
ビルディングパズル 最小ヒント数について

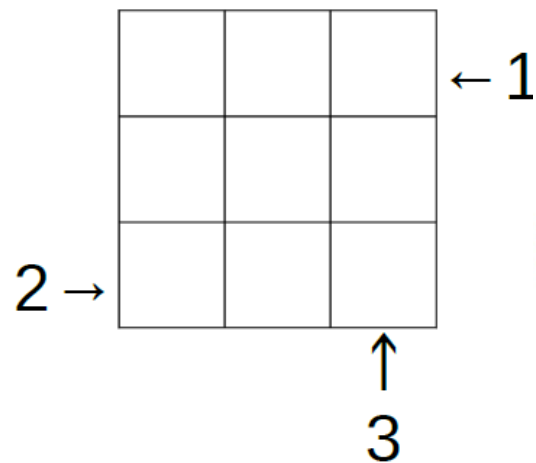
名古屋大学大学院情報科学研究科

中村 陽介

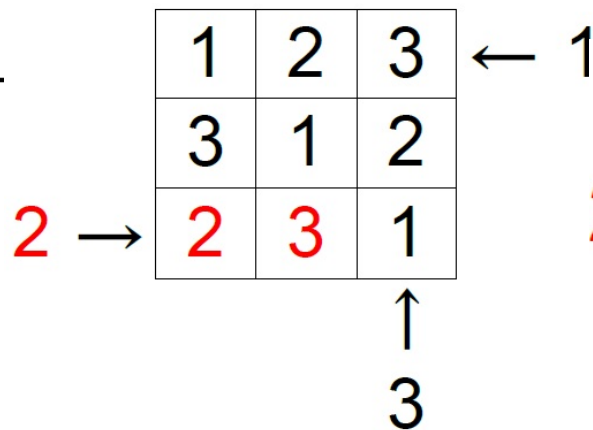
2016/3/7

ビルディングパズル (Bパズル)

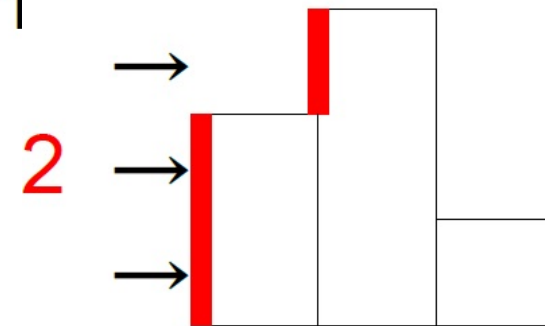
- 盤面上に数字を埋めるペンシルパズルの一つ
- 解がラテン方陣
- ヒント：マス内の数字を建物の高さとし、そこから見える建物の数



問題



解



解 3 行 目

最小ヒント数

- 定義：一意解をもつためのパズルの最小ヒント数を求める問題
- Bパズルについては不明

成果

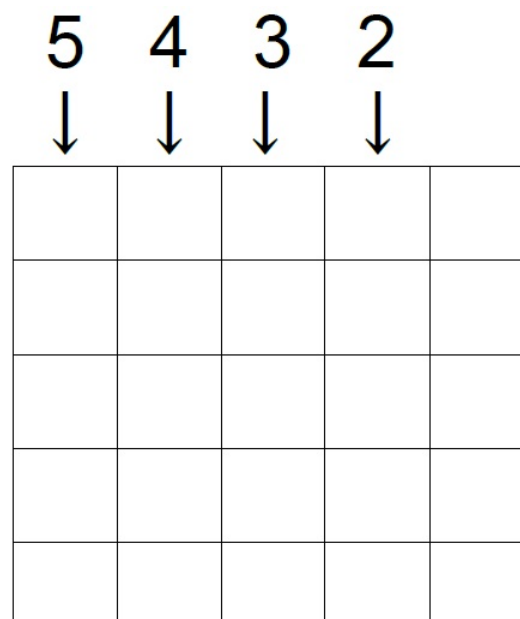
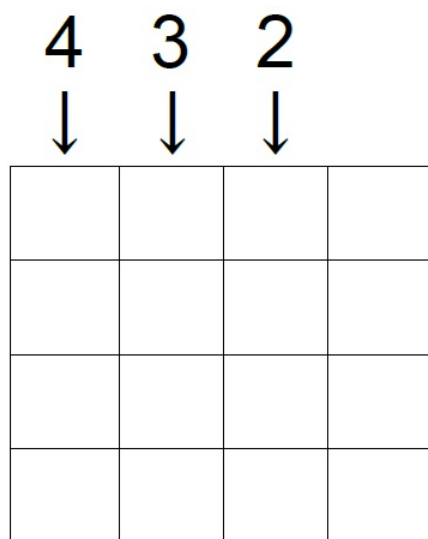
- サイズ n のBパズルの最小ヒント数は $n - 1$ 以下
- $n - 2$ 以下でないことを $n = 8$ まで確認

