

非隣接性を有する 組合せパズルの計算複雑さ

第8回組合せゲーム・パズルミニ研究集会

2013年3月1日(金)

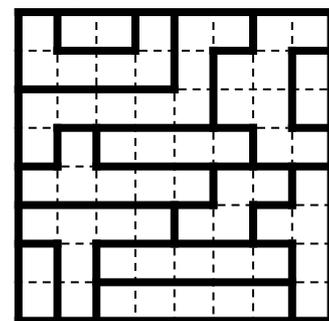
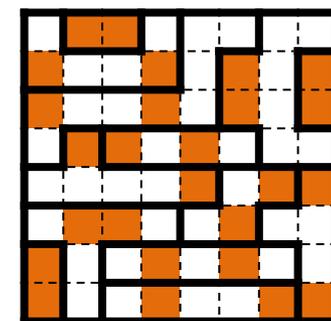
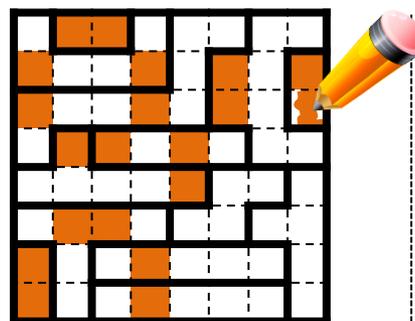
- 浅野 竜男 大阪電気通信大学大学院
- 上嶋 章宏 大阪電気通信大学大学院

発表の流れ

- 背景・目的:
 - NP完全性とASP完全性
- 対象とするパズル
 - LITS（連結性あり） : NP完全, ASP完全
 - のりのり, 島国（非連結性あり） : NP完全
- ASP完全性の証明方法
 - 既知のASP完全問題からの多項式時間一対一還元
 - NP完全性を示し, 別解問題に多項式時間還元
- まとめと今後の課題

NP完全とASP完全の違い

- **NP完全**: 解の存在性を判定
 - プレイヤーの立場
 - 求解が困難
- **ASP完全**: **別解**の存在を判定
 - パズル製作者の立場 (**唯一解**を保証)
 - 求解が困難 (別解問題がNP完全)
 - 想定解をヒントにしても別解の計算が困難



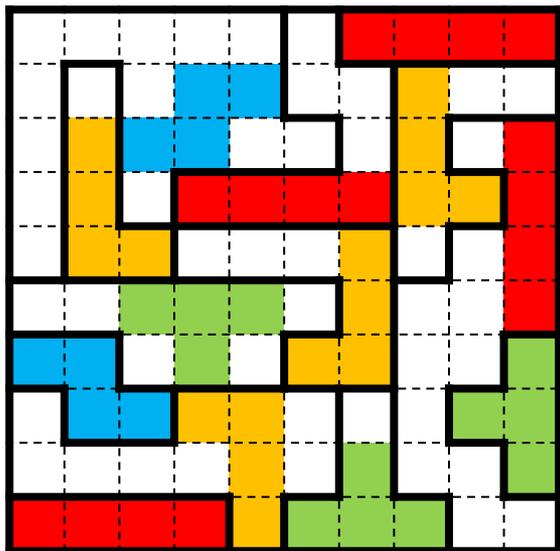
別解問題 (Another Solution Problem)

入力: ある問題例とその解,

質問: 与えられた解以外の解が存在するか?

