

シャカシャカと整数計画法

岡本 吉央
電気通信大学

2013年3月1日

シャカシャカ と 整数計画法

ペンシルパズルの1つ

- Guten氏 考案
- パズル通信ニコリ
2008年夏号に初登場
- 2009年夏号で昇格
- 2012年1月
ペンパ本発売
- NP完全 (次の発表)

最適化手法の1つ

- 1950年代に創始
(Dantzigによる?)
- 様々な問題を記述可
- 記述能力が高い
- 様々なソルバが存在
- NP完全 (Karp '72)

<この発表の概要>

シャカシャカを整数計画法で記述する

シャカシャカ：盤面

- 盤面は四角のマス目
($m \times n$)
- 各マス目は
 - 白マス
 - 黒マス
 - 数字の入った黒マス

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

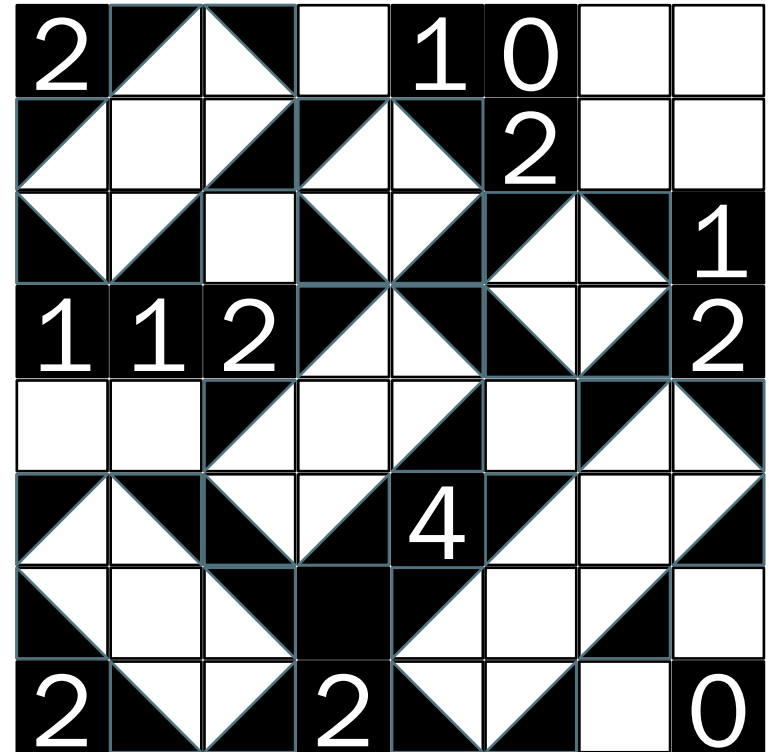
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

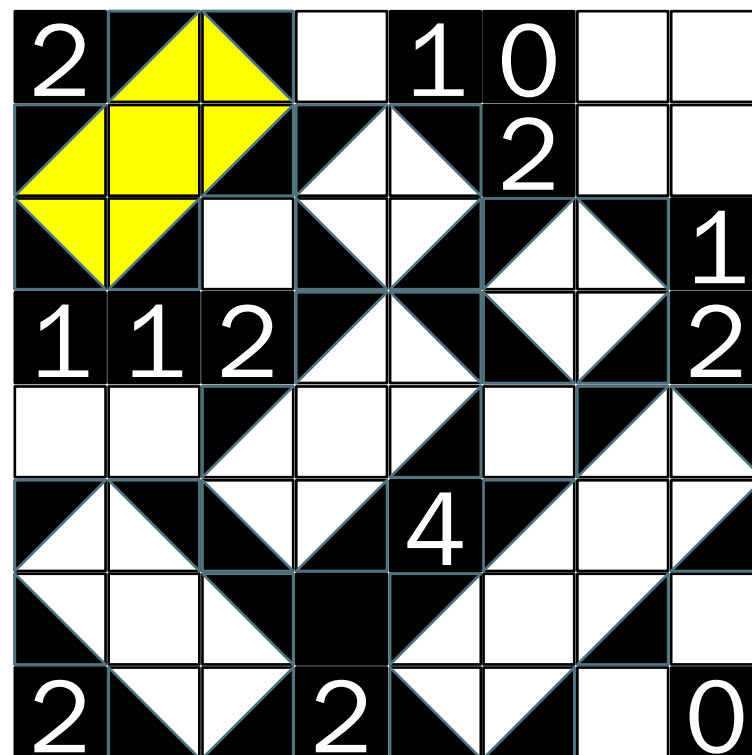
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

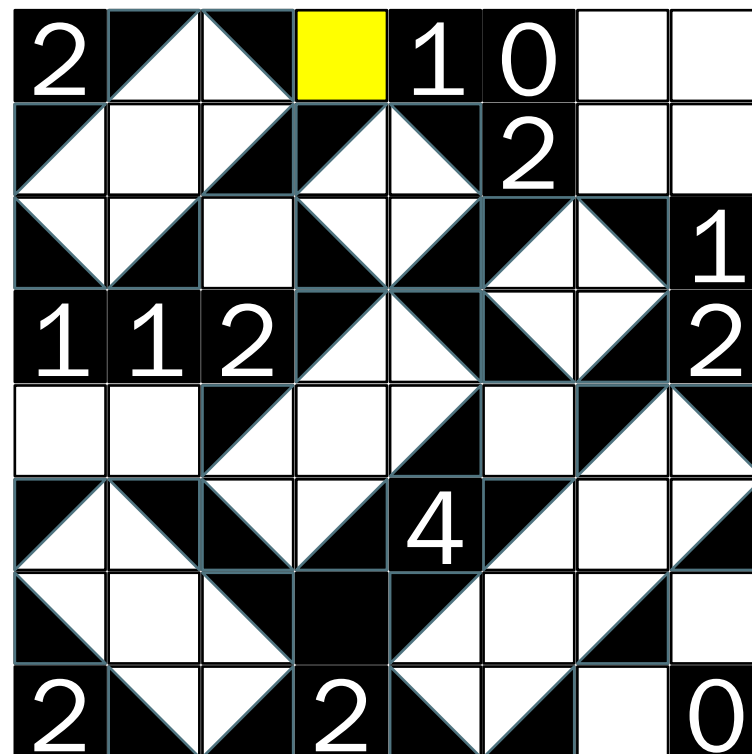
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

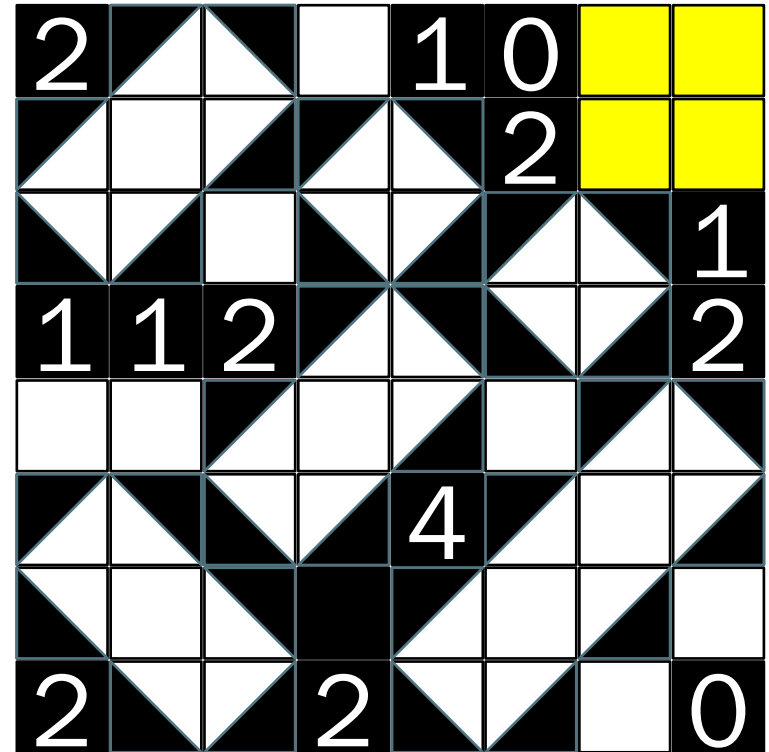
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

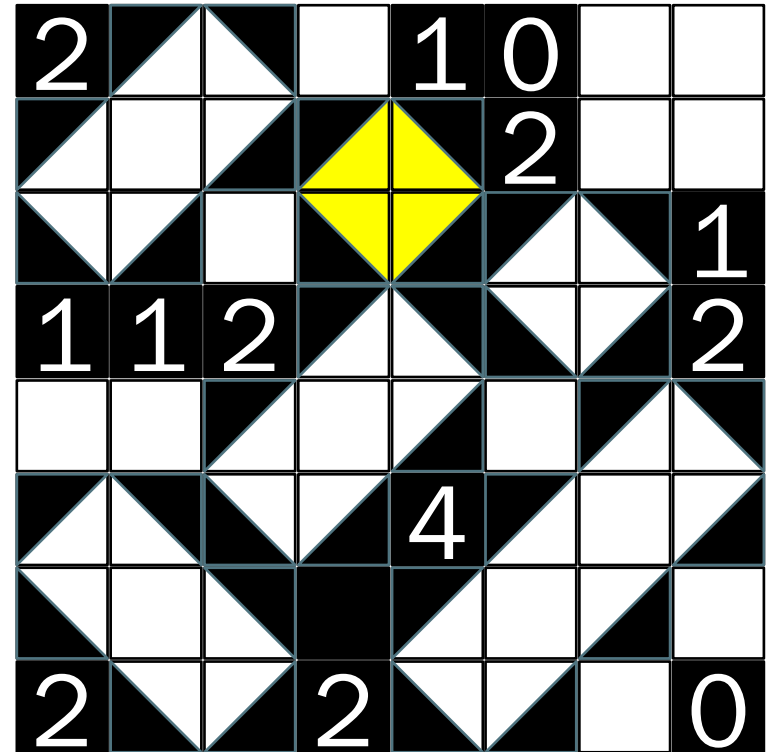
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