発表内容

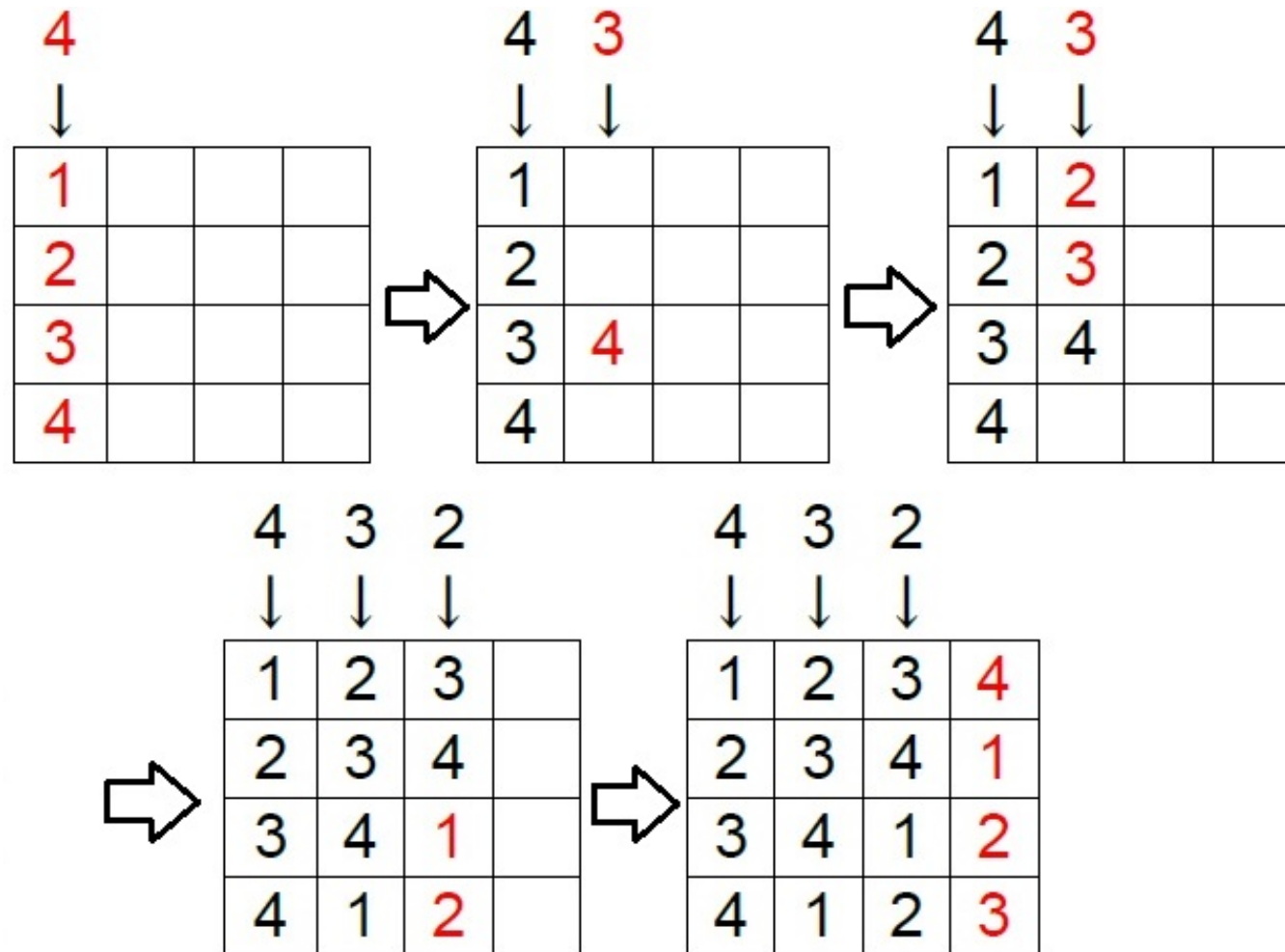
- 一意解をもつサイズ n ヒント数 $n - 1$ のBパズル
- Bパズルが一意解をもつか検証する手法