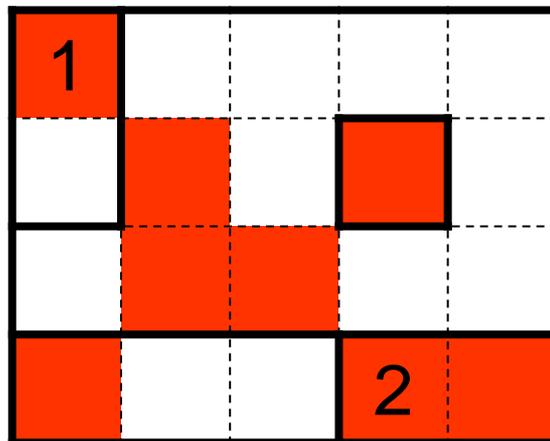
紹介するペンシルパズルゲーム

LITS



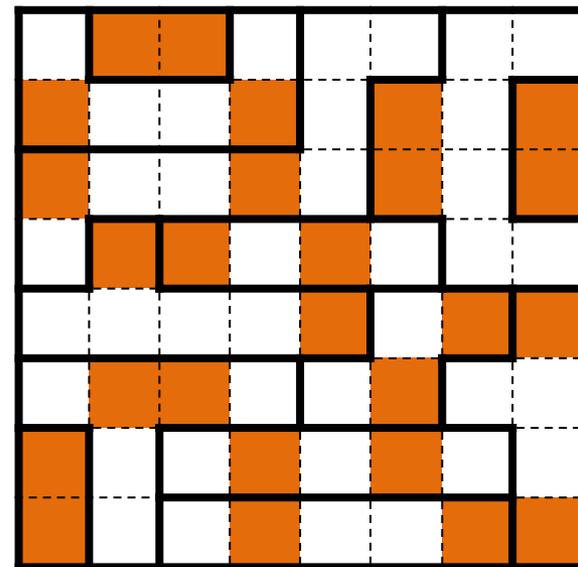
隣接性

島国

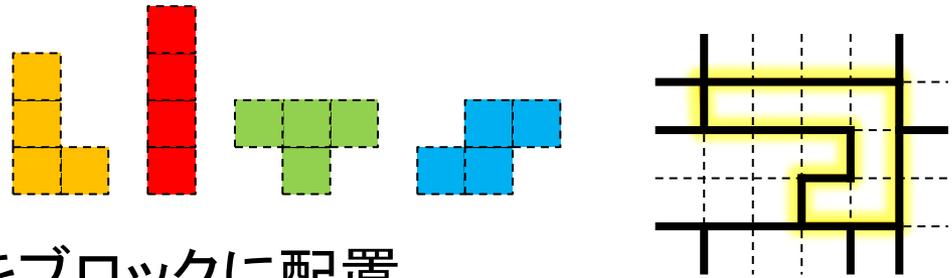


非隣接性

のりのり

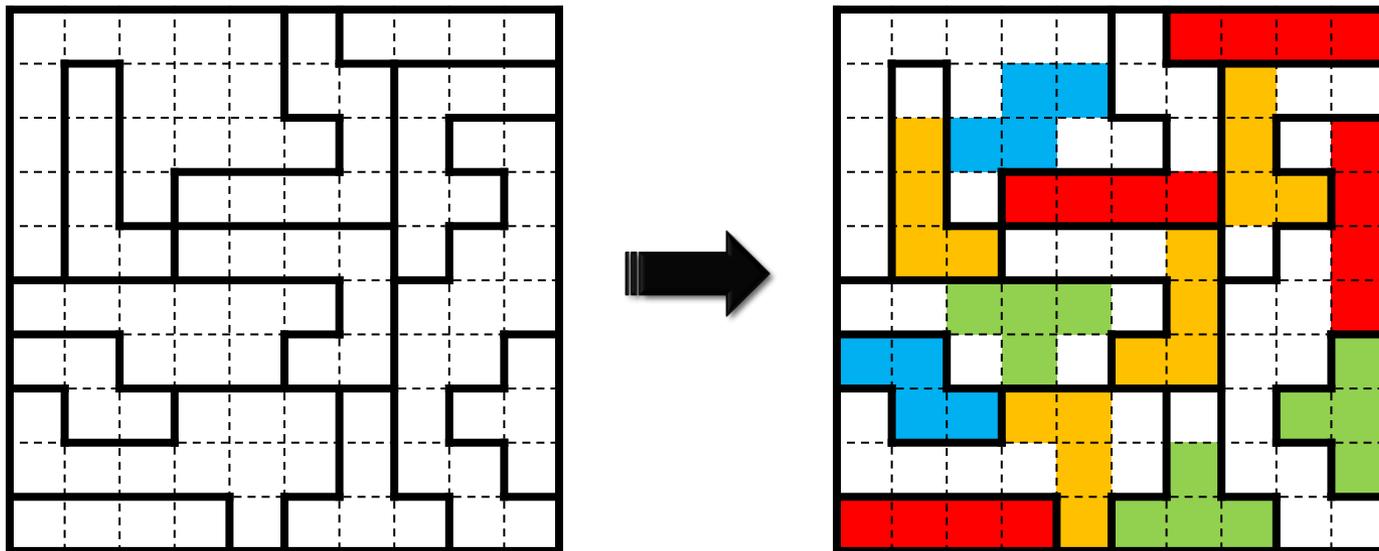


LITSのルール

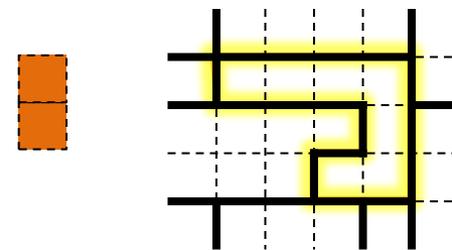


- 2x2  以外の4細胞生物をブロックに配置

- 各ブロックに1生物
- ブロックを跨がず配置
- 配置された生物全体が**連結**
- 2x2の配置マスが生じない
- 同生物同士は非隣接

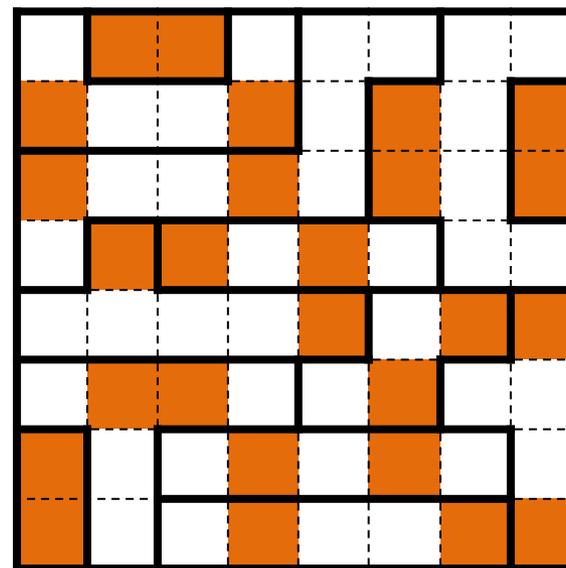
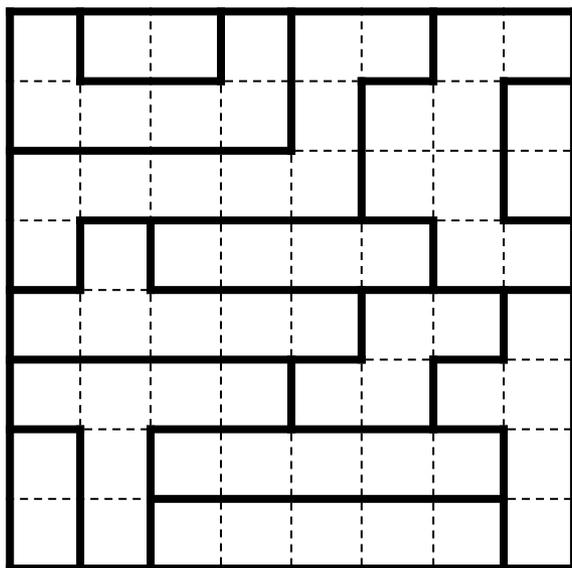


「のりのり」のルール



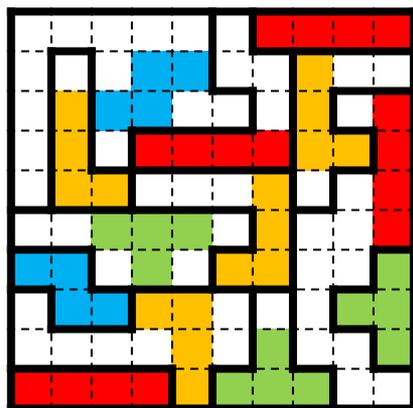
- 2細胞生物をブロックに配置

- ブロックを跨いで配置可能
- 各ブロックには配置マスが2マス
- 生物は**非隣接**

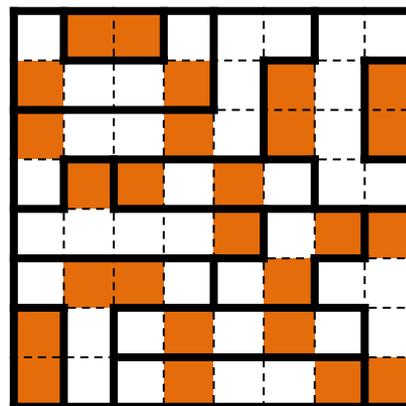


先行研究と本研究の結果

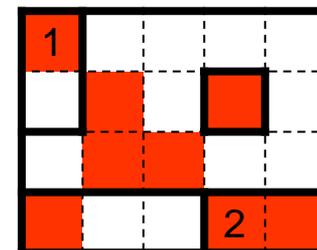
- 格子盤面サイズを一般化した問題の計算複雑さ
- LITS 全体での連結性は必要
 - 「同生物同士は非隣接」条件なし: ASP完全 [McPhail, 2007]
 - 「同生物同士は非隣接」条件あり: ASP完全 **New!**
- のりのり, 島国 (先行研究なし) : NP完全 **New!**
 - 生物, 国の“**非隣接性**”がASP完全性の証明を困難に



LITS



のりのり



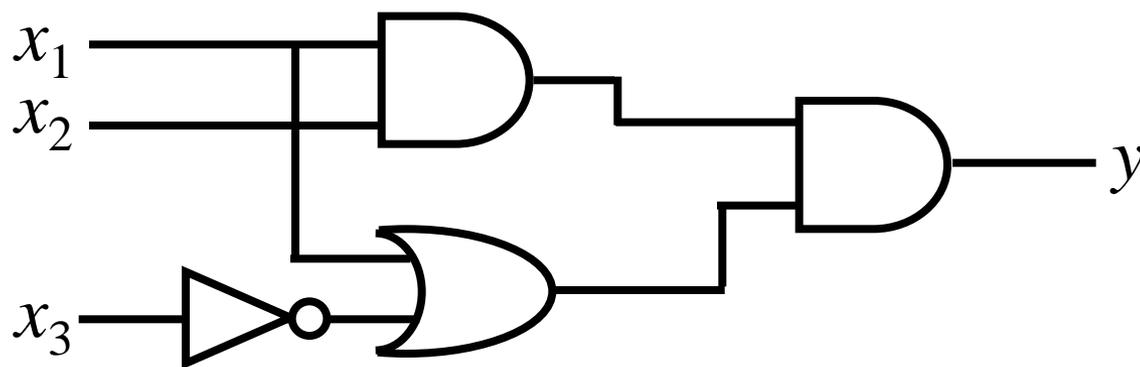
島国

Circuit-SAT からの還元

[S.Cook, 1971]

入力: n の入力変数 x_1, x_2, \dots, x_n と1つの出力 y を持つ論理回路 C ,

質問: 回路 C の出力 y を1とするような, n 個の入力変数の割り当てが存在するか?



論理回路 C を各パズル上でシミュレート

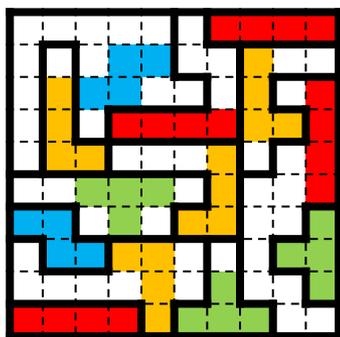
● 構成部品

入力部, 出力部, ワイヤ一部, 分岐部,
NOT回路部, AND回路 / NAND部, 調整部

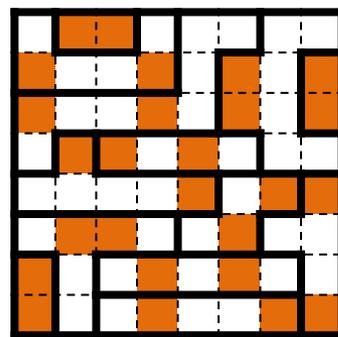
x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
:	:	:	:
1	1	0	1
:	:	:	:
1	1	1	1

ワイヤー部の設計方針

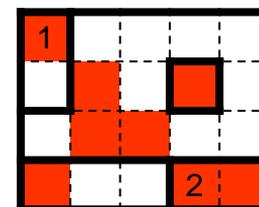
- 配置タイルの“**非隣接**”条件(反発・斥力)による信号の伝搬
 - LITS**: 同生物は**非隣接**, 2x2の配置マスなし
 - のりのり**: 生物は**非隣接**, ブロックには配置マスが2マス
 - 島国**: 国は**非隣接**, 隣接ブロックの国サイズが異なる
- タイル間の斥力だけでは, 2値信号を制御できない
 - 2重のワイヤー**で, 相互に補完



