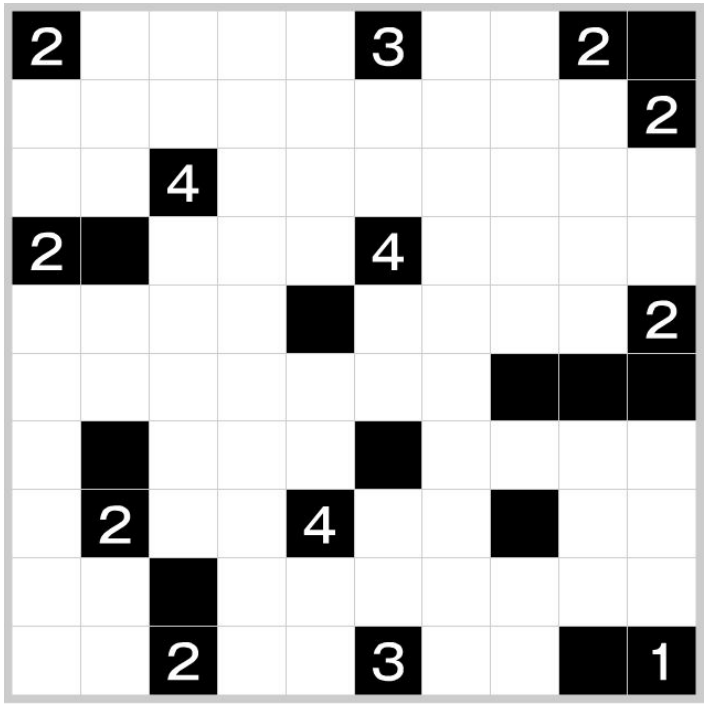
シャカシャカはNP完全

エリック・ドメイン(MIT)
上原 隆平(JAIST)
宇野 裕之(大阪府立大)

シャカシャカ Shakashaka

- ニコリ nikoli のペンシルパズル
- ニコリ123号(2008年6月発行)で初登場
- 原作者はGutenさん
- 単行本としても出版(2012年1月)