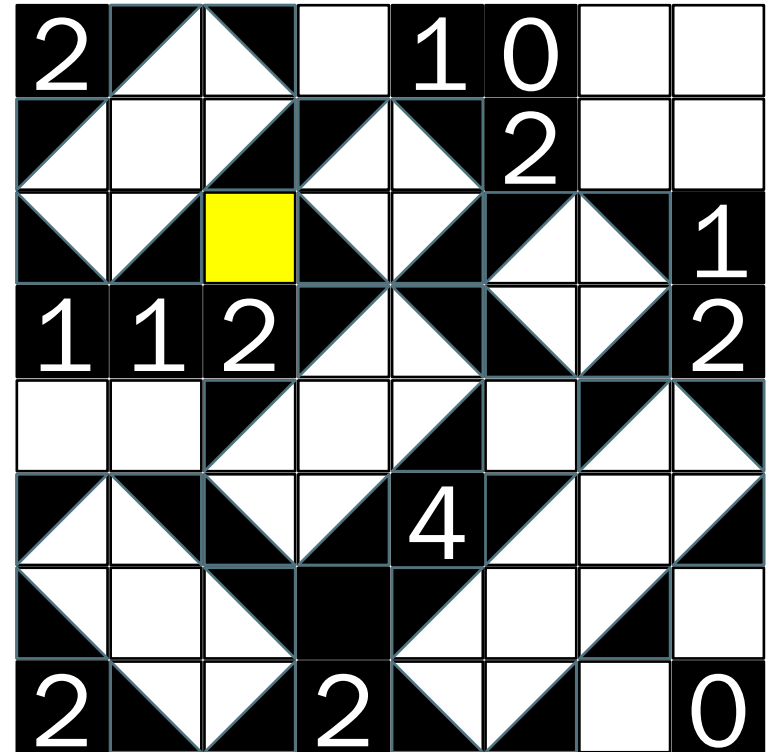
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

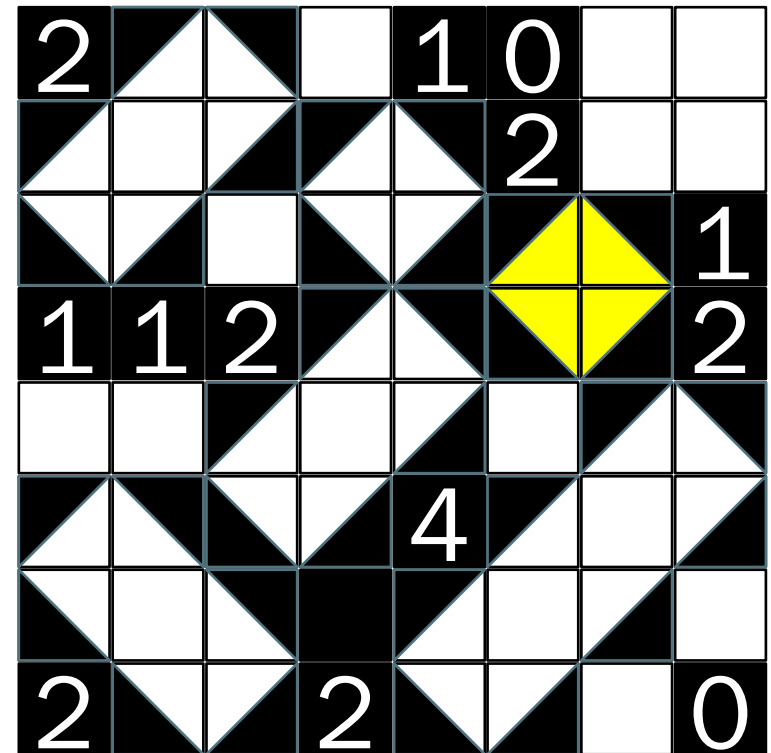
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

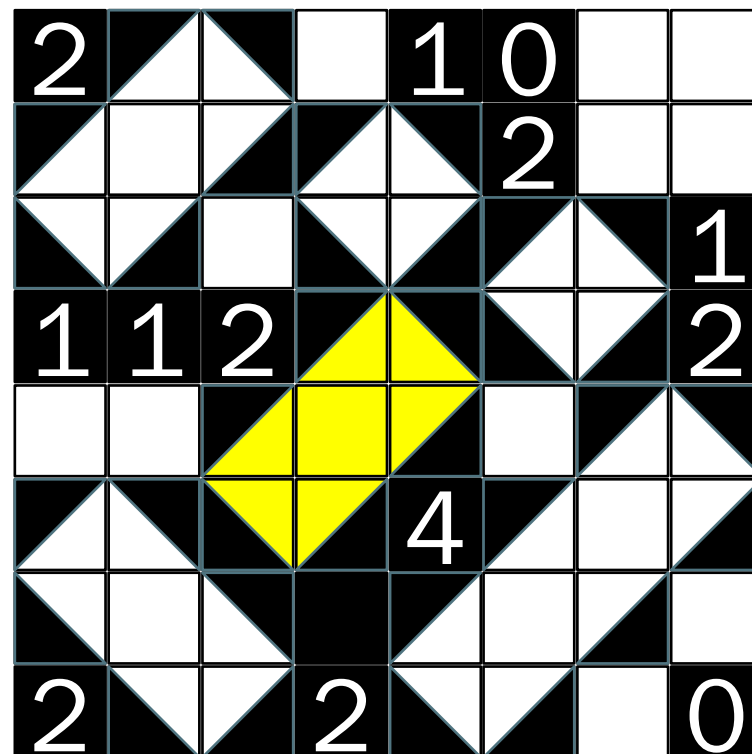
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

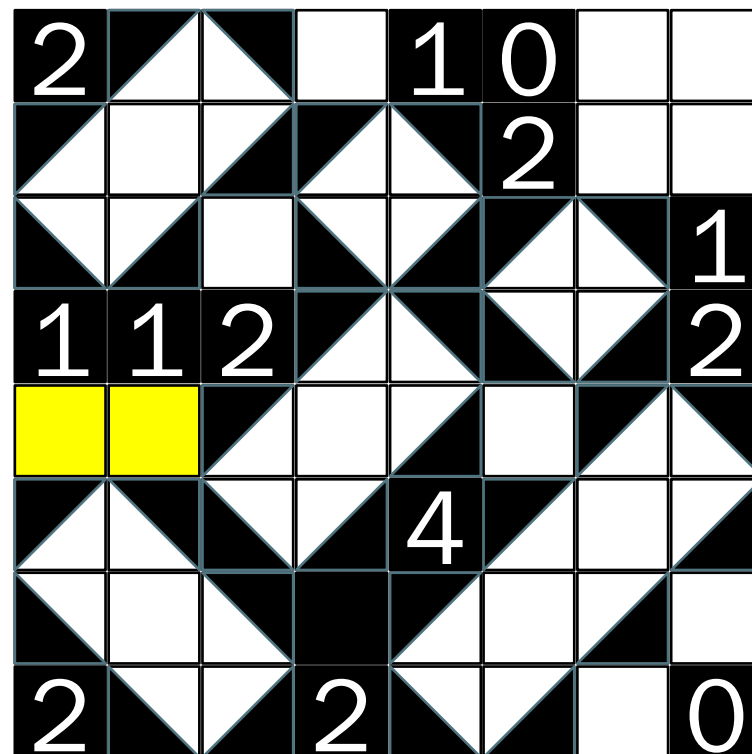
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

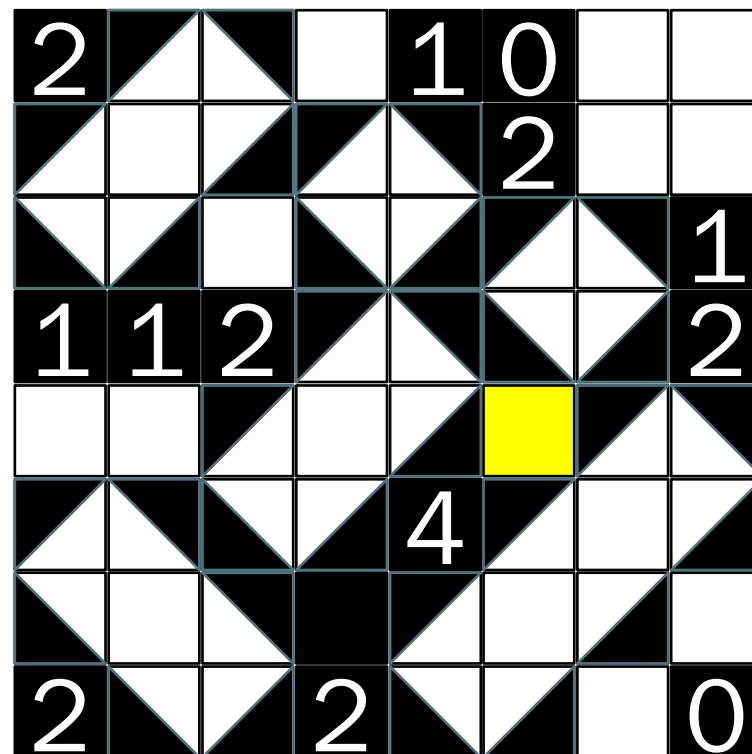
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