LITS



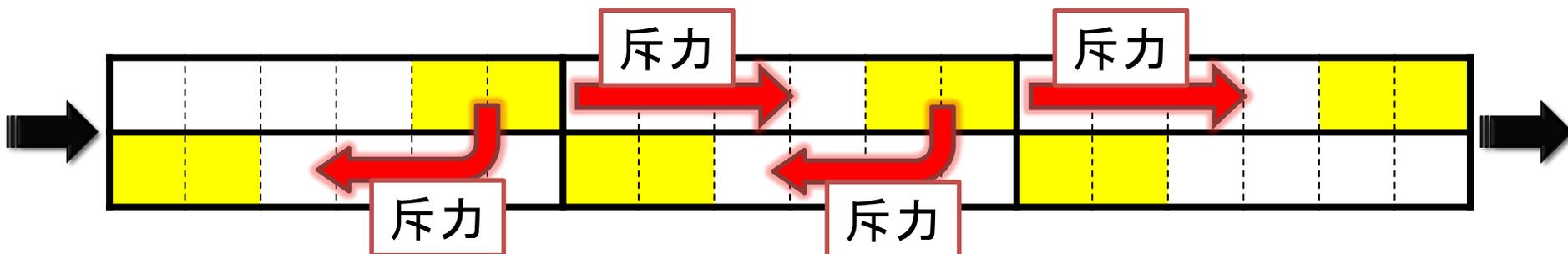
のりのり



島国

ワイヤー部の設計イメージ

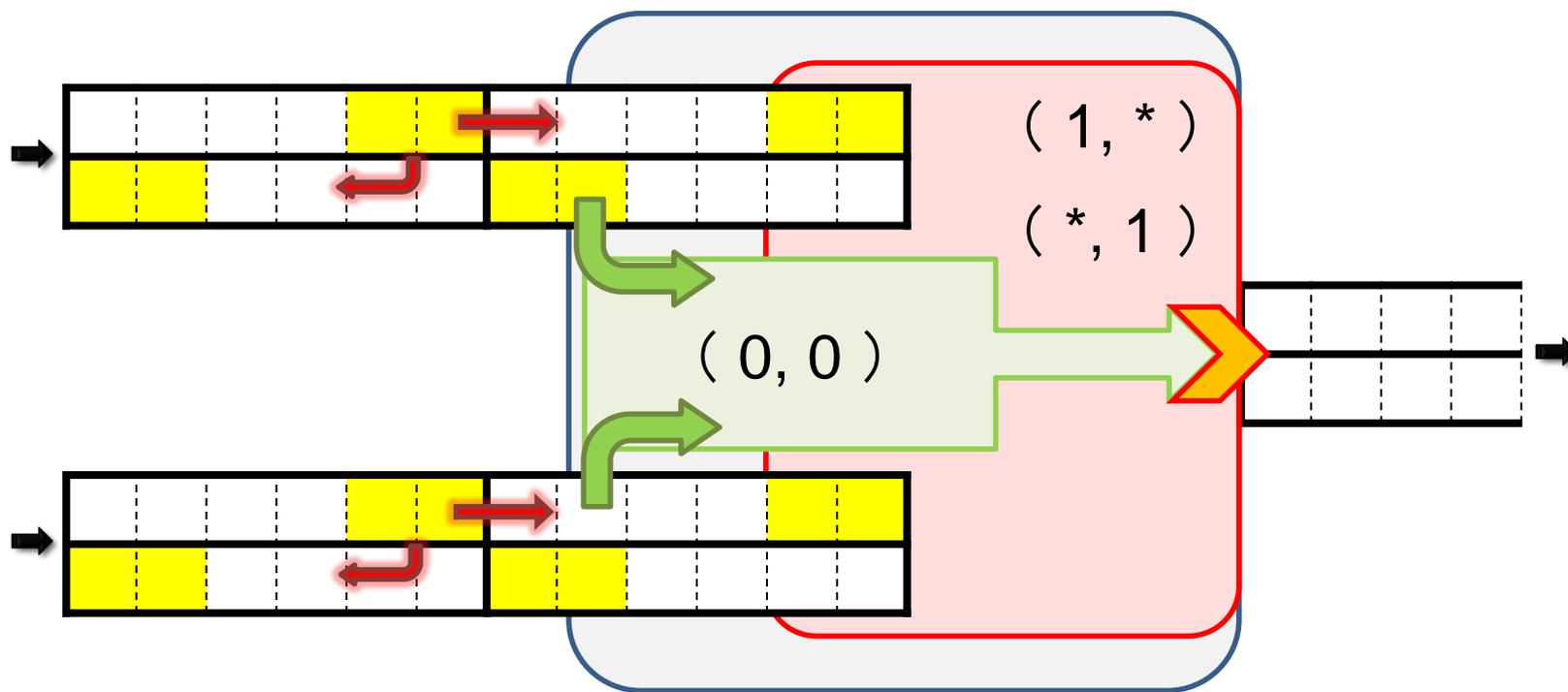
- LITS, のりのみ, 島国: **ブロック**にタイルを割り当てる問題
- **2重**のワイヤー(イメージ): 上下列で信号の伝達を実現



- 真偽逆転した信号では, 主導権が逆転
- **ASP完全性**の証明ガジェットとしても機能可能
 - LITS: **1x13**サイズのブロックx2
 - のりのみ: **1x4**サイズのブロックx2
 - 島国: **1x3**サイズのブロックx2

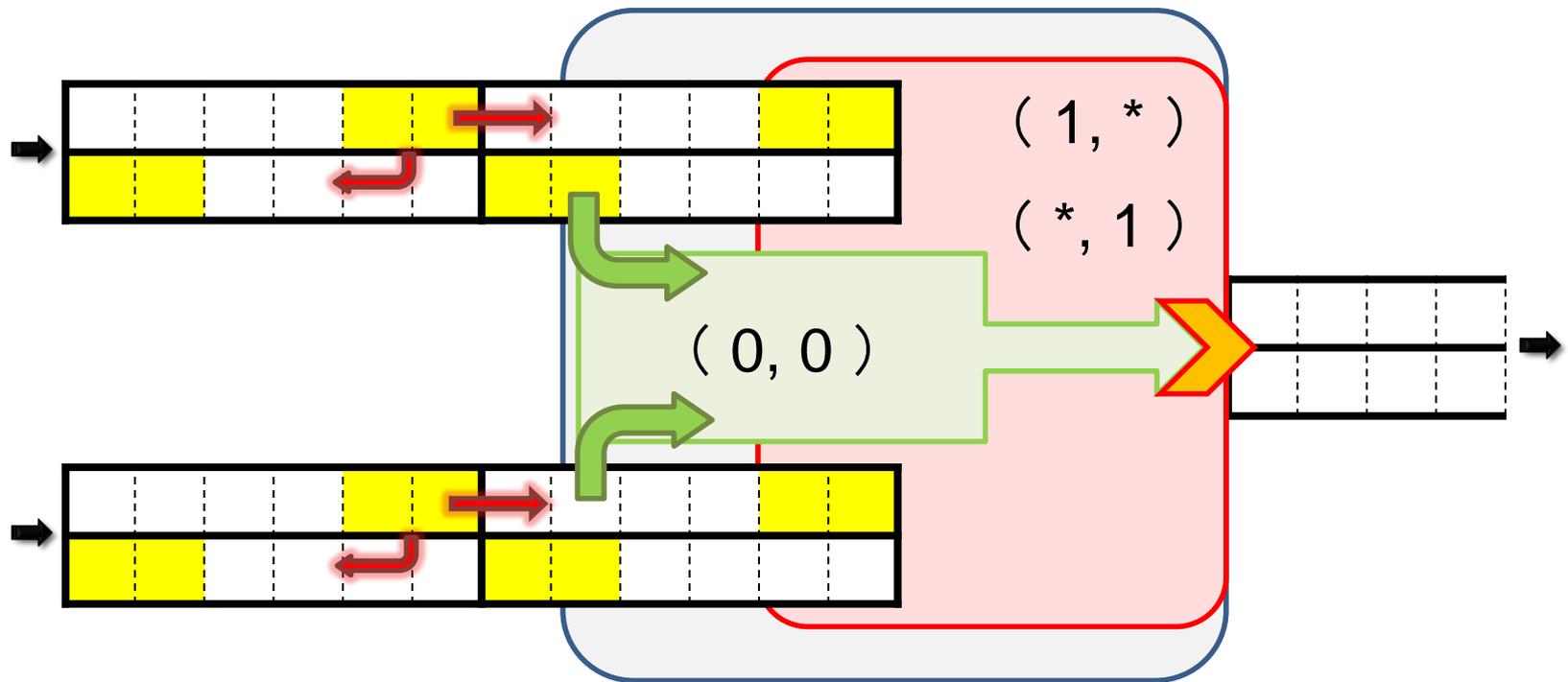
2入力・1出力の論理ゲートの設計方針

- 例: $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 0)$ を2分割(3対1)
- 出力を定める領域, 手薄な領域: 配置に**自由度**
- 全体での**“連結性”**を活かし制御 (非隣接系パズルでは苦手)



非隣接系パズルでの自由度

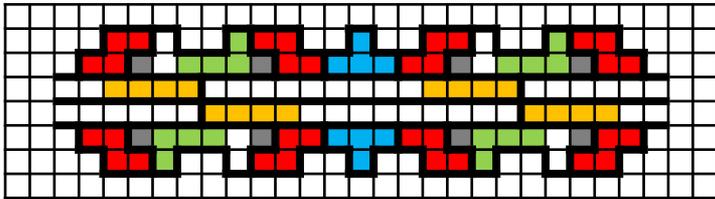
- 基本的には、配置タイル間の“斥力”に頼った構造
- 2入力・1出力のゲート設計：信号集約のための“遊び”が必要
- 周囲から影響を受けない領域が存在してしまう = “遊び”(?)



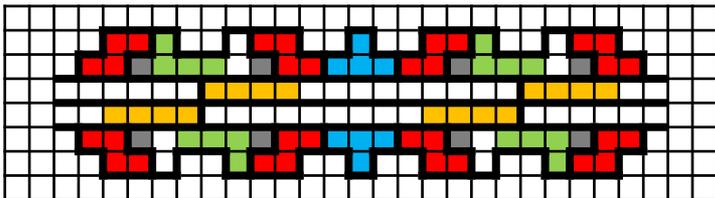
LITS – 部品紹介

ワイヤー部

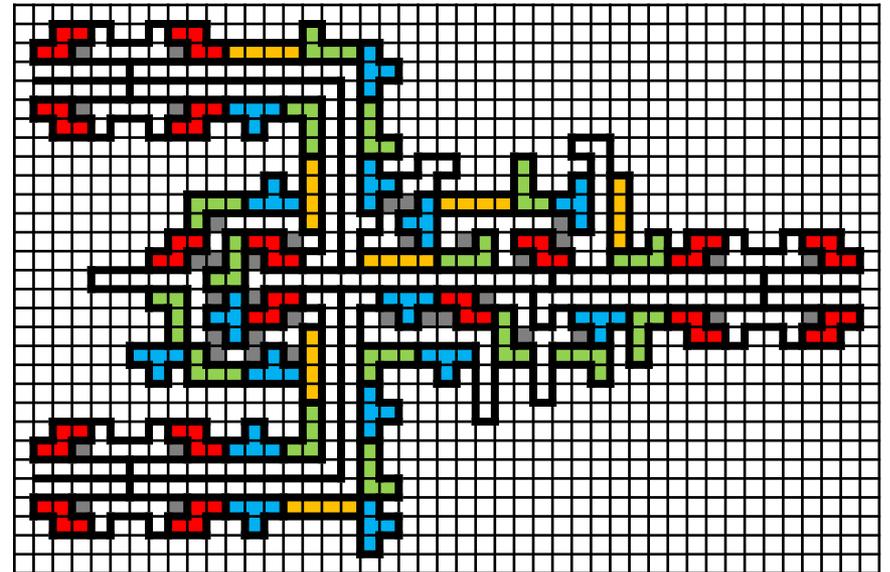
(真)



