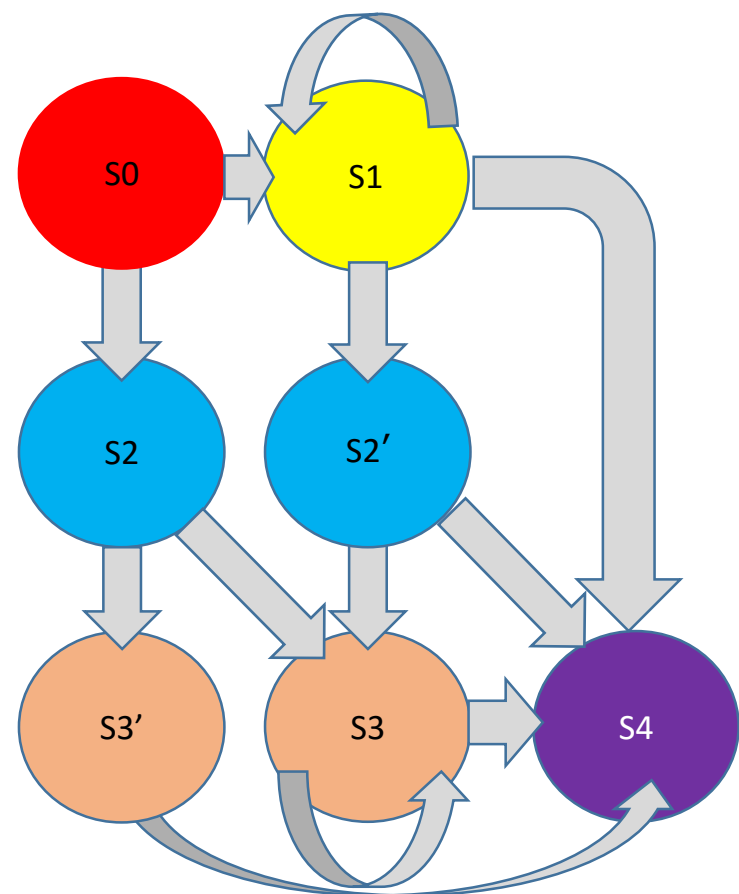
S2 : Bから開始する且つ第2巡の状態

S2' : Bから開始する且つ  
第3巡以降の状態

S3 : Aから開始且つ  
Bが強さnの手を残していない状態

S3' : Aから開始且つS2において  
Bが手札のこり1枚になっている  
次の巡である状態

S4 : ゲームが終了した状態





# 状態推移図

S0 : 第1巡の状態

S1 : 第2巡以降且つAから開始且つ  
Bが強さnの手を残している状態

S2 : Bから開始する且つ第2巡の状態

S2' : Bから開始する且つ  
第3巡以降の状態

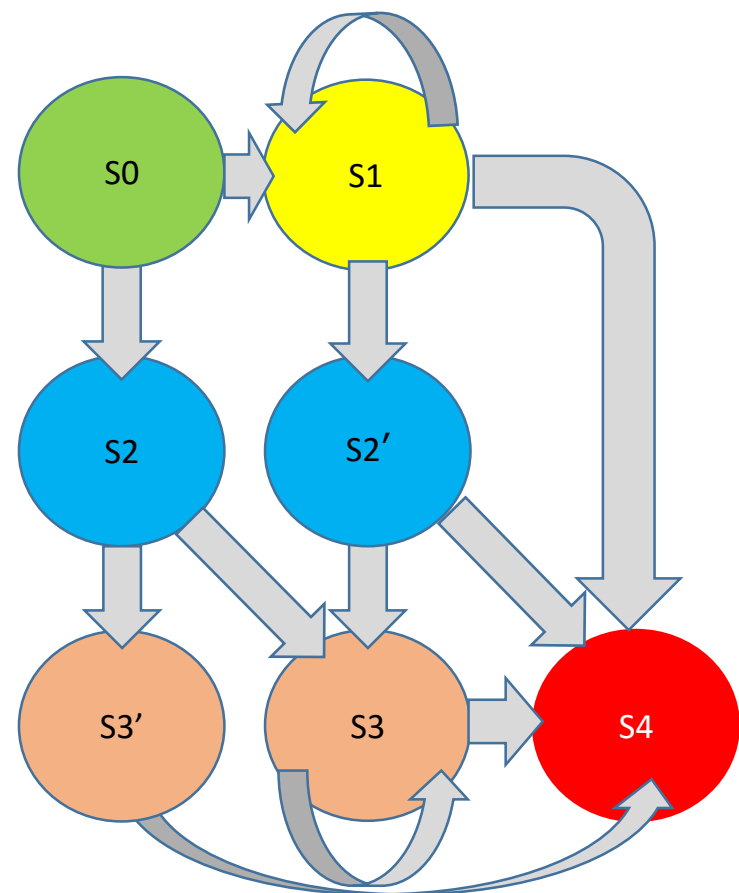
S3 : Aから開始且つ

Bが強さnの手を残していない状態

S3' : Aから開始且つS2において

Bが手札のこり1枚になっている  
次の巡である状態

S4 : ゲームが終了した状態



# 状態推移図

S0 : 第1巡の状態

S1 : 第2巡以降且つAから開始且つ  
Bが強さnの手を残している状態

S2: Bから開始する且つ第2巡の状態

S2': Bから開始する且つ  
第3巡以降の状態

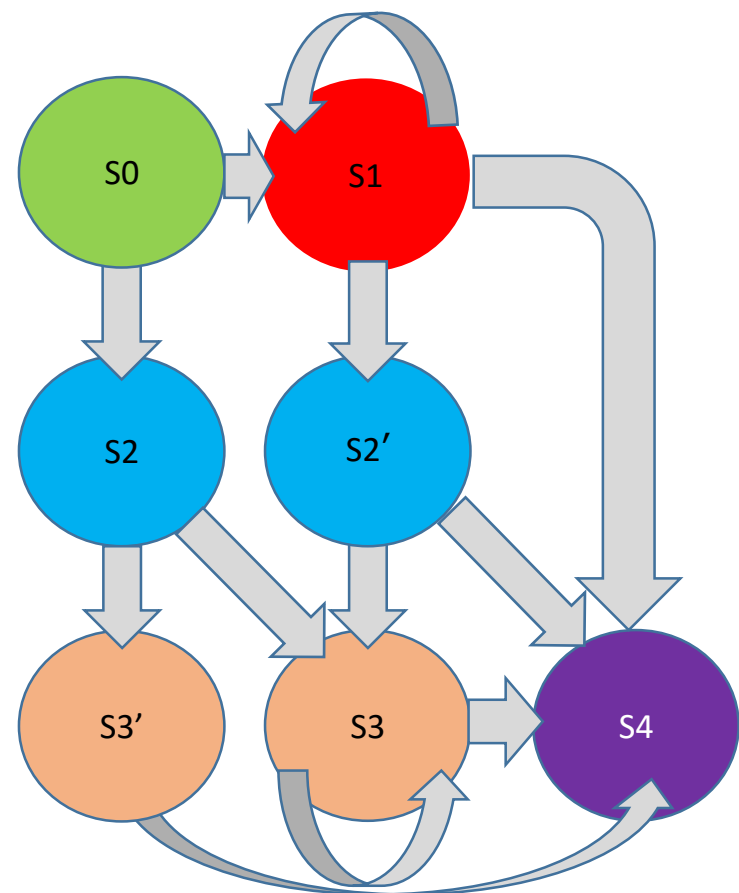