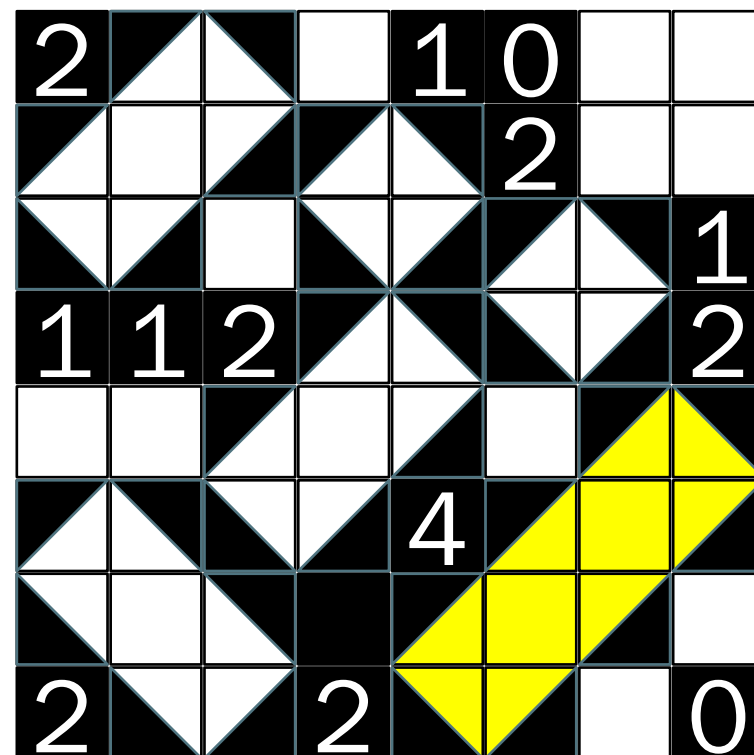
- 盤面のいくつかの白マスに  のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

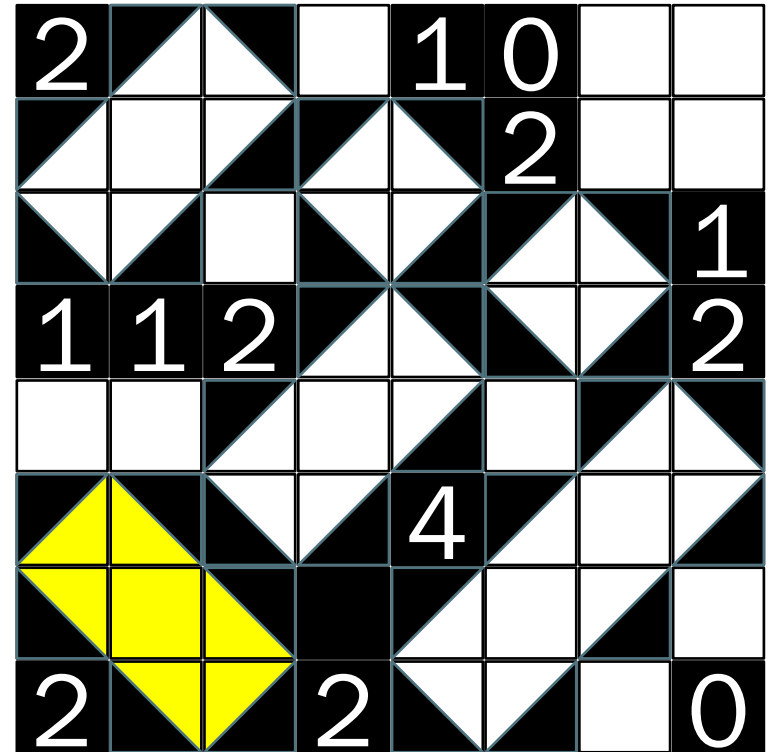
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

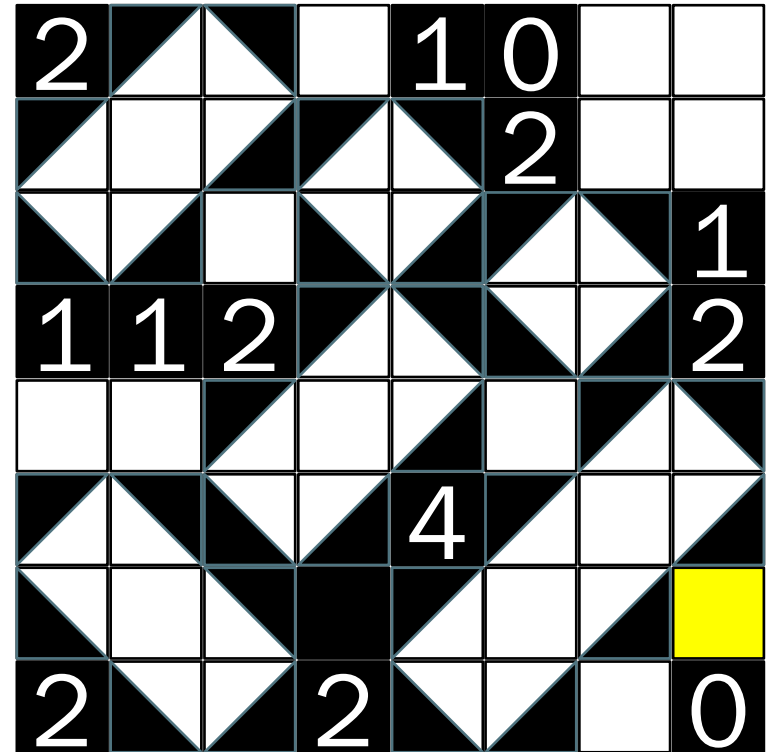
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

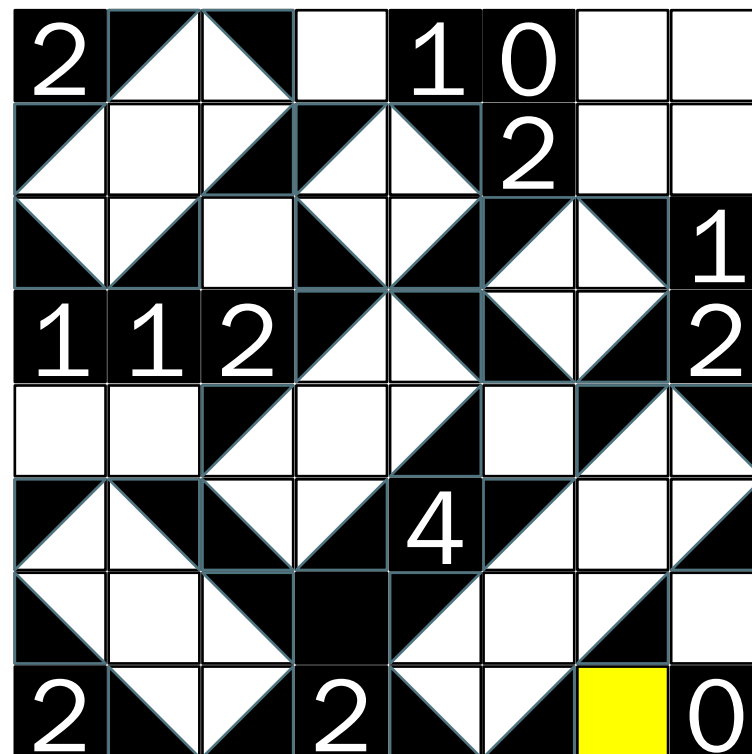
- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す
- 塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解

- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は
そのマスに隣接する
白マスに入る三角形の
数を表す
- 塗られずに残った白い
部分はそれぞれ長方形
になる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

45度になり、
長方形ができない

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

45度になり、
長方形ができない

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

45度になり、
長方形ができない

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

これしか
ありえない

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

これしか
ありえない

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左上隅の 2 に注目
- 隣接する2つの白マス
には三角形が入る
- 長方形になるように
入る方法は1通りしか
ない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

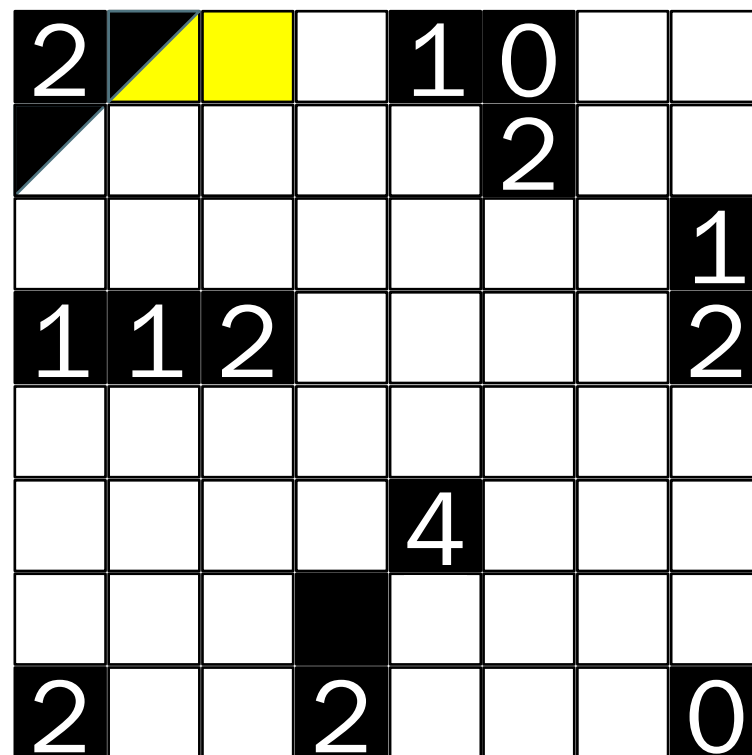
シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 外枠で白黒の境界が
直角になるように
塗る

直角になる
ように塗る



2				1	0			
					2			
							1	
1	1	2					2	
				4				
2			2					0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