(偽)

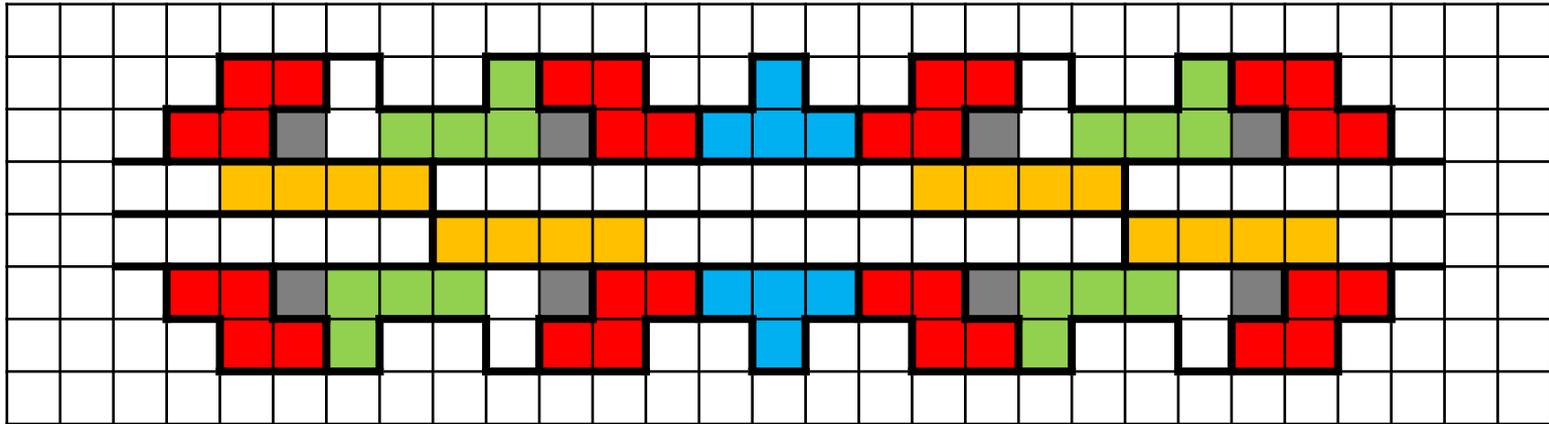


NAND部

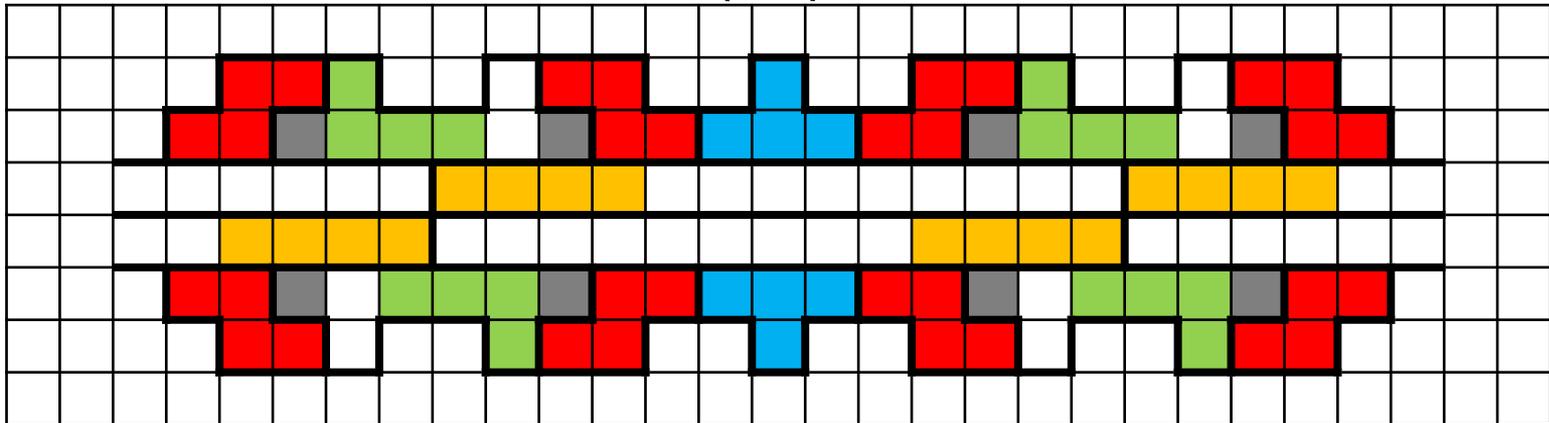


LITS - ワイヤー部

(真)



(偽)



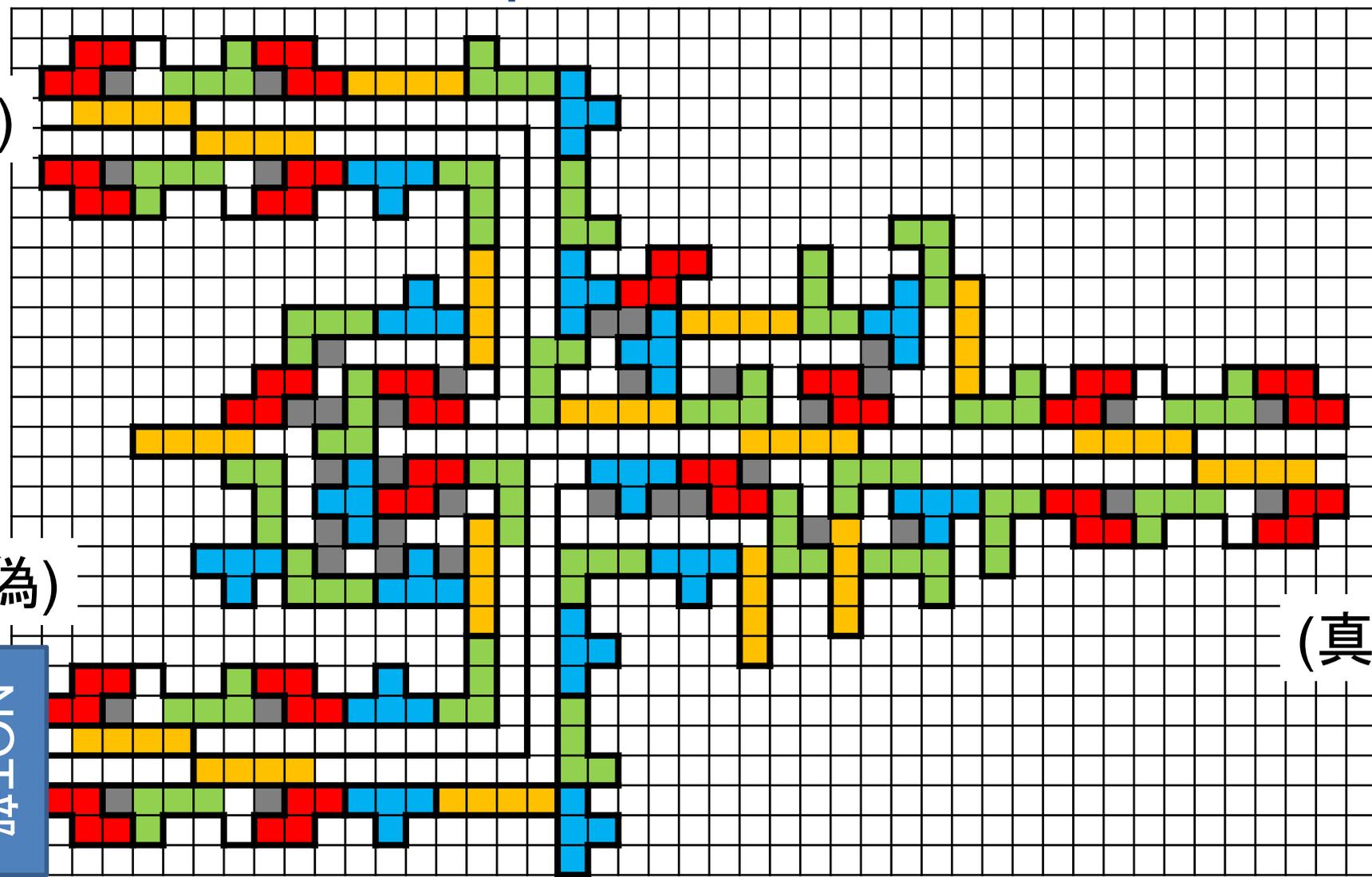
LITS – NAND部

(真)

(偽)

(真)