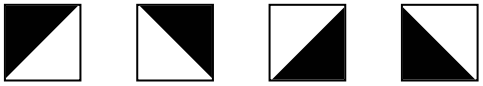


Shakashaka: Rules

初期盤面例

2				1
		4		
1				
0				1

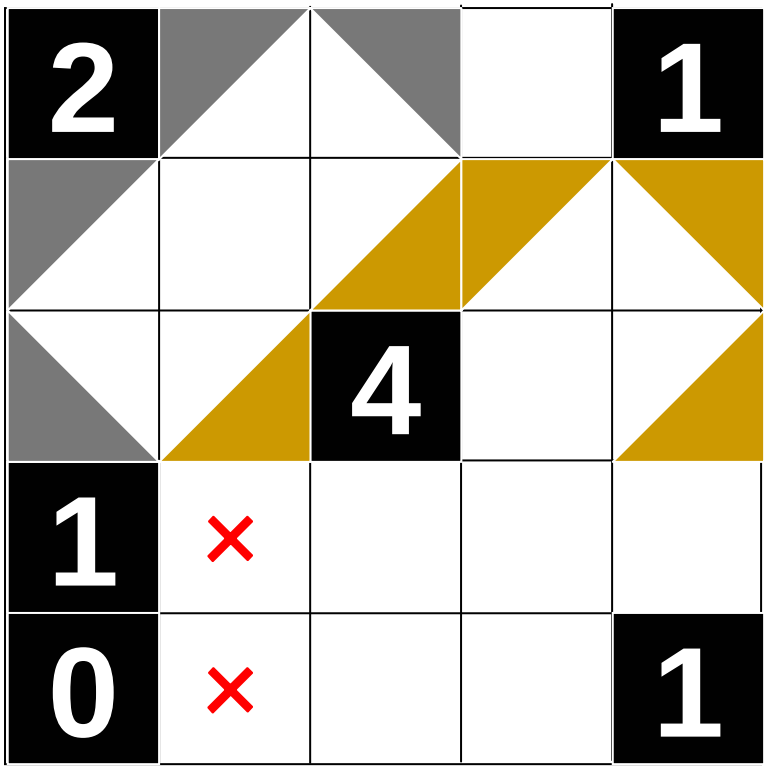
- 各白マスを，
  高々1つの直角2等辺三角形で
  塗りつぶす

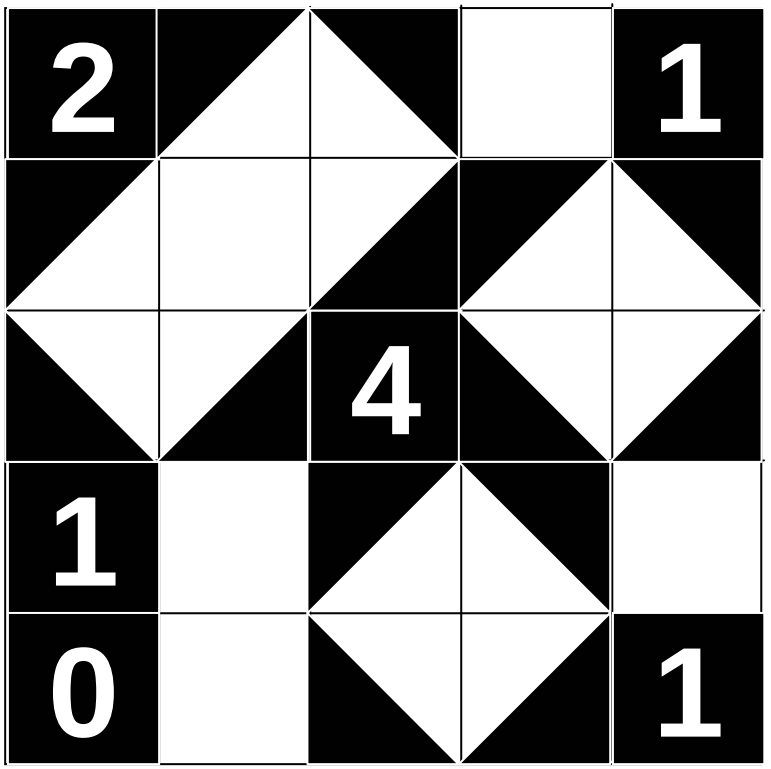


- 白抜き数字は，
  上下左右隣接4マスのうち
  直角2等辺三角形を塗るマスの数（0～4）
  （初期盤面で黒く塗られたマスも存在可）

- 塗らずに残る図形(白部分)は長方形

Shakashaka: How to Solve





ペンシルパズルとNP完全性

さまざまなペンシルパズルのNP完全性が知られている

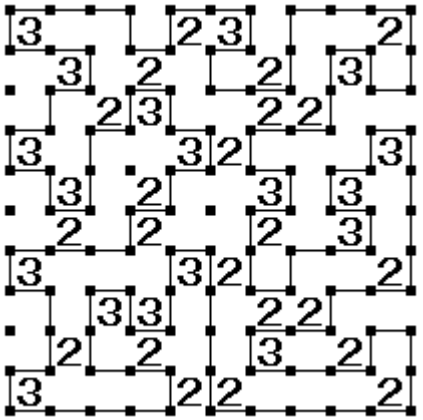
外国人にも大人気

数独(sudoku), ナンプレ

		6						1
	7			6			5	
8			1		3	2		
		5		4		8		
	4		7		2		9	
		8		1		7		
		1	2		5			3
	6			7			8	
2						4		

いまや定番

スリザーリンク



期待の新顔(？)

ひとりにしてくれ(HITORI)

1	8	6	2	6	7	5	3
3	1	1	1	8	2	2	2
8	3	2	4	7	6	5	1
3	7	5	8	3	3	1	4
5	4	4	6	7	1	8	2
7	1	4	3	2	5	3	5
2	2	8	3	4	4	7	5
2	2	3	1	4	4	6	5

その他, カックロ, 美術館, ののぐらむ, フィルオミノ, LITS, ましゅ, ぬりかべ, など

<u>シャカシャカ</u>(SHAKASHAKA)

入力:シャカシャカの初期盤面

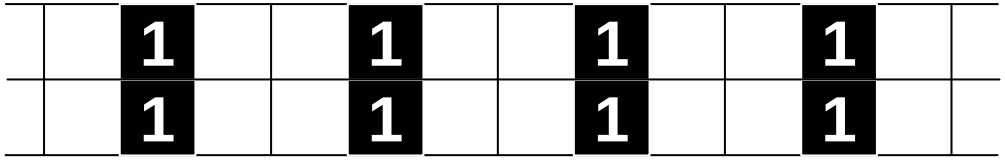
(長方形グリッド, そのいくつかのセルに0～4の数字, あるいは黒塗り)

出力:シャカシャカ解があるか?

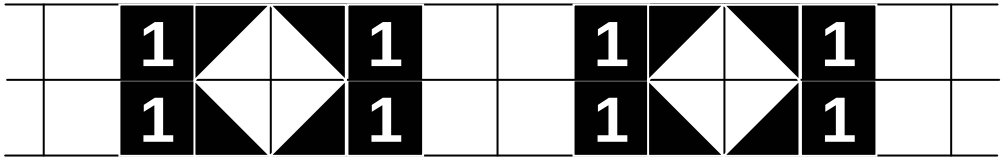
(上記以外のセルを高々1つの直角三角形で黒く塗り, 塗り残した各領域をすべて長方形にできるか)