S3: Aから開始且つ

Bが強さnの手を残していない状態

S3': Aから開始且つS2において

Bが手札のこり1枚になっている  
次の巡である状態

S4: ゲームが終了した状態



# 状態推移図

**S0** : 第1巡の状態

S1 : 第2巡以降且つAから開始且つ  
Bが強さnの手を残している状態

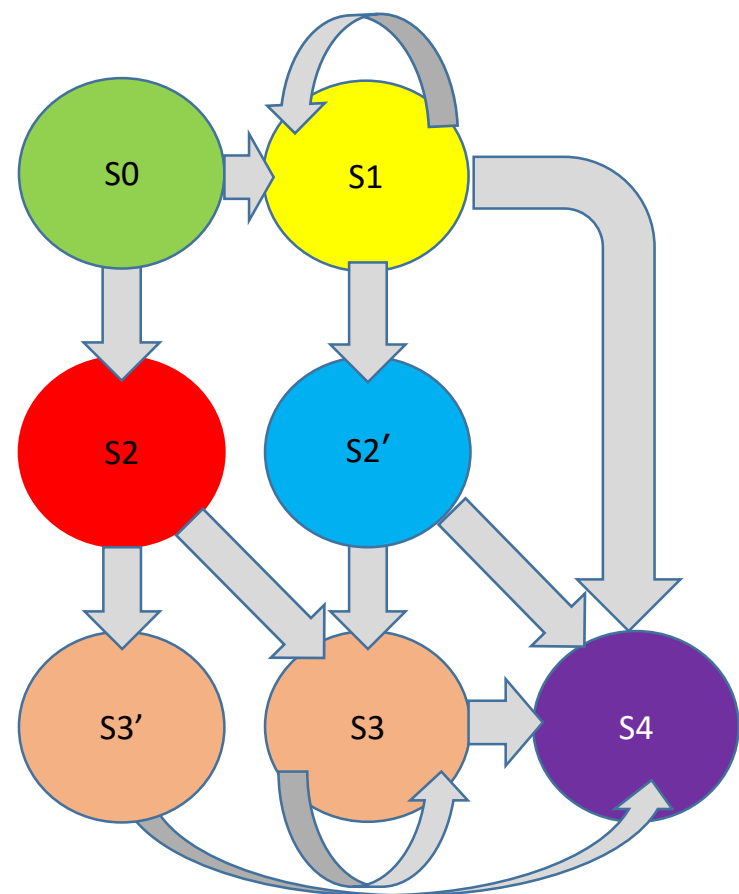
**S2**: Bから開始する且つ第2巡の状態

S2': Bから開始する且つ  
第3巡以降の状態

S3: Aから開始且つ  
Bが強さnの手を残していない状態

S3': Aから開始且つS2において  
Bが手札のこり1枚になっている  
次の巡である状態

S4: ゲームが終了した状態



# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望

# 今日の流れ

- 1.大貧民と単貧民
- 2.単貧民における必勝手順
- 3.本研究
- 4.今後の展望

# まとめと今後の展望

二人単貧民の一部初期手札において必勝判定と必勝戦略が分かった.

これらの状態に持っていくことが確実に可能であればその初期手札で必勝判定可能

より一般化する場合も状態推移図が有効？