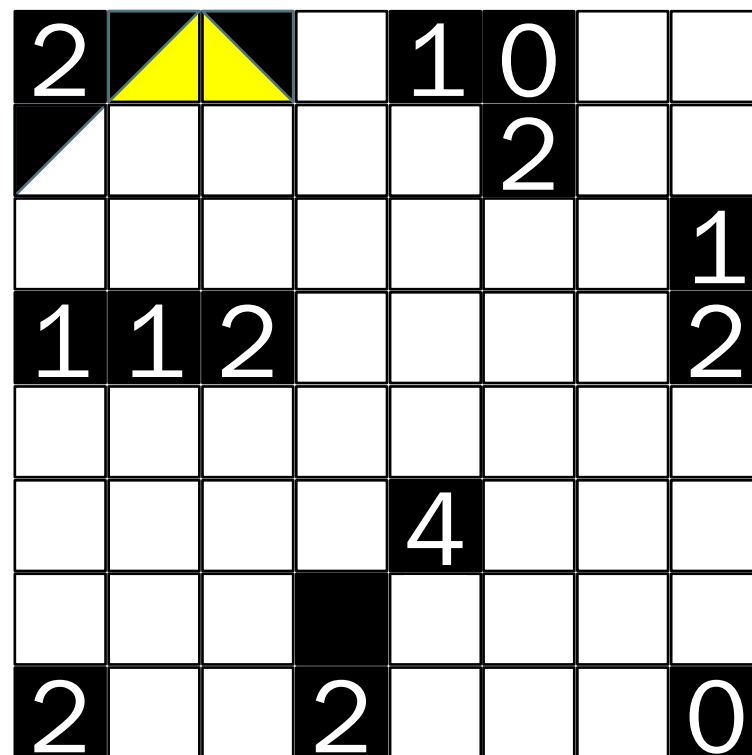
ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に

従って解いてみる

- 外枠で白黒の境界が直角になるように塗る

直角になる
ように塗る



2				1	0			
					2			
							1	
1	1	2					2	
				4				
2			2					0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 外枠で白黒の境界が
直角になるように
塗る

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 外枠で白黒の境界が
直角になるように
塗る

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左端の1の右上でまた
直角に曲がるように
塗ります...

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 左端の1の右上でまた
直角に曲がるように
塗ります...

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2				1	0		
					2		

と、言葉で説明するととてもまどろっこしいので

2			2				0
---	--	--	---	--	--	--	---

と説明に書いてある

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- ナナメになった
白い長方形ができる
ように塗っていく

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 0の隣りは塗らない
ので、塗らないこと
を表す・をつける

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 0の隣りは塗らない
ので、塗らないこと
を表す・をつける

2				1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 0の隣りは塗らない
ので、塗らないこと
を表す・をつける

2				1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 右下のAに注目
- Aの右と下に白マスがありますが...

2				1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
						A	•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

この2つのマスが白い部分でつながってしまうと
どう頑張っても長方形にはなりません

- Aの右と下に白マスがありますが...

と説明に書いてある

1	1	2					2
				4			
						A	•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Aは右下が黒くなる
ように塗られます

2				1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Bのように白マスが
幅1マスで残っている
ところは、三角に
塗ると白い部分で
長方形が作れなく
なるので、白マスの
まま残ることに
なります

2			B	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Bのように白マスが
幅1マスで残っている
ところは、三角に
塗ると白い部分で
長方形が作れなく
なるので、白マスの
まま残ることに
なります

2			●	1	0	●	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							●
2			2			●	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Bの右隣の1により,
Cは三角に塗るマスと
決まります

2			•	1	0	•	
				C	2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Bの右隣の1により,
Cは三角に塗るマスと
決まります

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- Bの右隣の1により,
Cは三角に塗るマスと
決まります

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

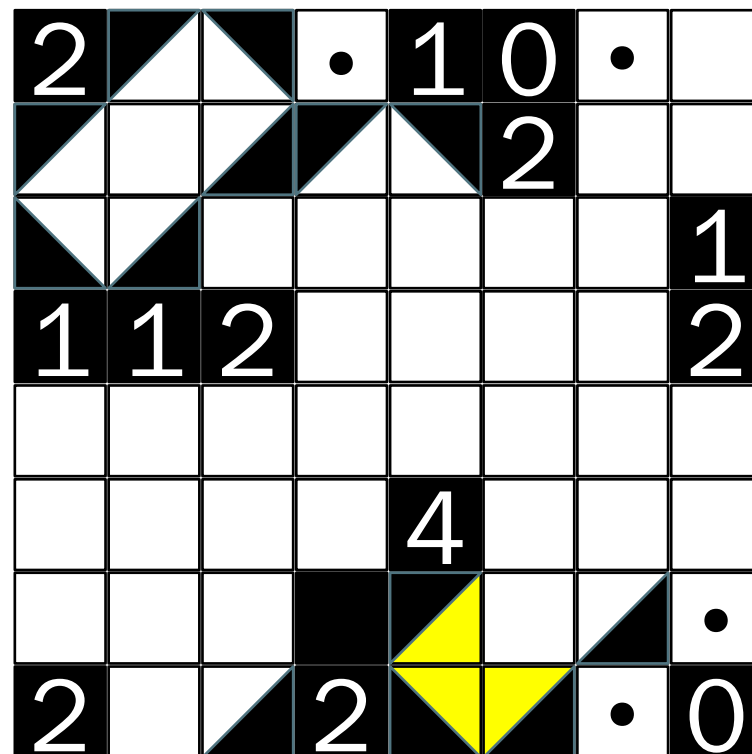
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- さらに進んで
ここまで来ました



ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 右下のDに注目

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4	D		
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

右下エリアは
白い長方形ができつつあって
向かい側のDも三角にぬられることになります



と説明に書いてある

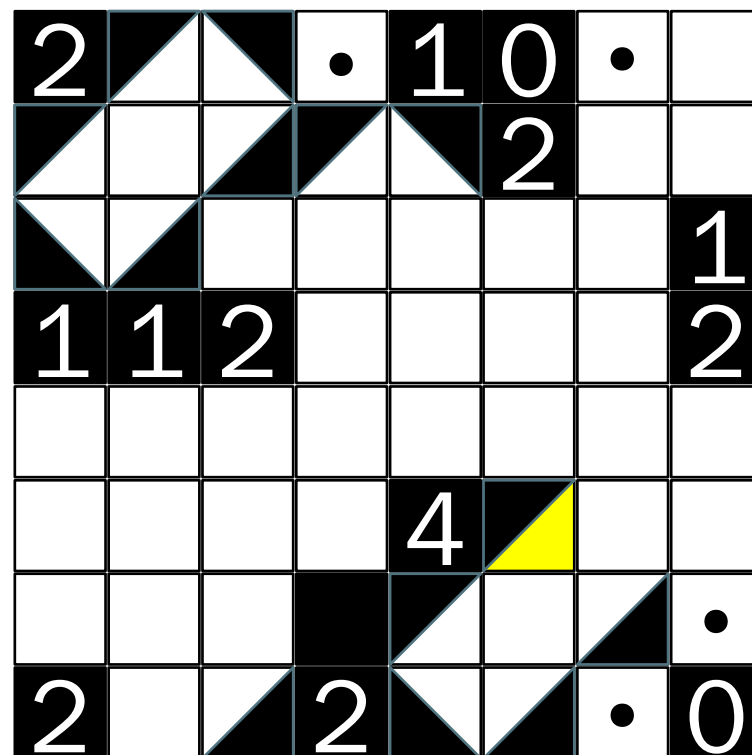
ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 右下のDに注目



ペンシルパズル本

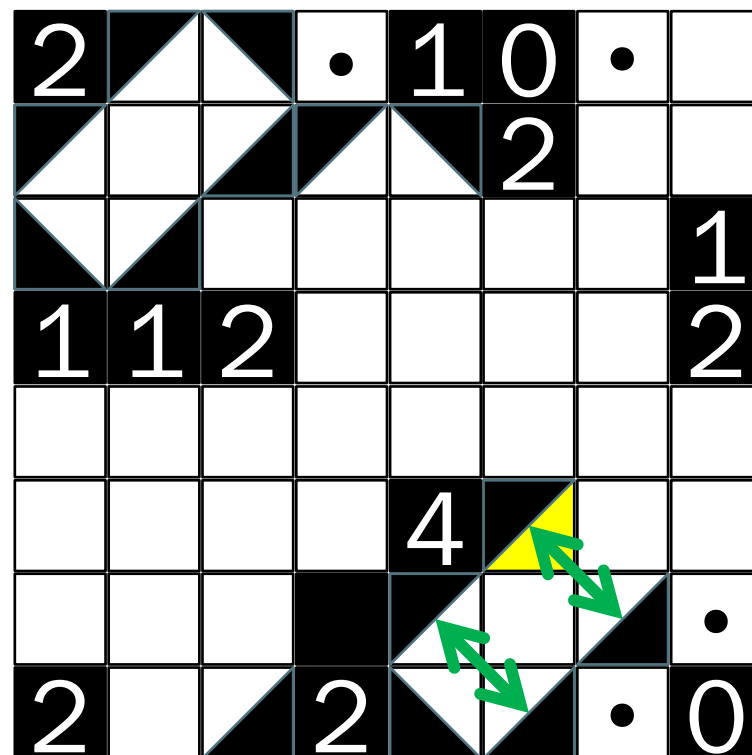
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本

シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

- 問題によっては
大きな長方形ができる
こともありますが、
そのときは長方形の
向かいの辺が何マス
続いているかに
注目すると、
解く手がかりに
なります



ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2		•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2		•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