Basic Observation

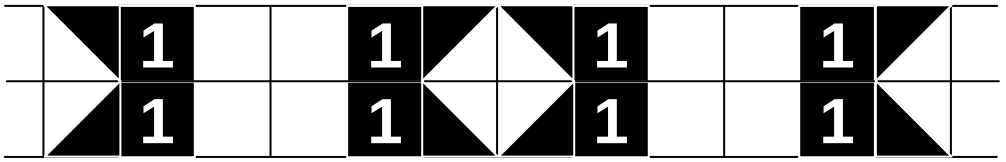
こういう構造があると



つぎのいずれか一つの塗り方にしたがう



or

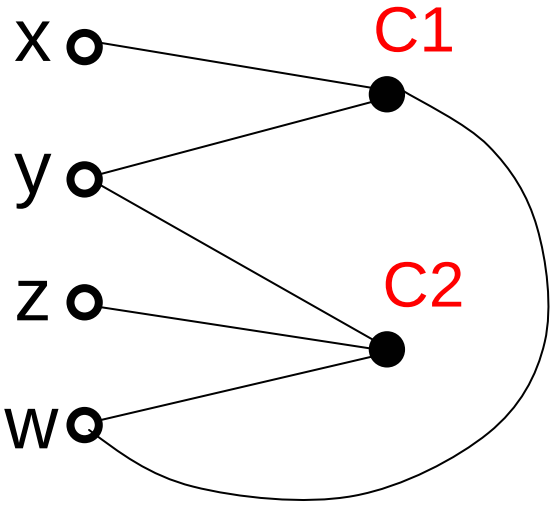


NP-hardness: Reduction from Planar 3SAT

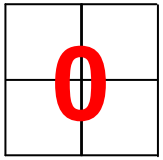
SAT [Cook, 1979]
3SAT [Cook, 1979]
planar 3SAT [Lichtenstein, 1982] → NP-complete

C1 C2

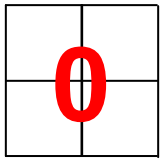
Example: f = (x or $\overline{y}$ or w) and (y or $\overline{z}$ or $\overline{w}$)



この2×2の構造と塗り方を，
真理値0，1と見なすことにする



Gadgets (1)