NOT部



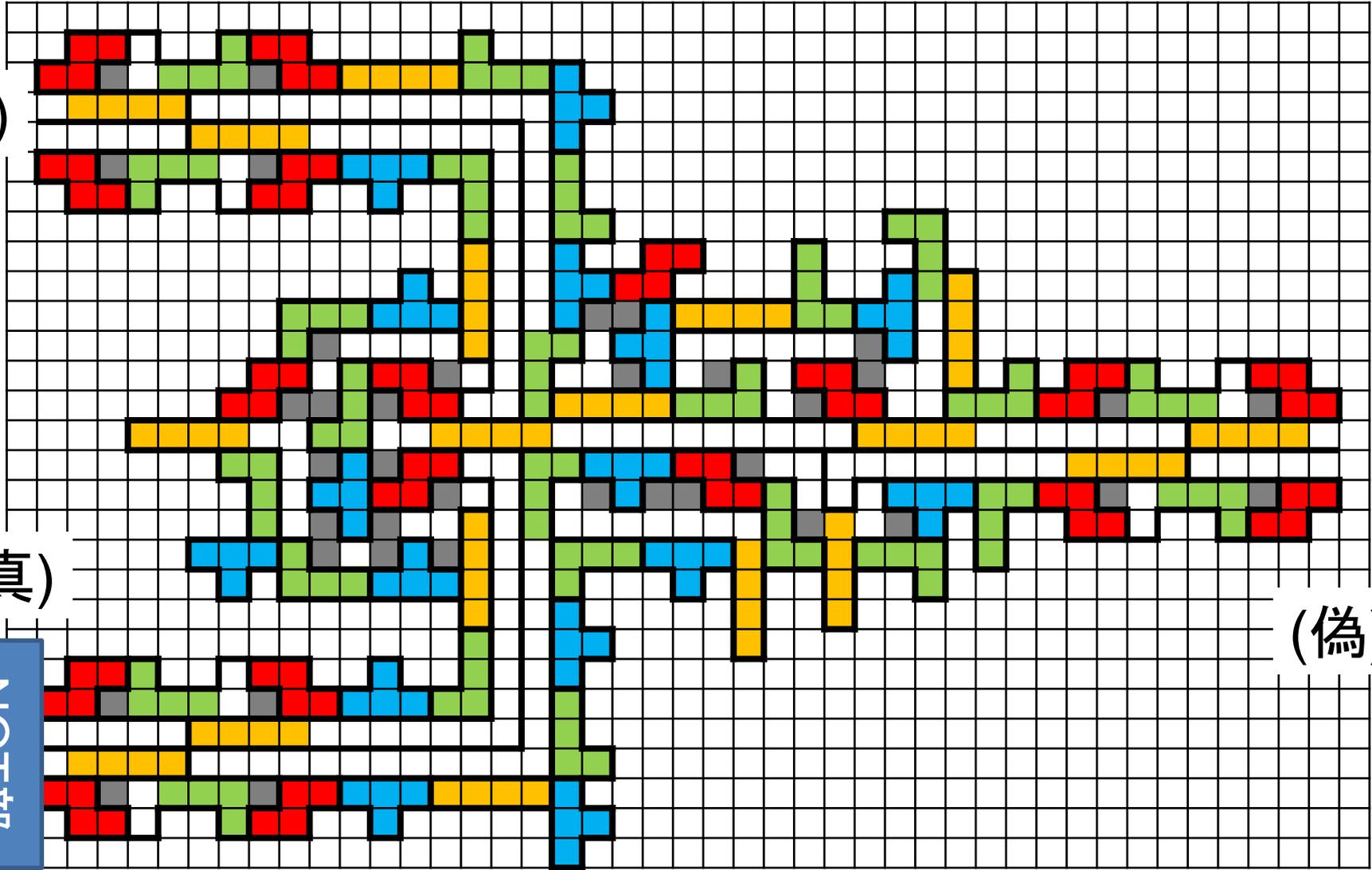
LITS – NAND部

(真)

(真)

(偽)

NOT部



島国 - ワイヤ一部

(真)

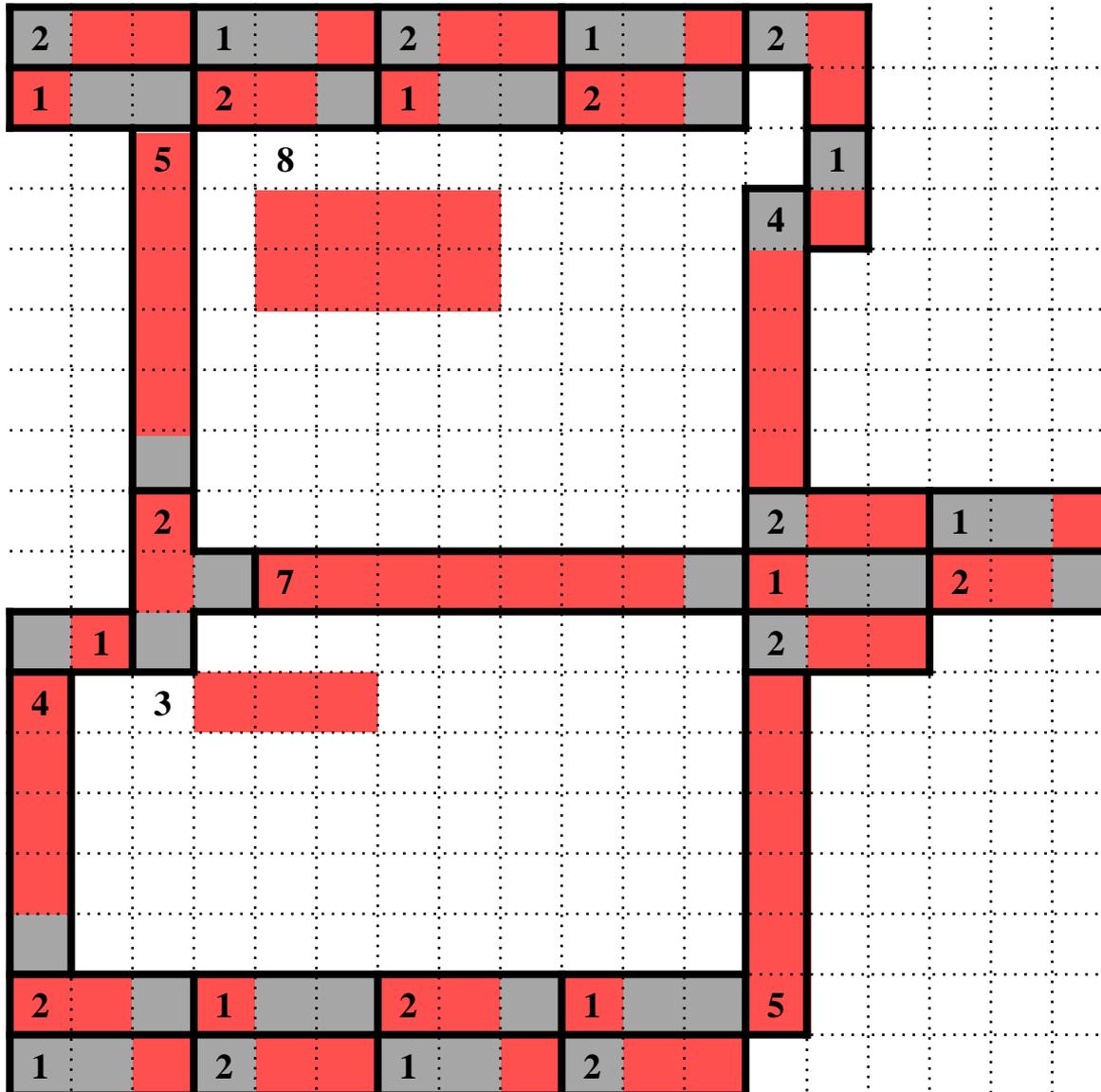
2			1			2			1		
1			2			1			2		

(偽)

2			1			2			1		
1			2			1			2		

島国 - AND部

(偽)