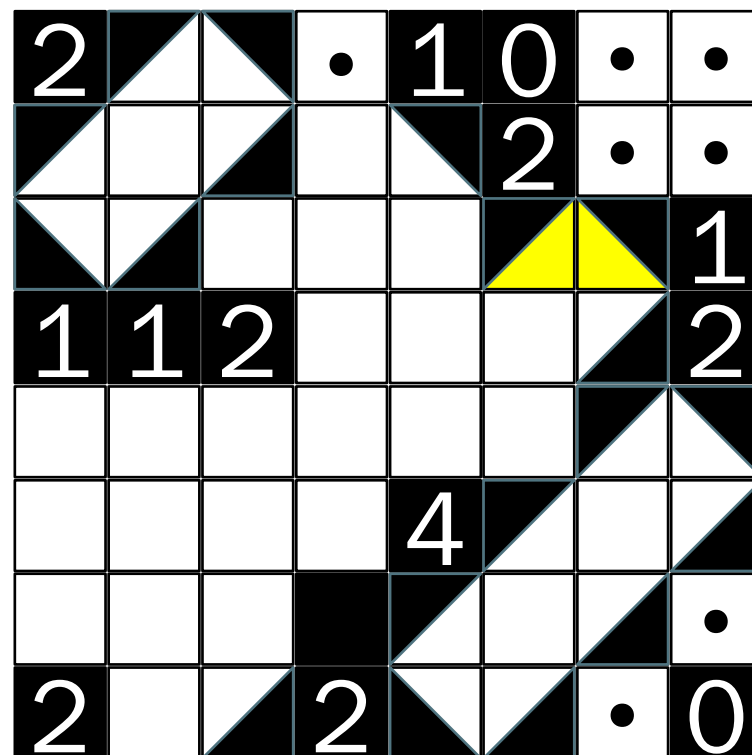
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

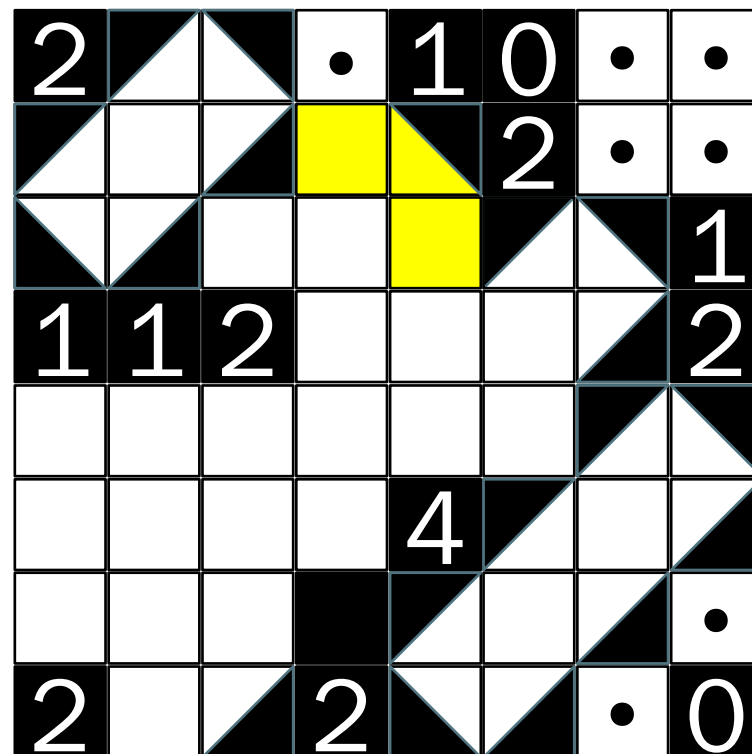
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

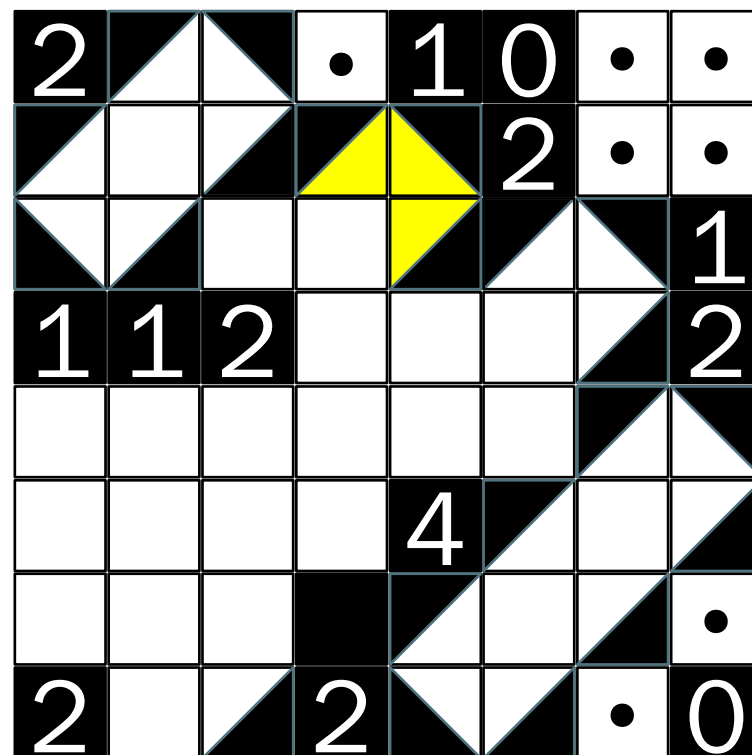
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

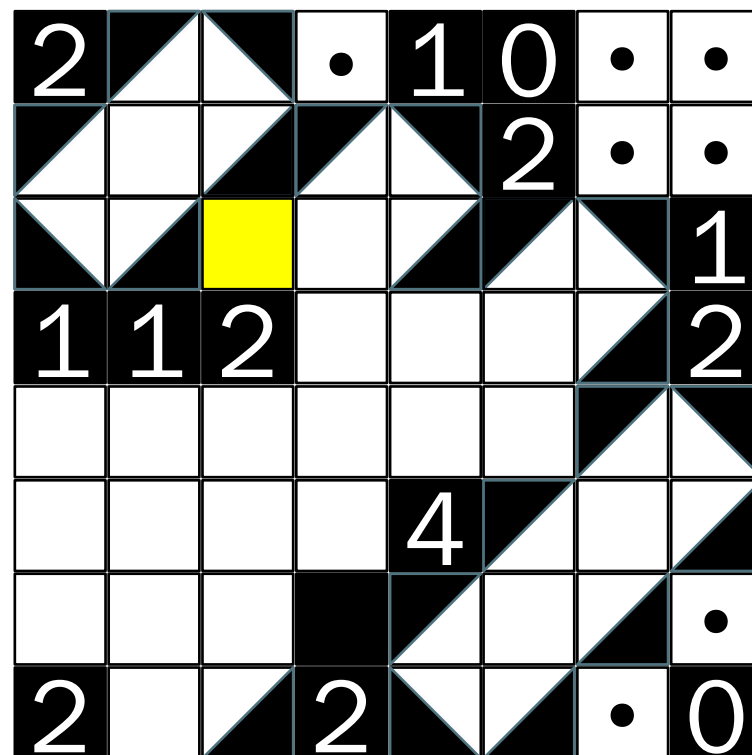
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
							1
1	1	2					2
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

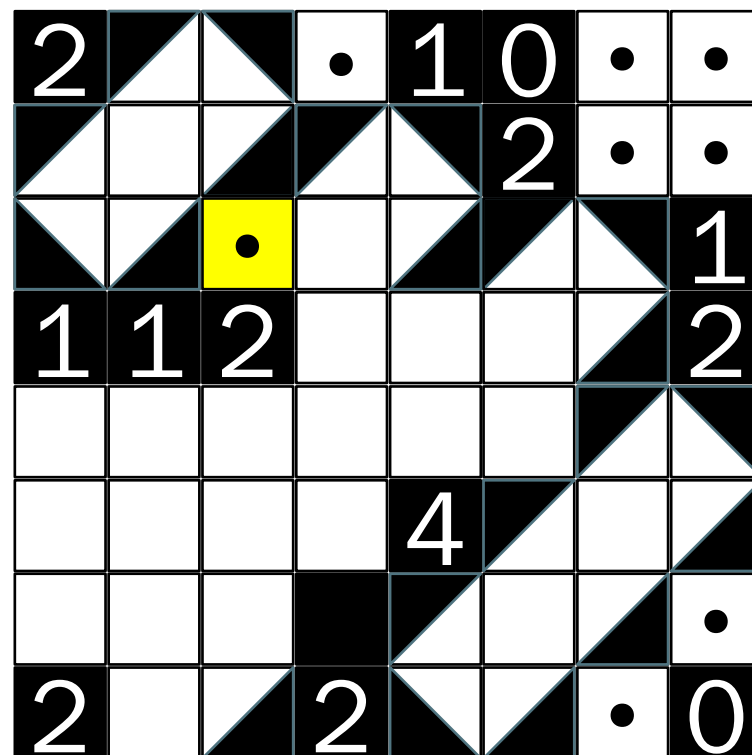
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

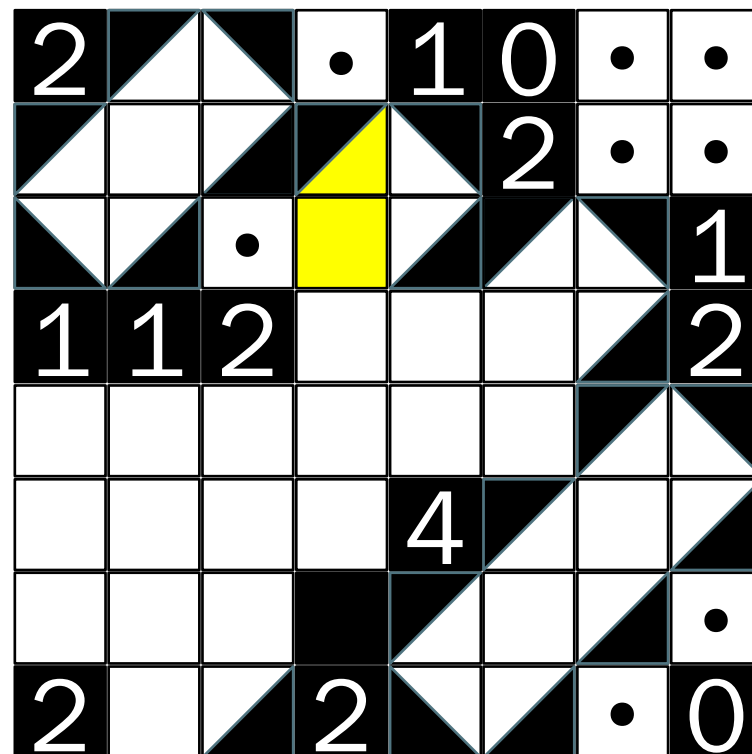
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