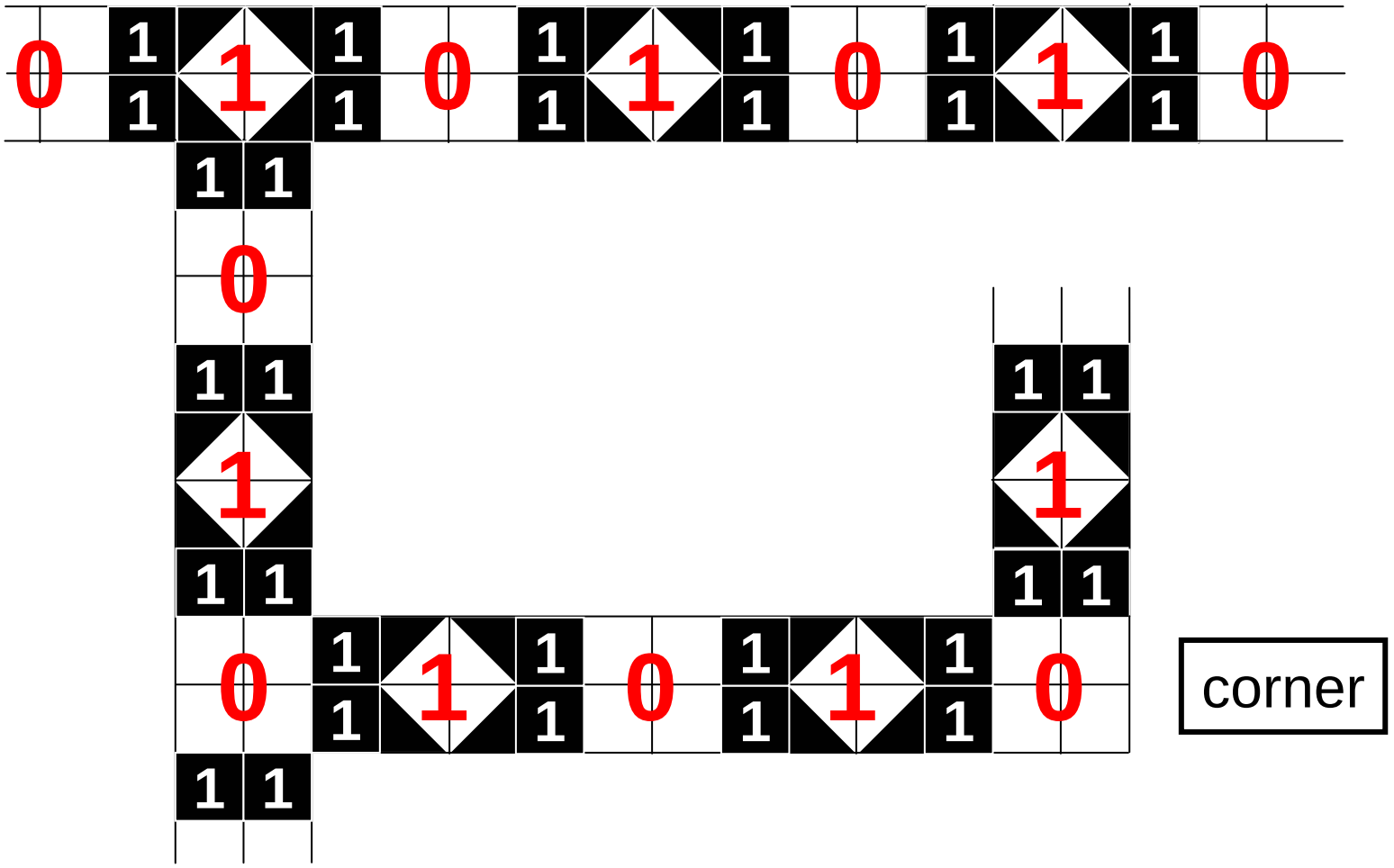


すると,

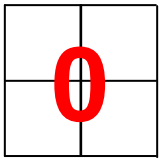
wire

split

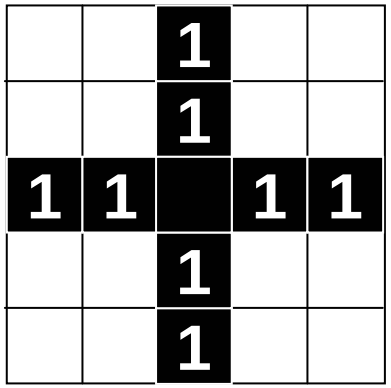
corner



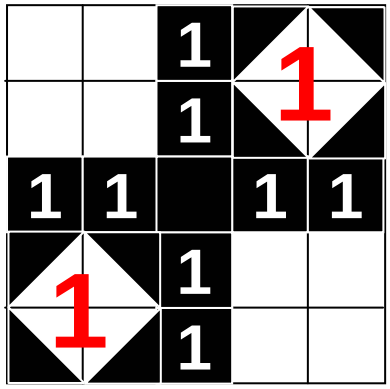
Gadgets (2)