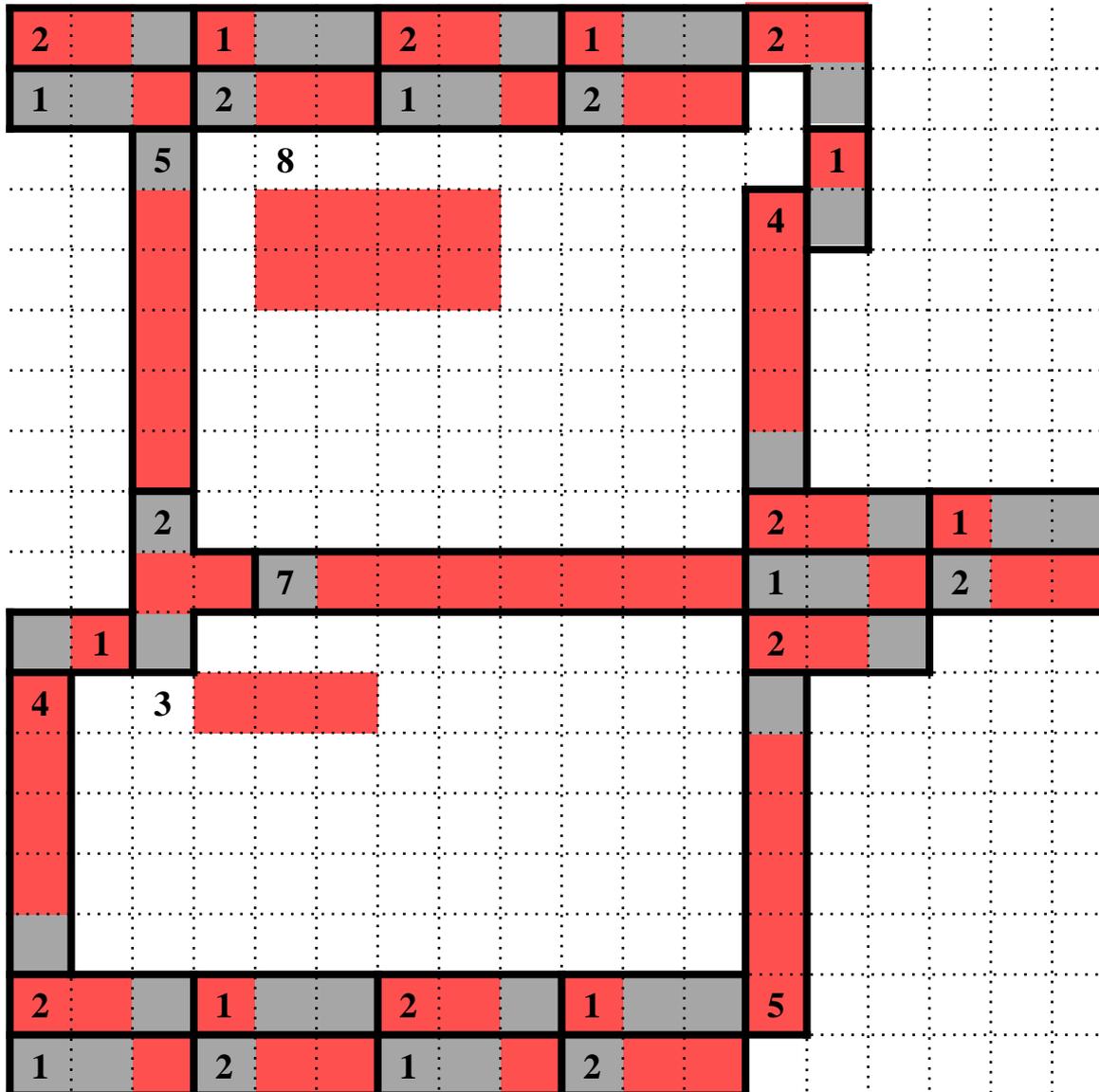


(真)

(偽)

島国 - AND部

(真)



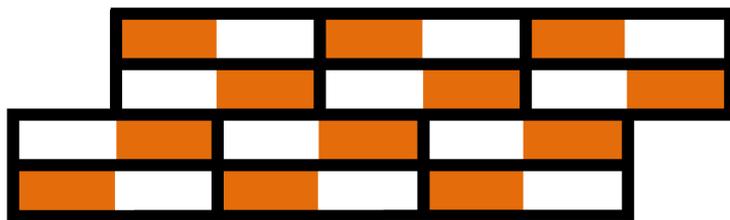
(真)

(真)

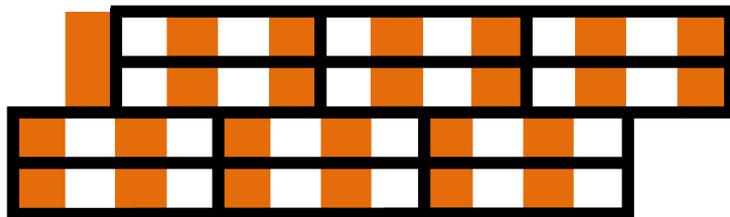
のりのり – 部品紹介

ワイヤー部

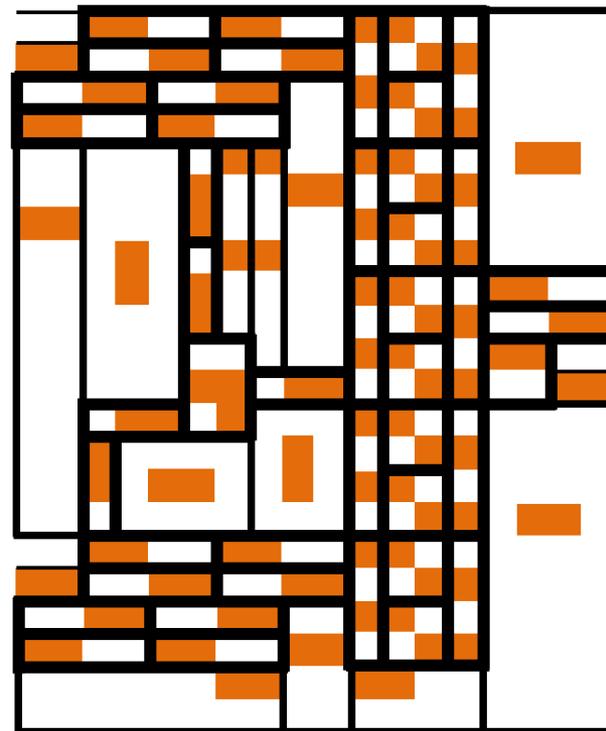
(真)



(偽)

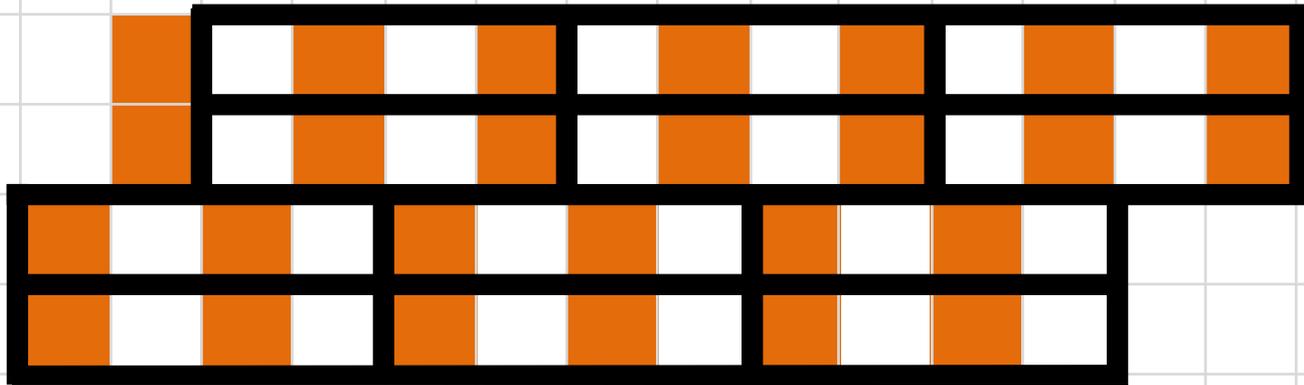


AND部



のりのりーワイヤー部

(偽)