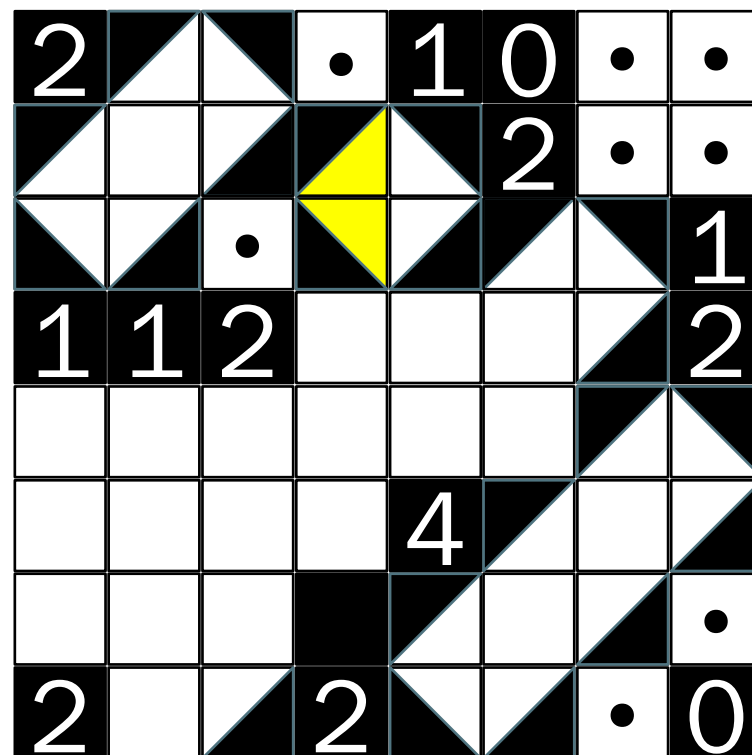
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

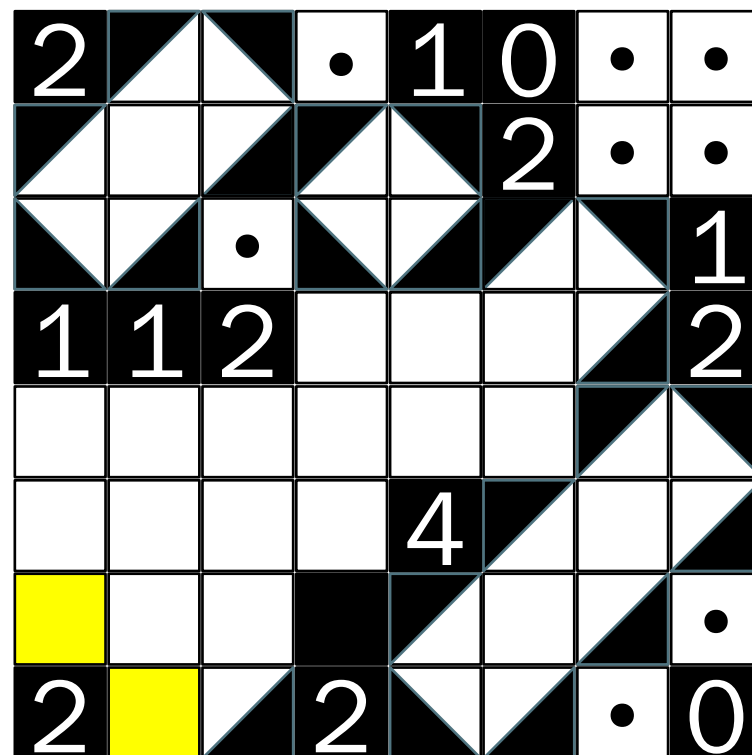
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

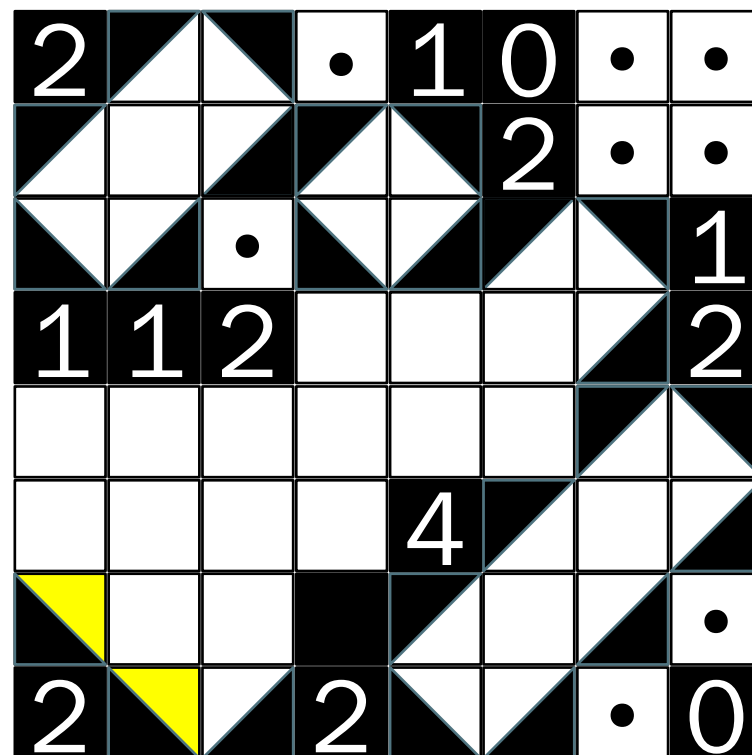
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

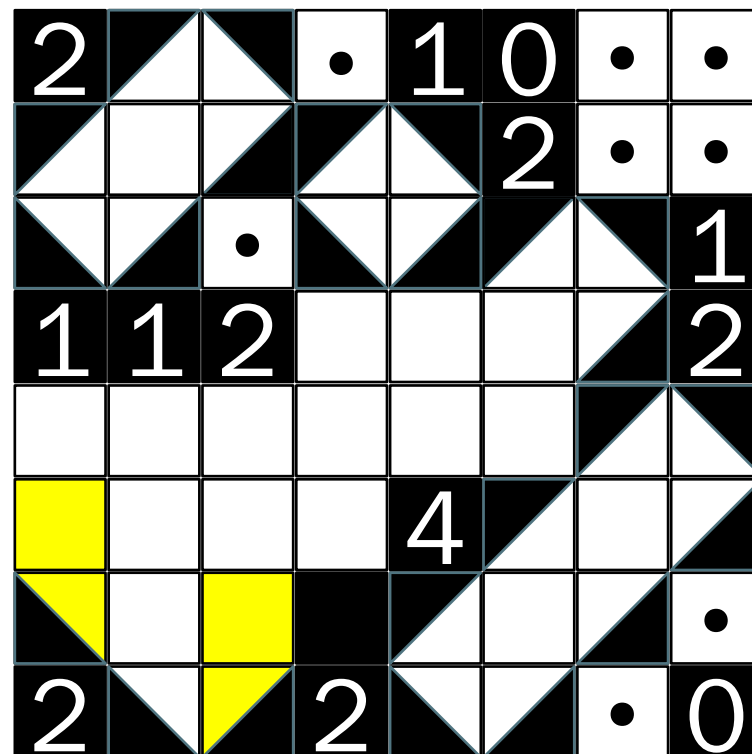
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

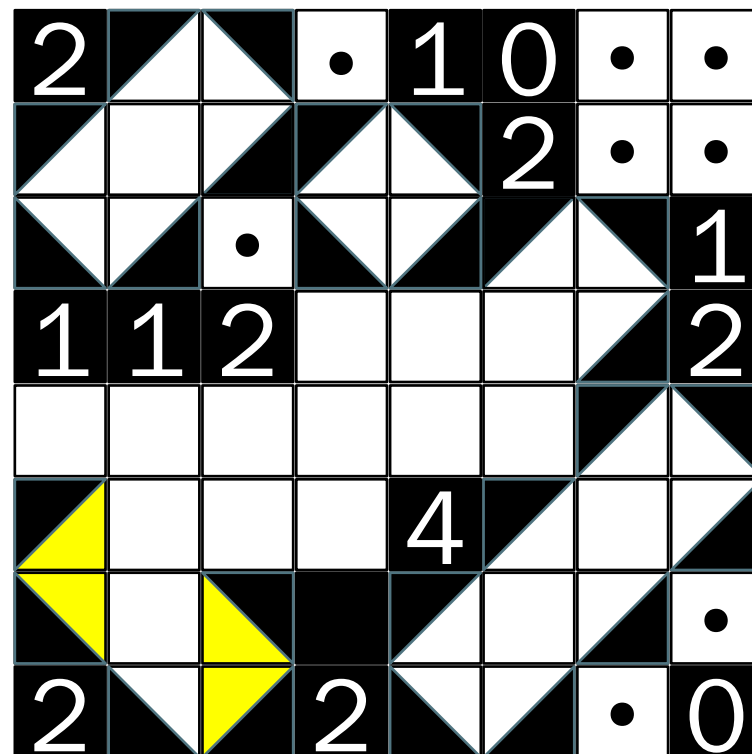
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