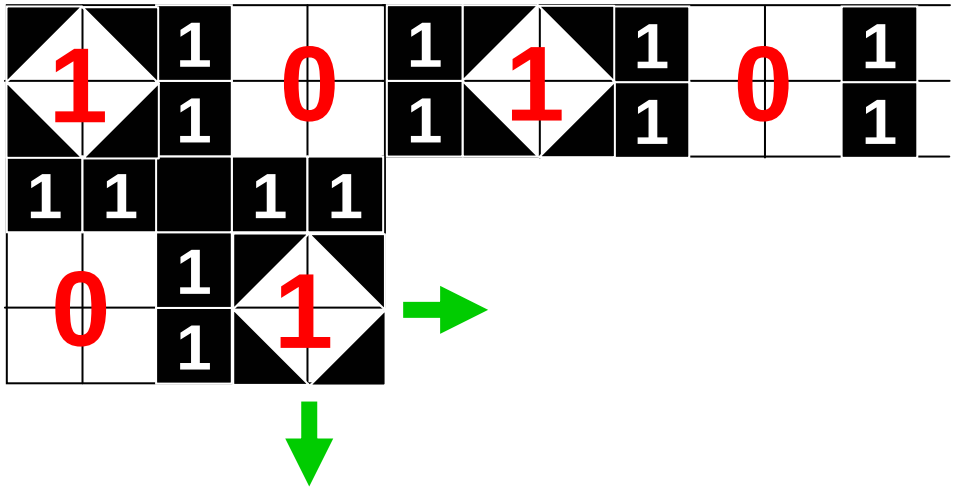


variable

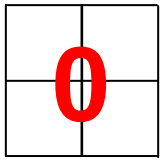


以下の2とおりの割当てのみ可能で，4角8方向から（同時に）0，1値を取り出せる



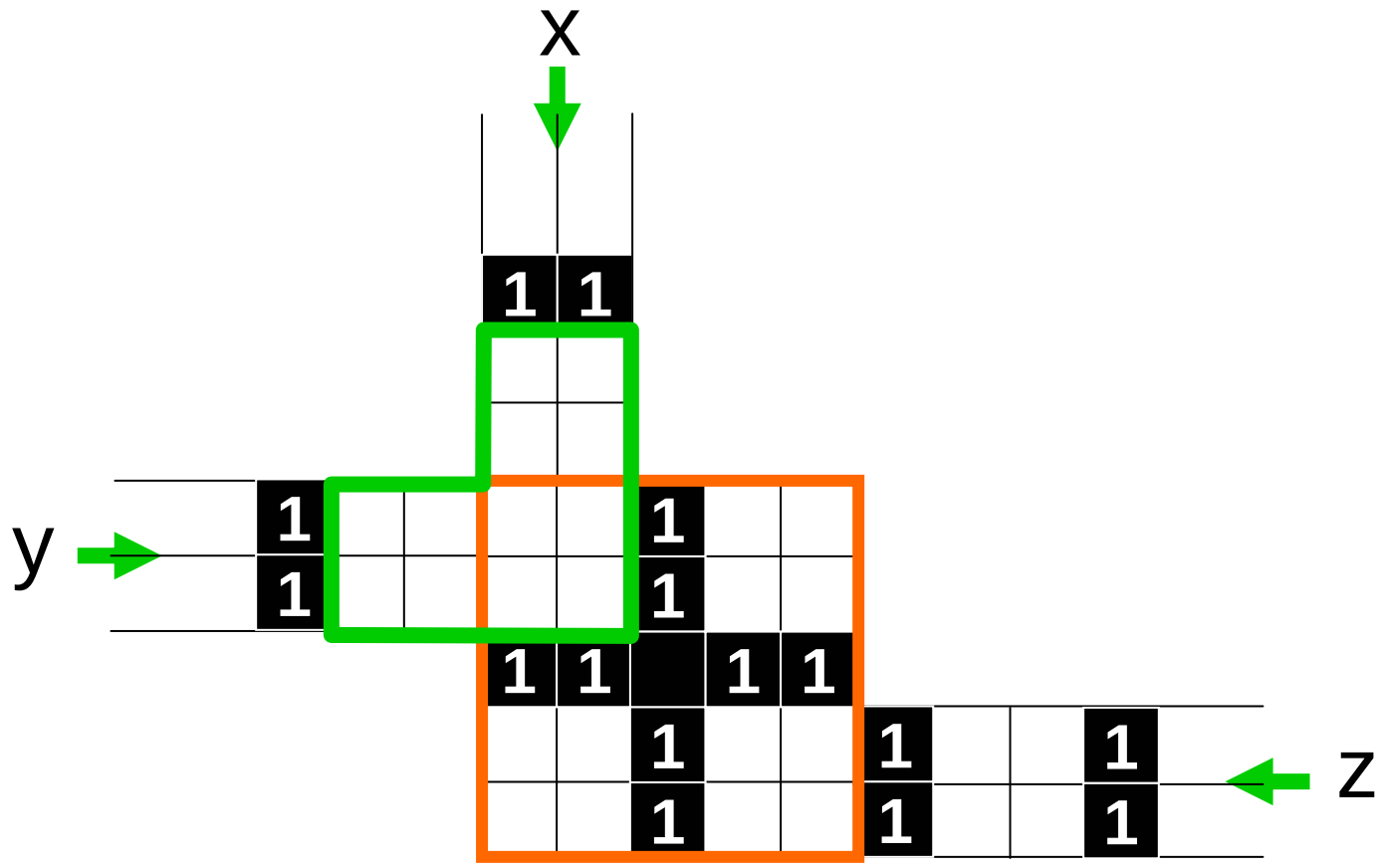


Gadgets (3)

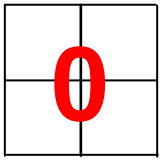


clause

（3変数のOR (x or y or z)）

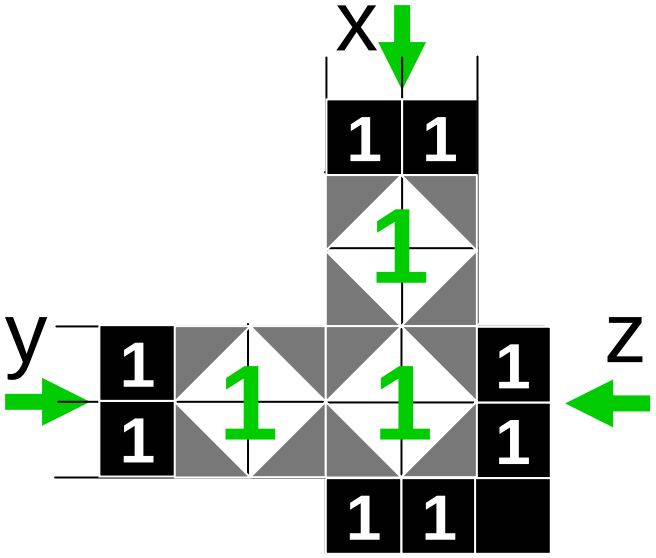


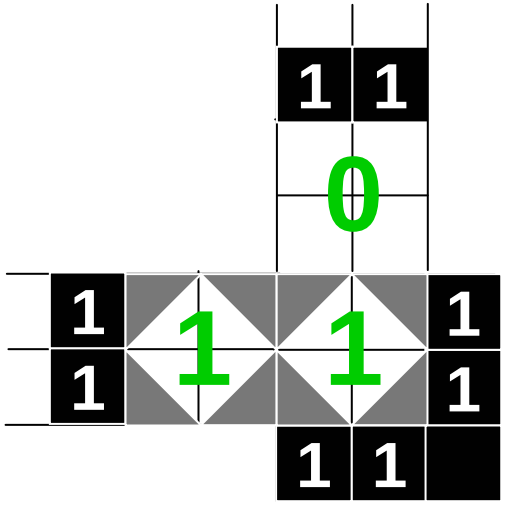
Gadgets (4)