一意解をもつヒント数 $n - 1$ のパズル

定理：サイズ n の B パズルにはヒント数 $n - 1$ で一意解をもつものが存在する



例：サイズ4ヒント数3のBパズル



発表内容

- サイズ n ヒント数 $n - 1$ の B パズルの存在証明
- B パズルが一意解をもつか検証する手法

部分ラテン長方形

定義：ヒントのない行・列からなる行列

ヒントのある行・列の並びが**固定**されると仮定したとき，部分ラテン長方形が**複数存在**するならば，元のBパズルは複数解をもつ

4

↓

4 →

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

4

↓

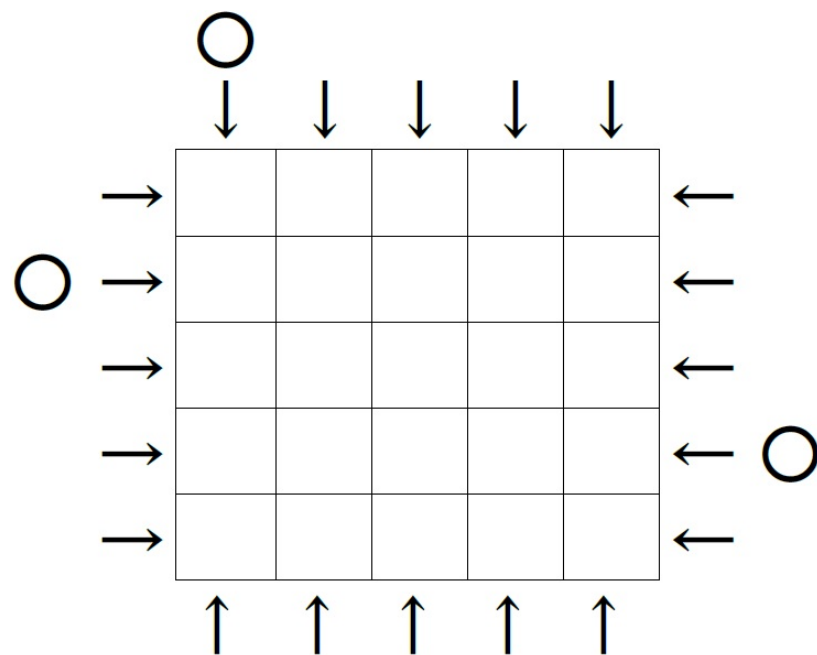
4 →

1	2	3	4
2	4	1	3
3	1	4	2
4	3	2	1

検証すべき問題パターン数

ヒント数 $n - 2$ の B パズル数

サイズ 5: 142500 個 (${}_{20}C_3 \times 5^3$)



各問題から得られる部分ラテン長方形を考える

検証対象問題数の削減

部分ラテン長方形の性質より，検証対象の削減を行う

- 対称形である
- 同一の部分ラテン長方形をもつ
- 部分ラテン長方形の要素の出現割合が等しい

削減した部分ラテン長方形らがそれぞれ複数存在するかどうか検証すれば十分

対称形

ヒントの位置による削減

1. $n - 2$ 行 (列) に関するヒントのみの問題
2. 他の問題の回転対称形になっている問題

4
↓

1	4		
2	3		
3	2		
4	1		

↑
4

5
↓

5 →	1	2	3	4	5
4 →	2	3	4	5	1
	3				
	4				
	5				

同一の部分ラテン長方形をもつ

3. ヒントのある行・列は固定されているので，ヒントの位置をよせて削減

	4				3		
	↓				↓		
4 →	1	2	3	4		3	4
	2	3	4	1		4	1
	3	4	1	2		2	3
	4	1	2	3		1	2

右の問題を削減

要素出現割合が等しい

4. 部分ラテン長方形中の要素の割合で削減

4

↓

4 →

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1

↓

1 →

4	3	2	1
3	4	1	2
2	1	3	4
1	2	4	3

[B.D.McKay ら 95] の二部グラフ化の手法を使って証明を試みた

削減した検証すべき部分ラテン長 方形数

サイズ5 : 3×4 (列1個行2個)1種類

サイズ6 : 4×4 (列2個行2個)3種類と

3×5 (列1個行3個)1種類

⋮

各サイズの種類数は**ヒントの行列が交差する**値の種類
数に依存

$n = 8$ まで、一意解を持たないことを確認

まとめ

成果

- サイズ n の B パズル 最小ヒント数が $n - 1$ であると予想を立て, $n = 8$ まで成り立つことを証明

今後の課題

- 要素出現割合に関する厳密な証明
- n 次の B パズル 最小ヒント数の導出