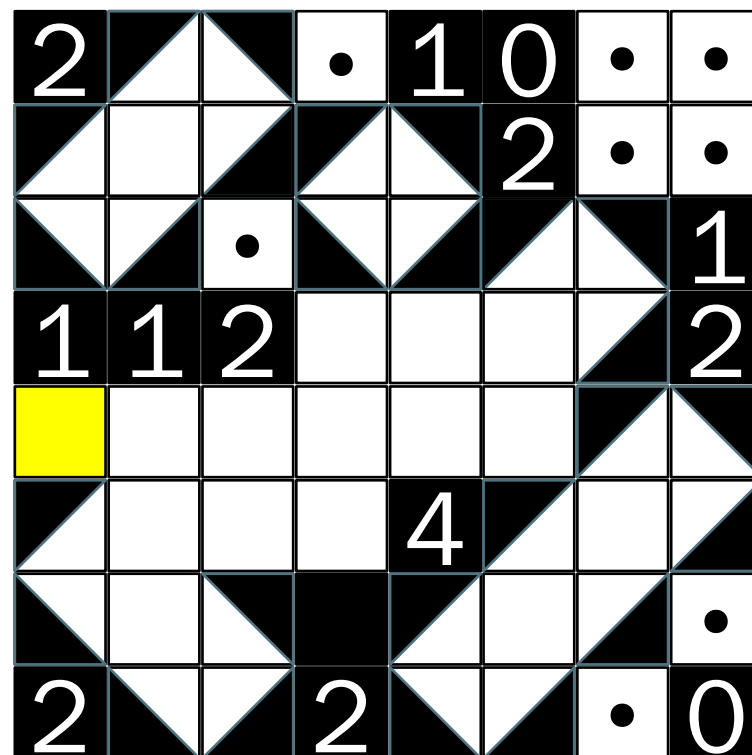
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
		•					1
1	1	2					2
•							
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
		•					1
1	1	2					2
•							
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
		•					1
1	1	2					2
•	•						
				4			
							•
2			2			•	0

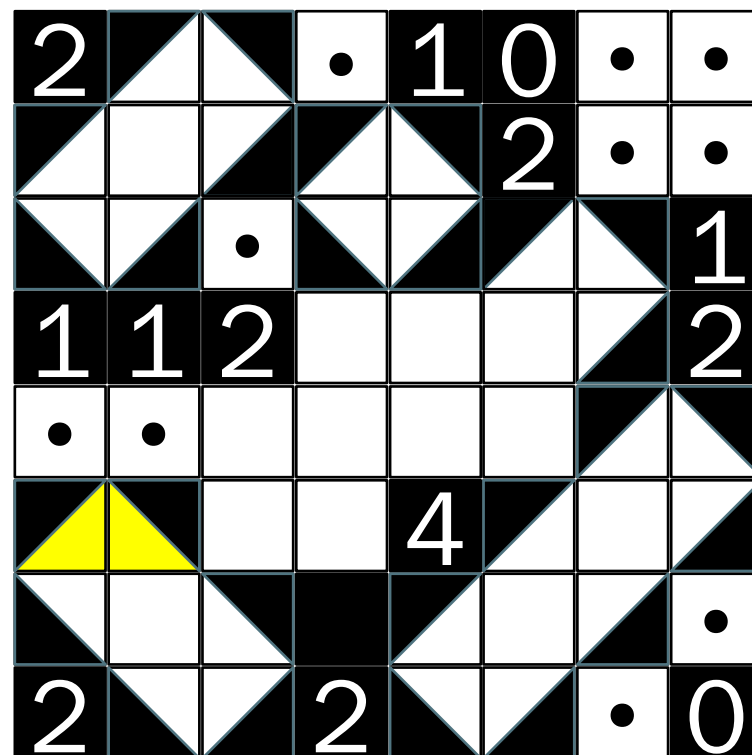
ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



シャカシャカ：解き方

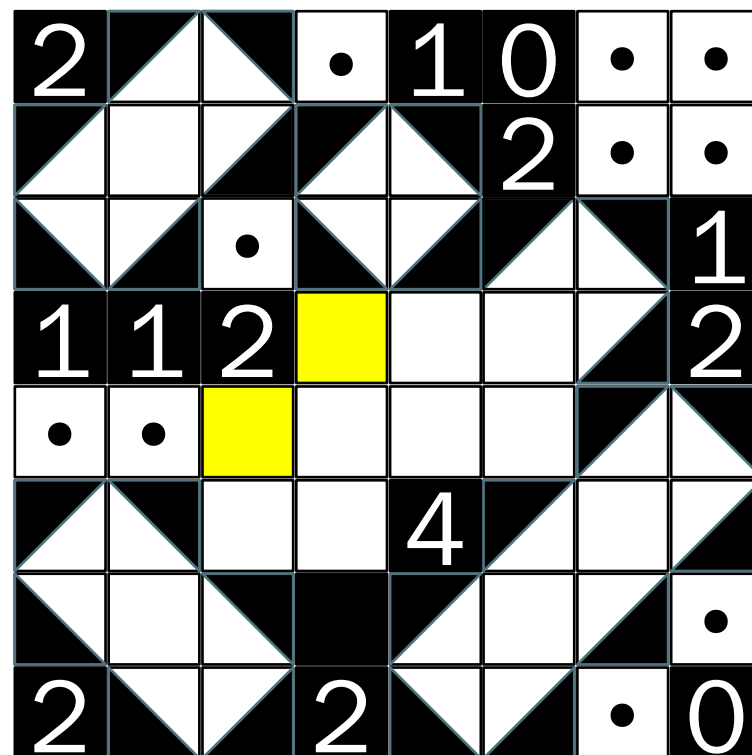
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

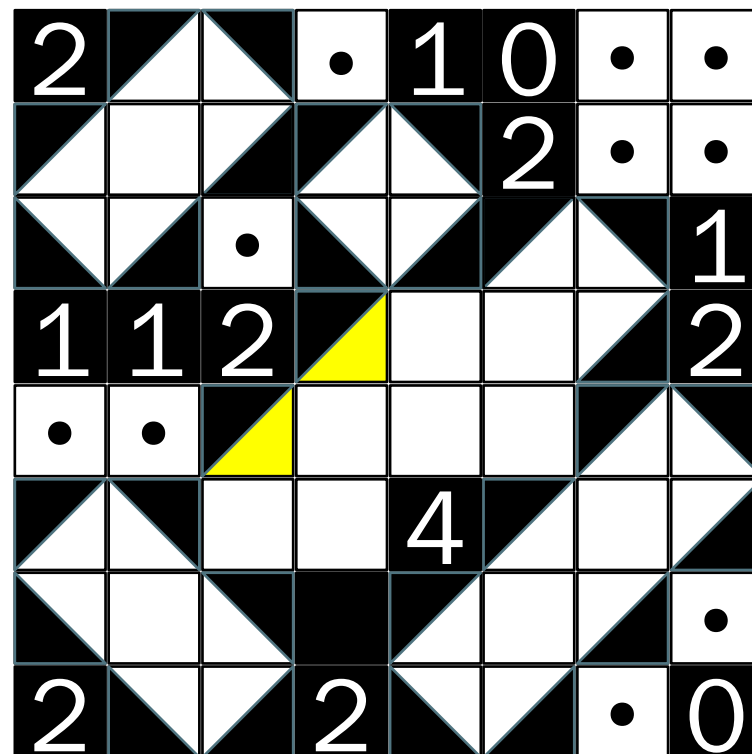
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

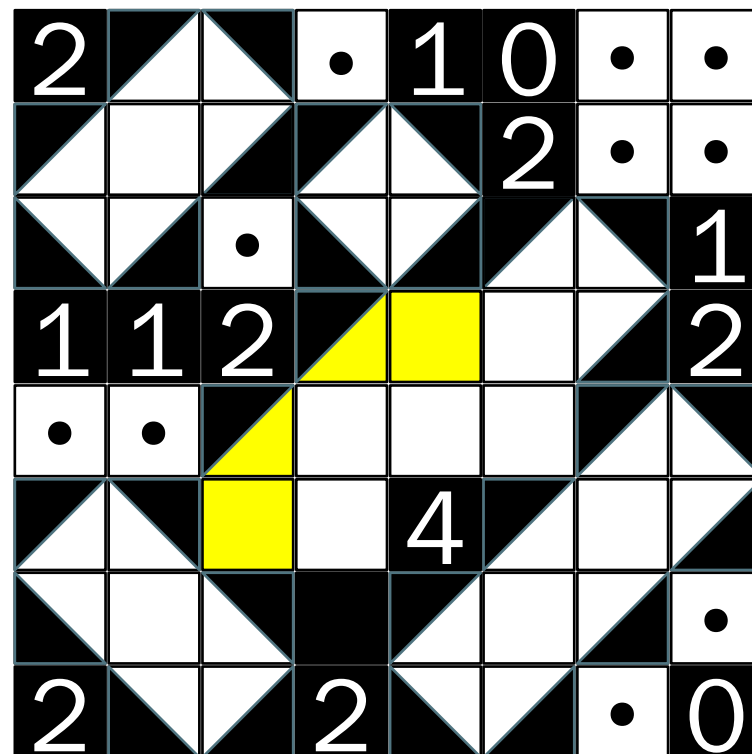
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

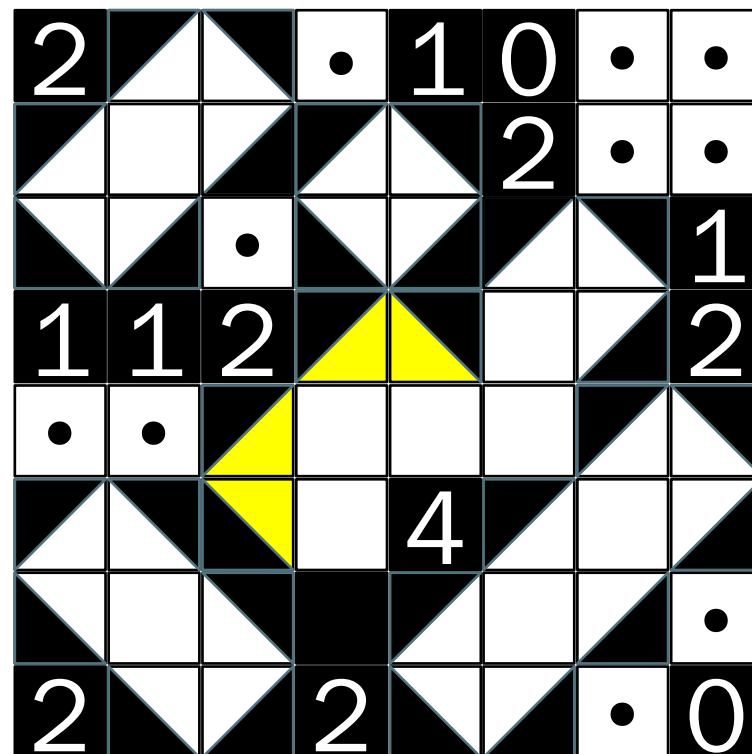
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