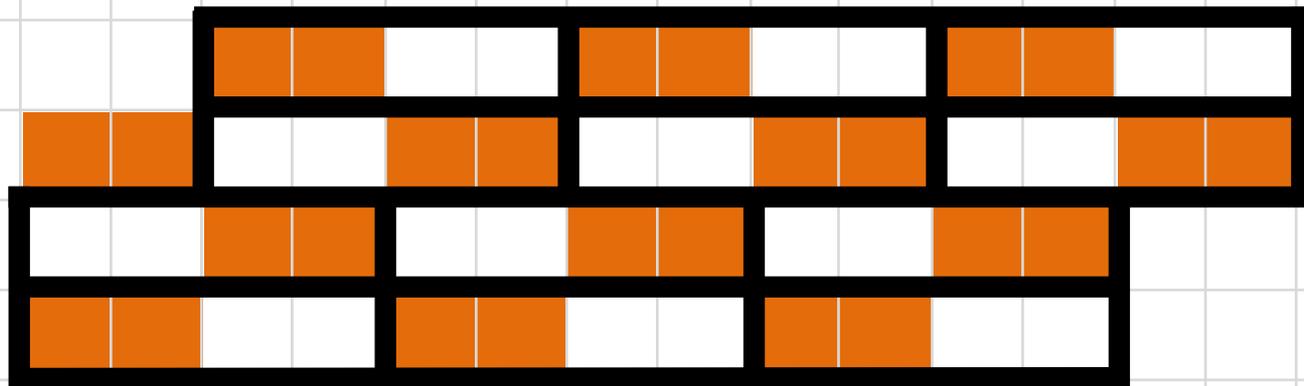
偽



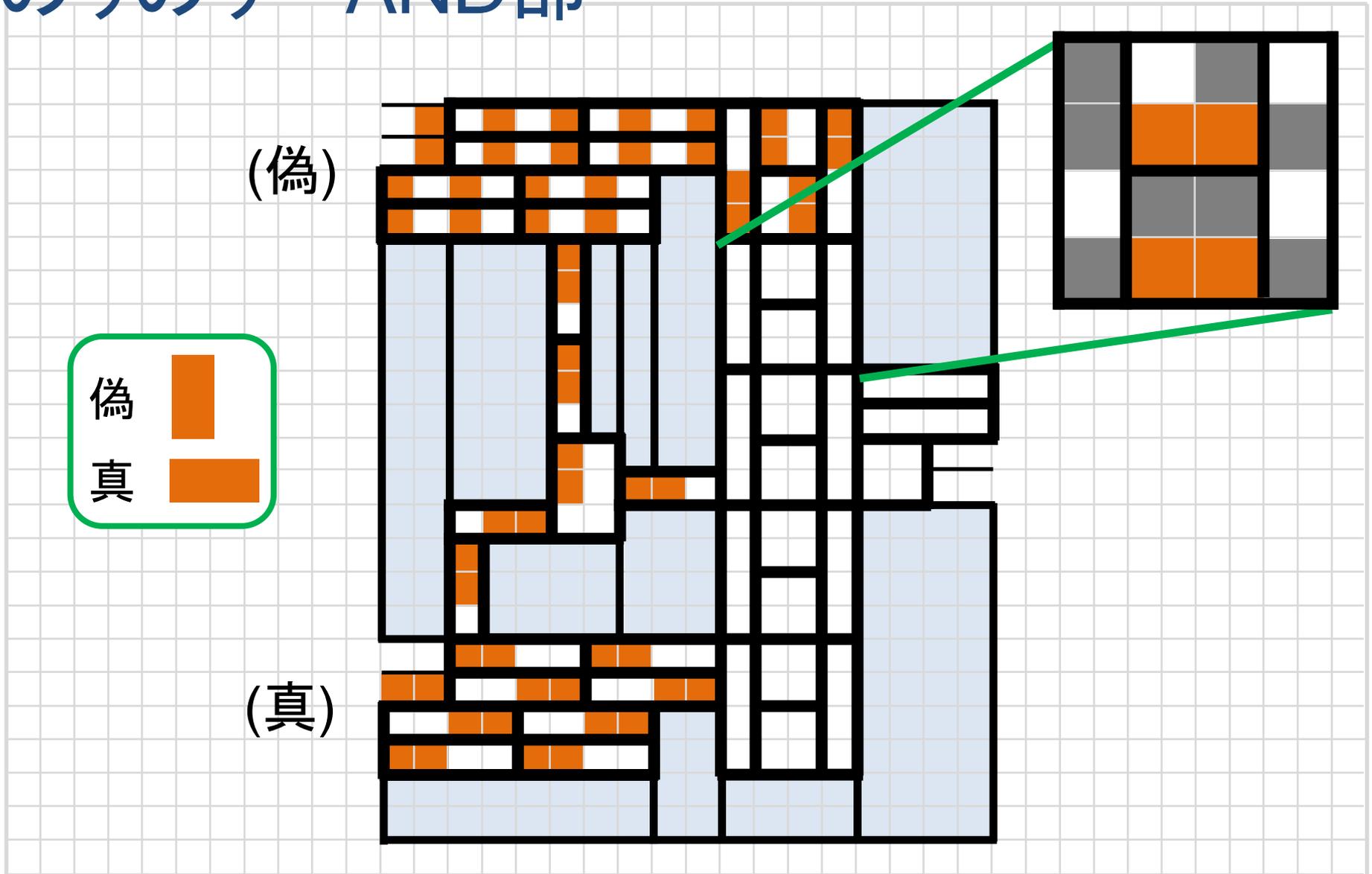
真



(真)



のりのり – AND部

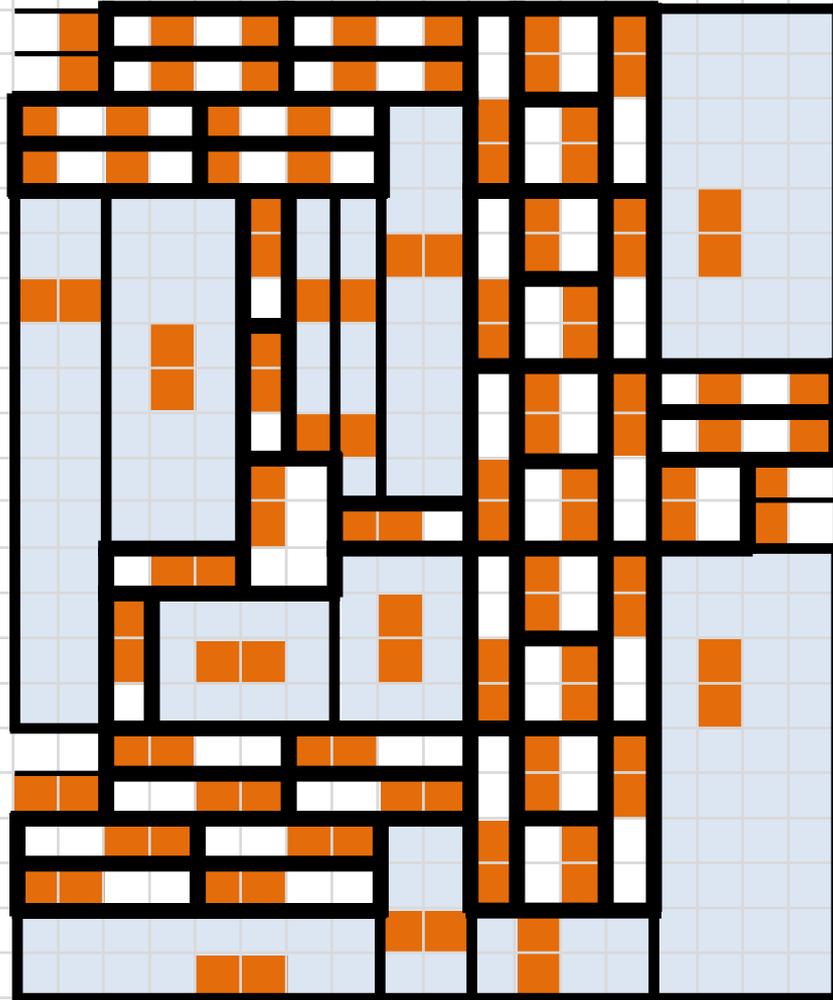


のりのり – AND部

(偽)

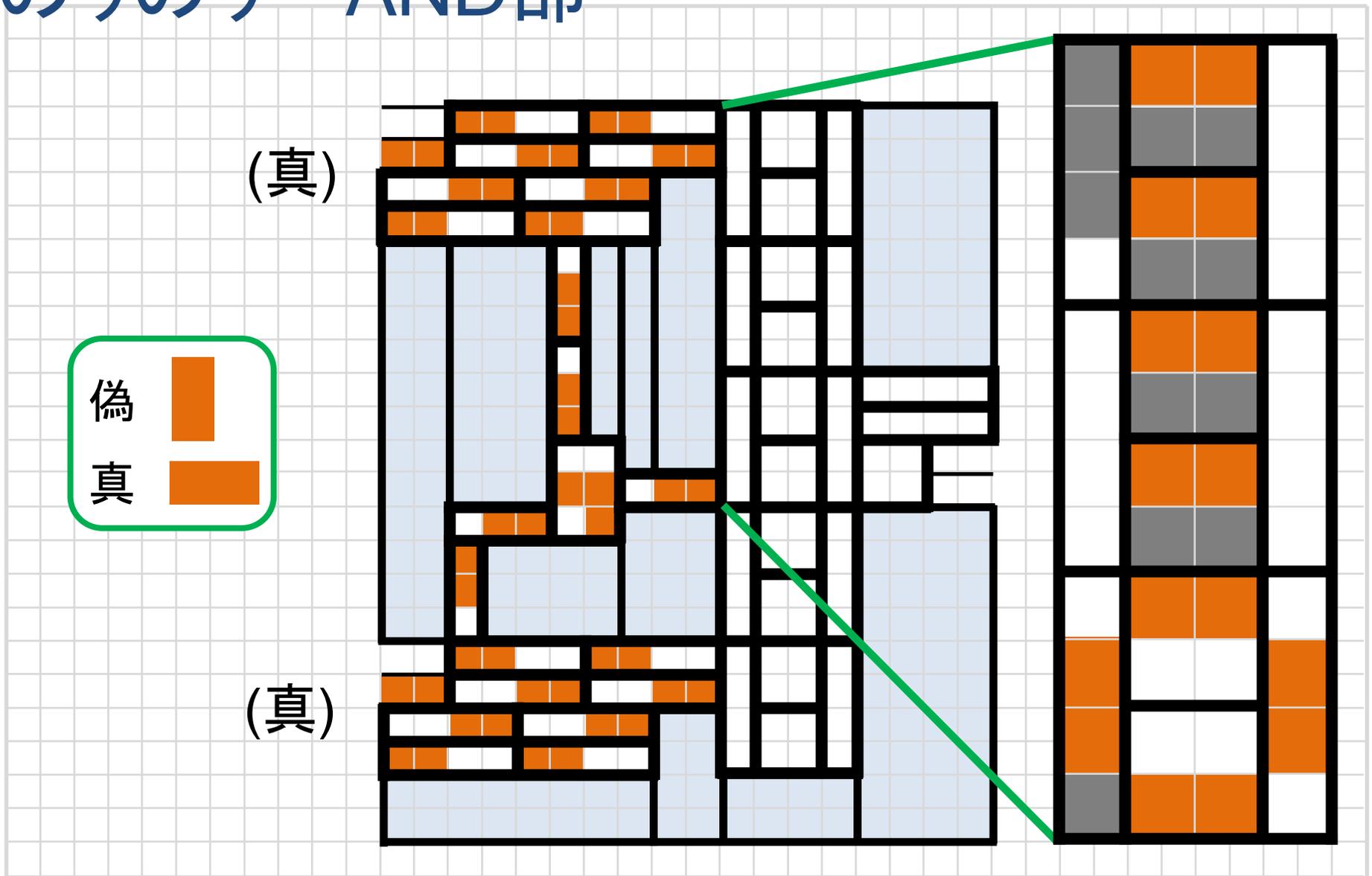


(真)