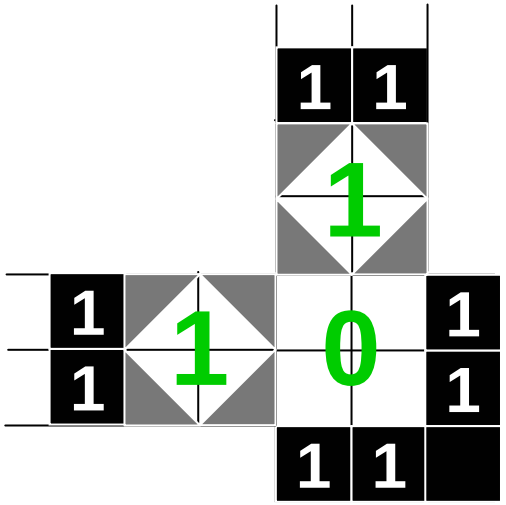


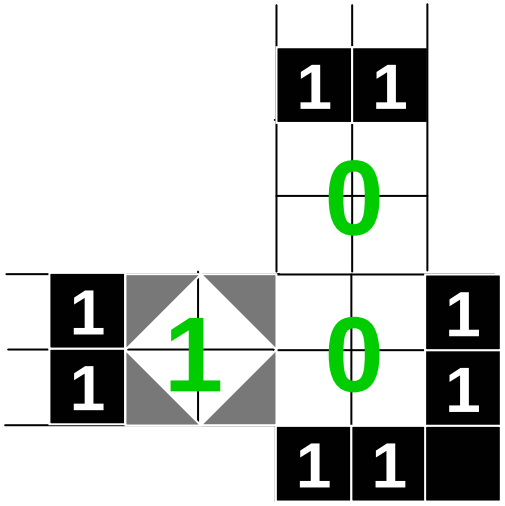
clause

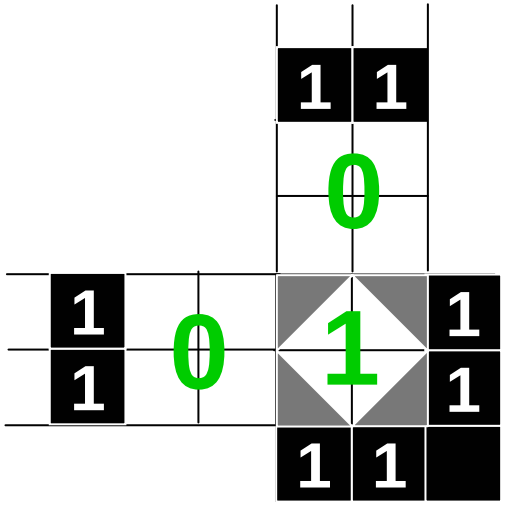
（3変数のOR (x or y or z)）