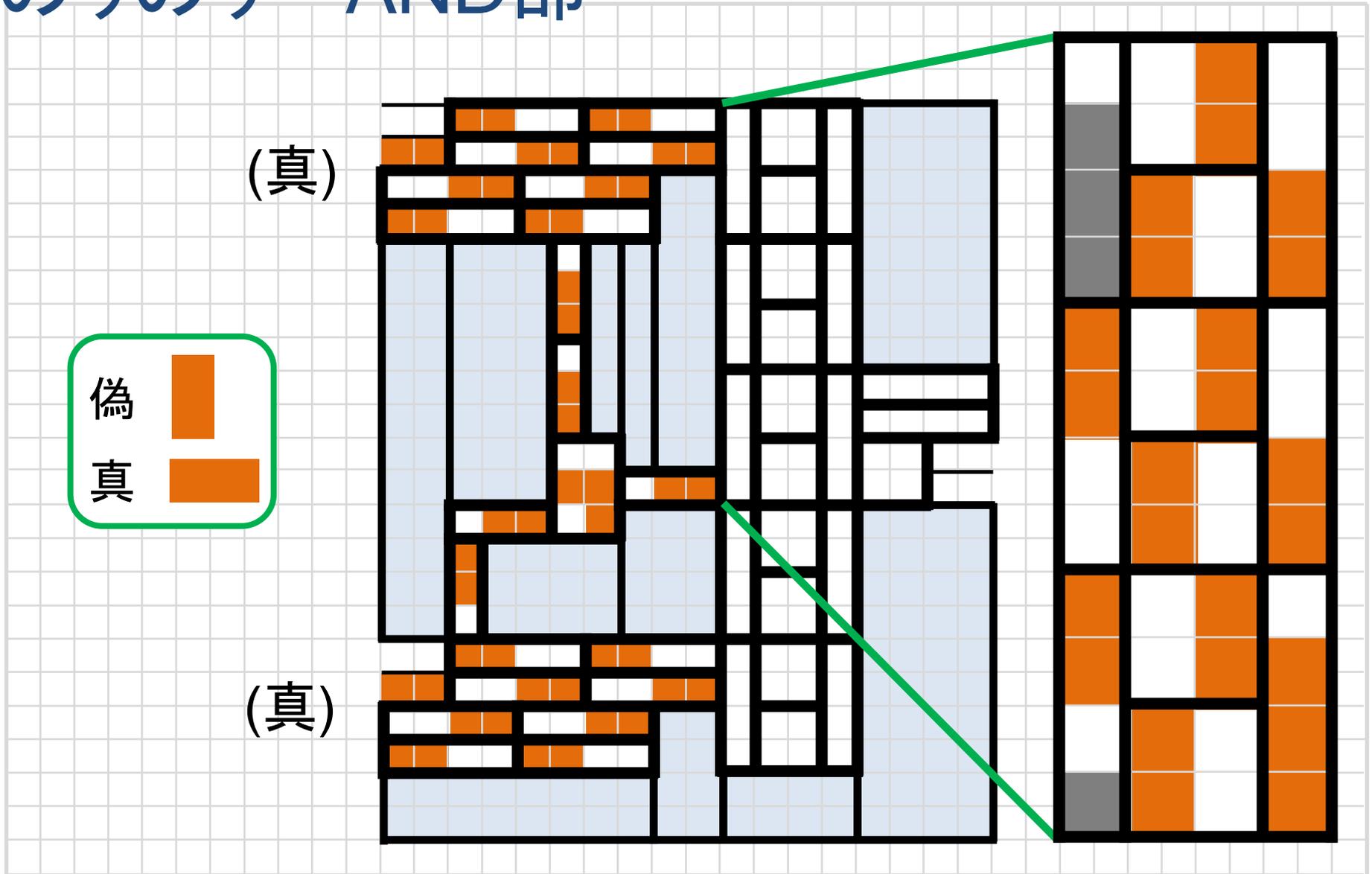


偽

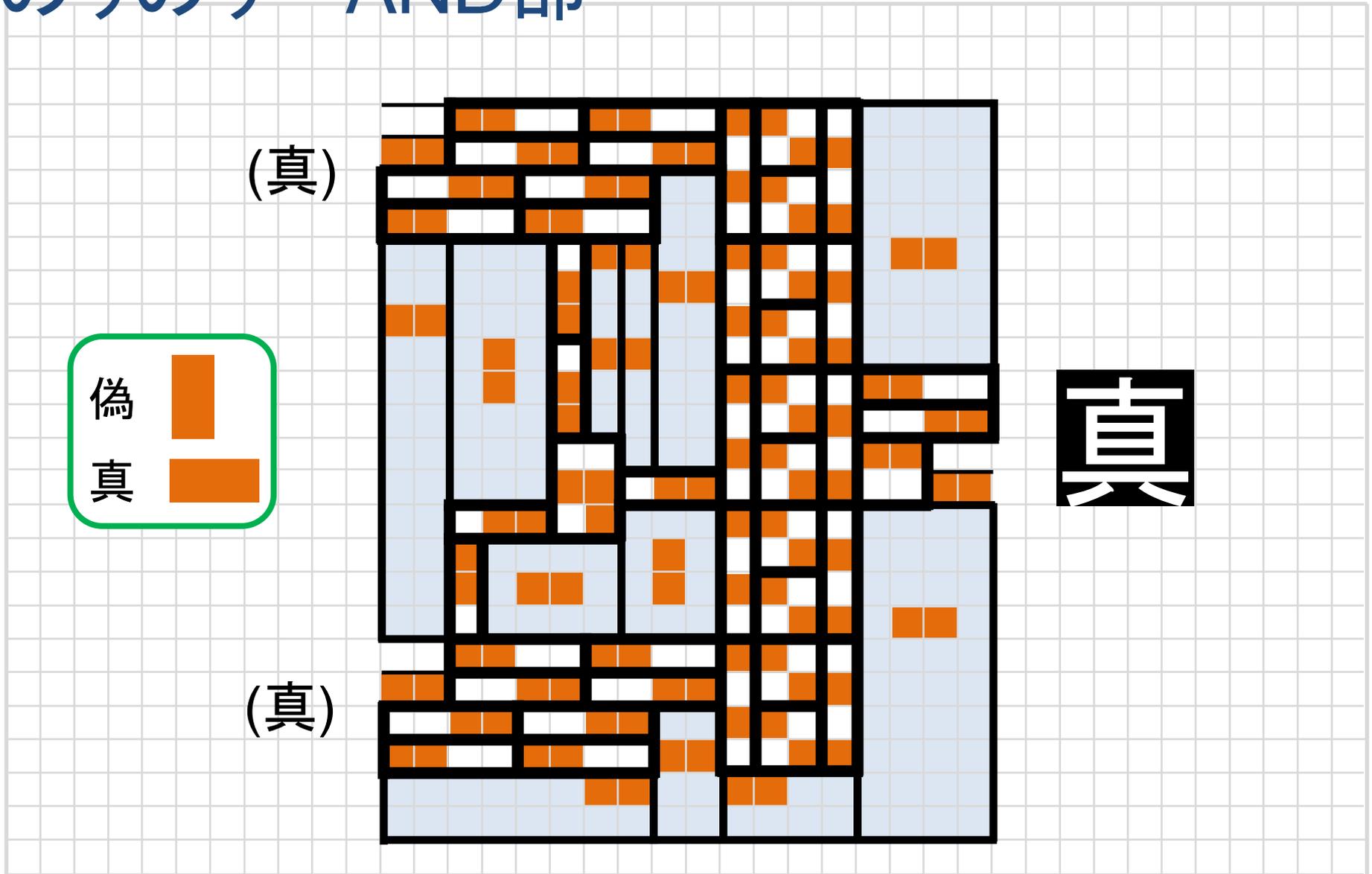
のりのり – AND部



のりのり – AND部



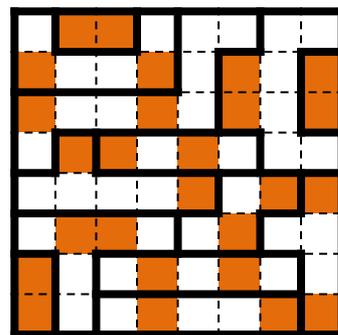
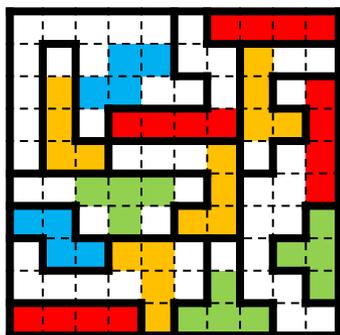
のりのり – AND部



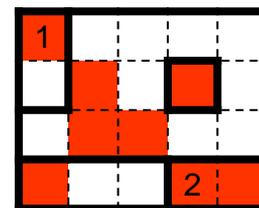
まとめと今後の課題(1)

- 3つのペンシルパズルの計算複雑さを解明
 - LITS (全体連結系): NP完全, ASP完全
 - のりのり, 島国 (非隣接系): NP完全
- 配置タイルの制限, ブロックサイズ制限, 国サイズ制限
- 非隣接系パズルでの, 他と影響し合わない孤立領域の存在
- 孤立領域内での“差し替え”で, 別解の構成は容易?

LITS



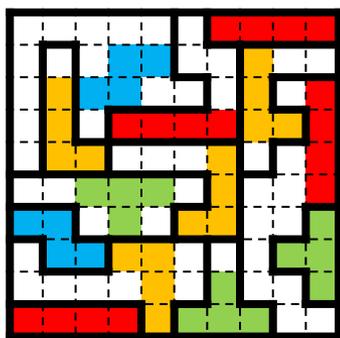
のりのり



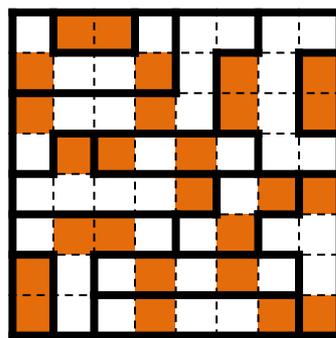
島国

まとめと今後の課題(2)

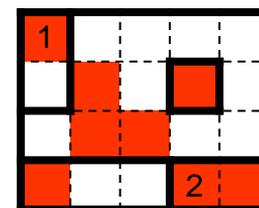
- 非隣接系パズルでの、他と影響し合わない孤立領域の存在
- 孤立領域内での“差し替え”で、別解の構成は容易？
- 彩色問題における、色名の読み替えによる別解の要領
- NP完全ではあるが、ASPは効率的に解ける？



LITS



のりのり



島国