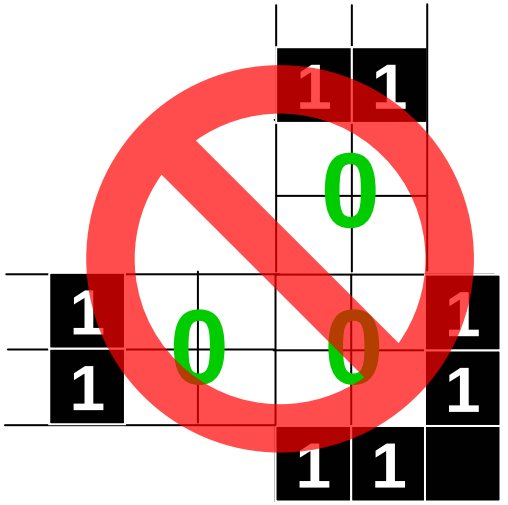






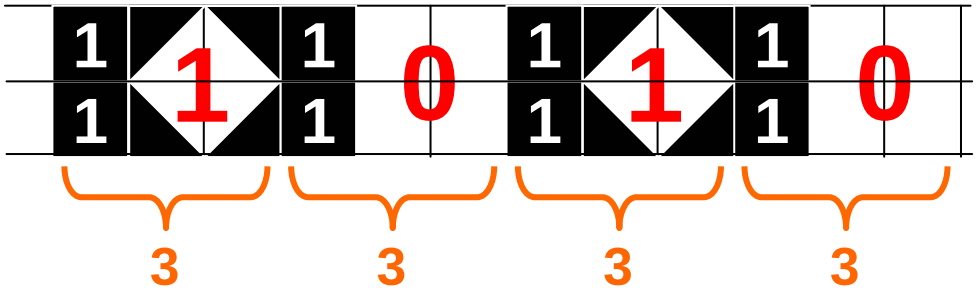


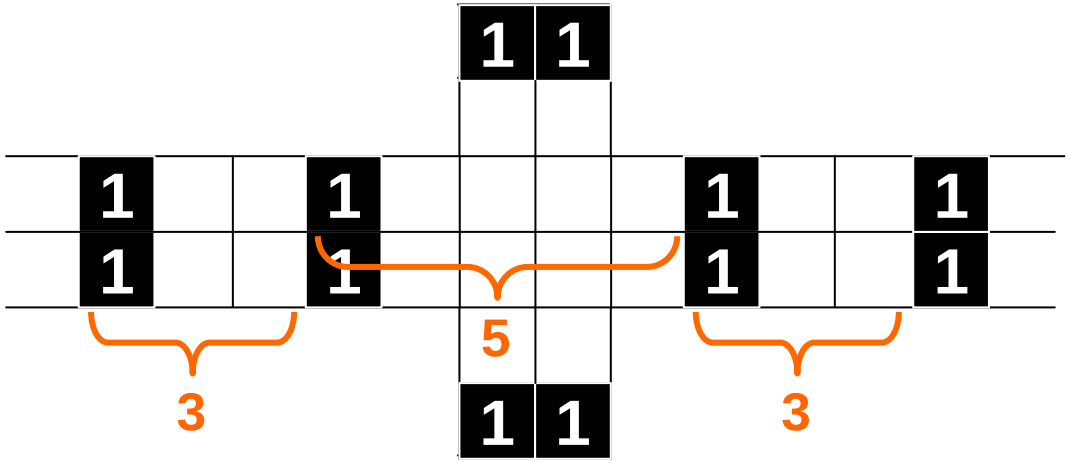


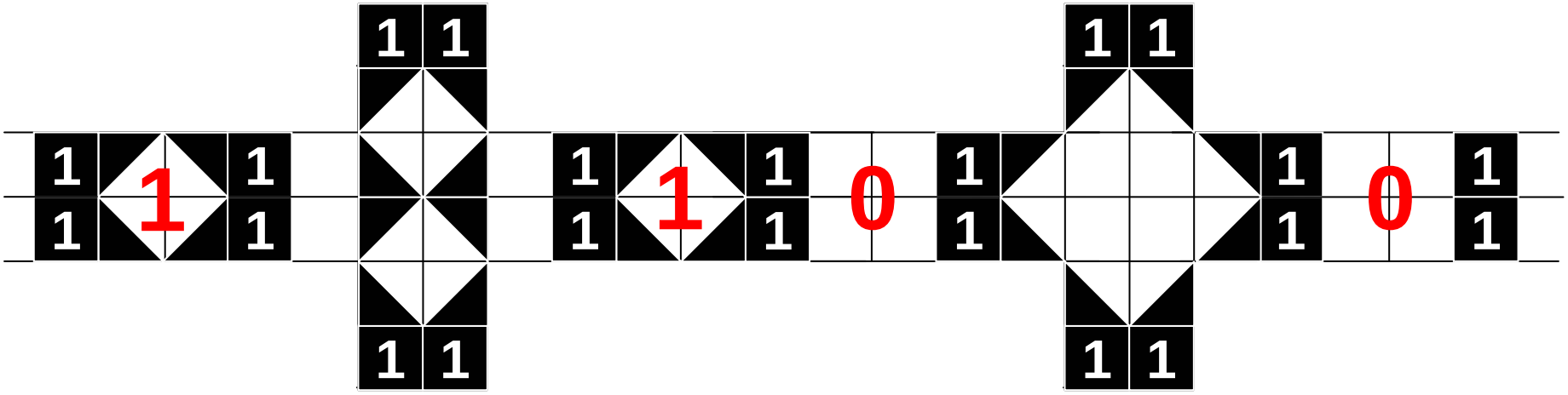


Gadgets (5)

parity （縦横長さ調整）

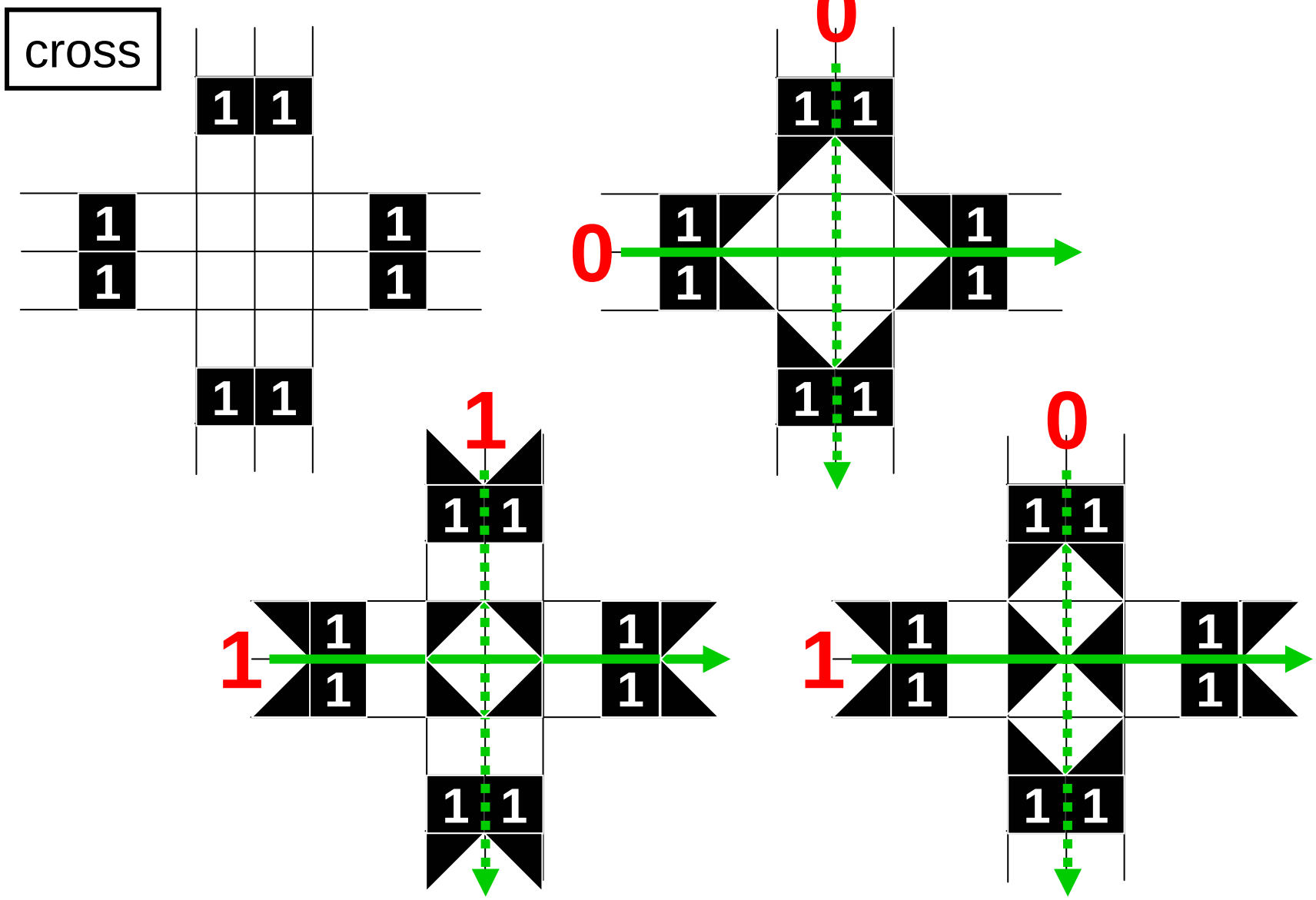






Gadgets (6)

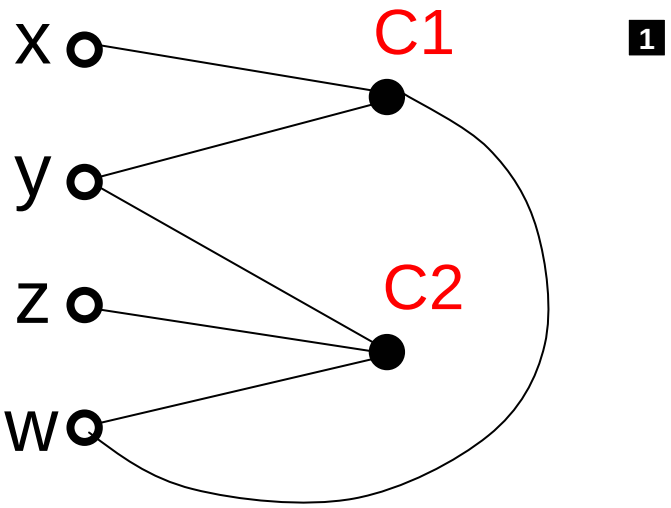
（これは使わない）

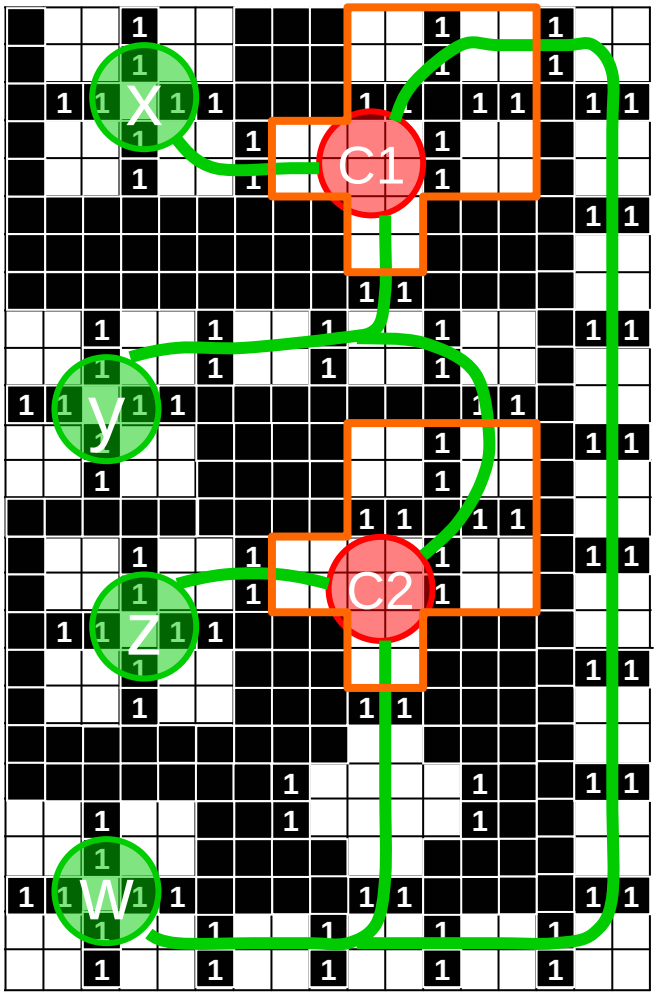


Reduction Example

Example: f = (x or $\bar{y}$ or w) and (y or $\bar{z}$ or $\bar{w}$)

C1 C2





NP-completeness of Shakashaka

- planar 3SAT reduces to Shakashaka

- polynomiality of the reduction → almost trivial

- Shakashaka is in NP → yes instance checkable in P

- Shakashaka is NP-complete!
  no efficient algorithm can likely solve Shakashaka
  this confirms the challenge that humans have had
  in solving Shakashaka