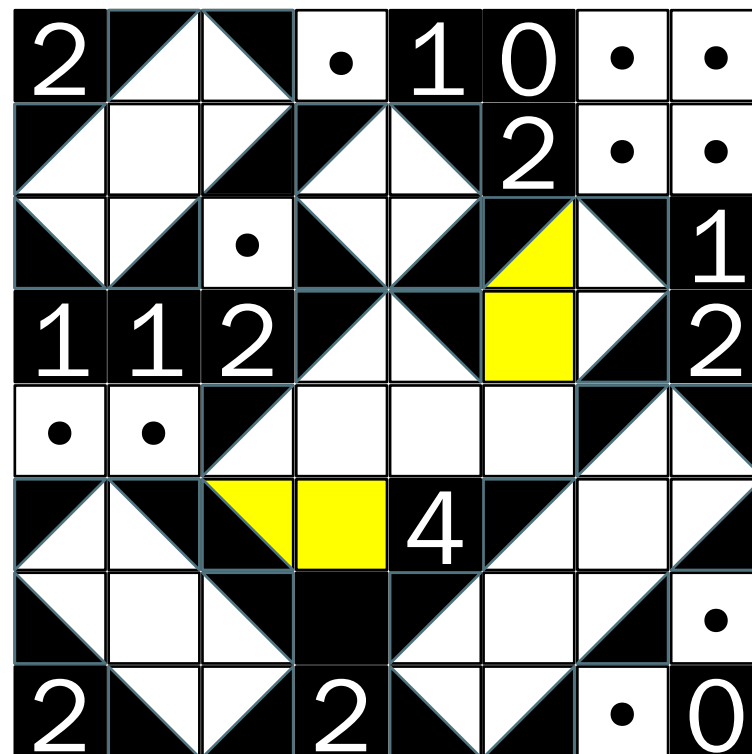
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

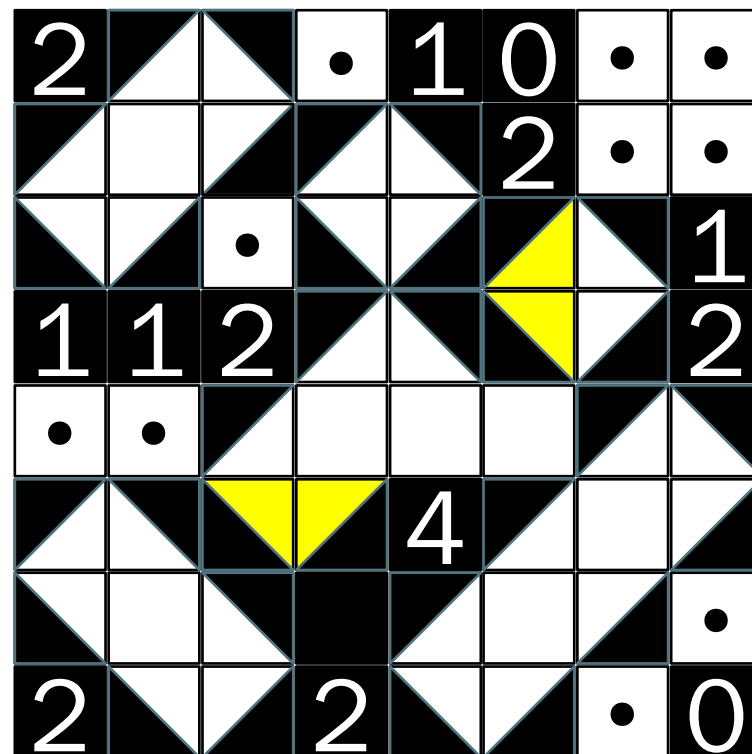
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

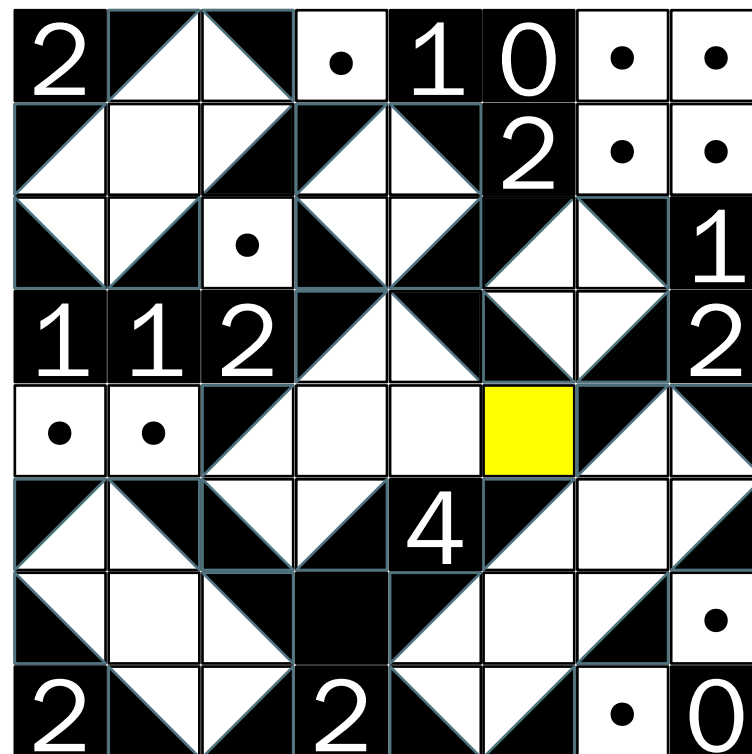
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

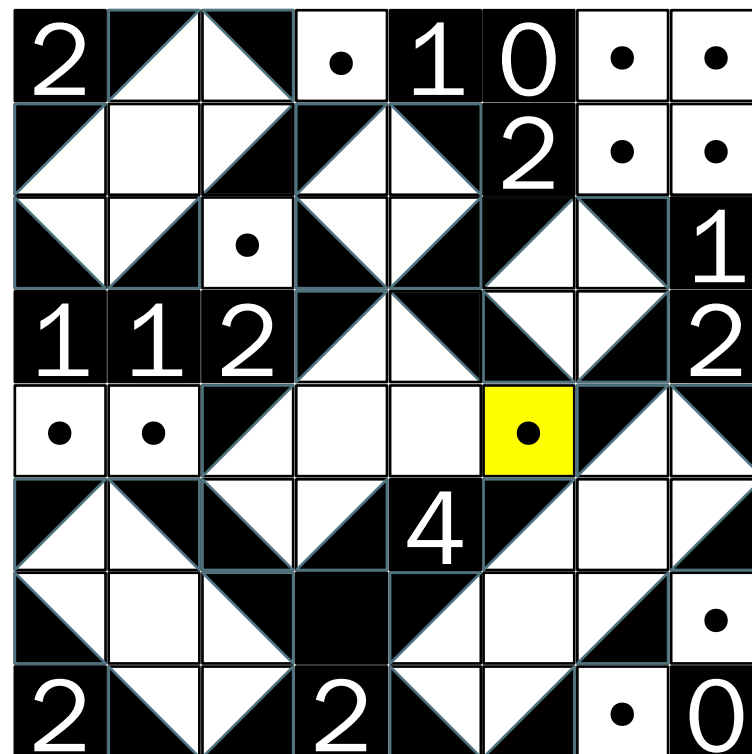
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

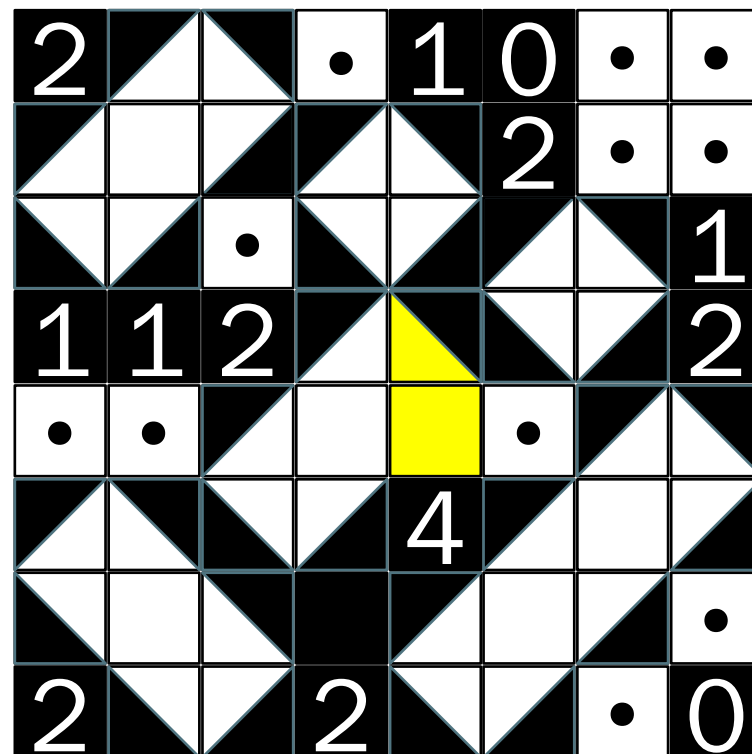
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

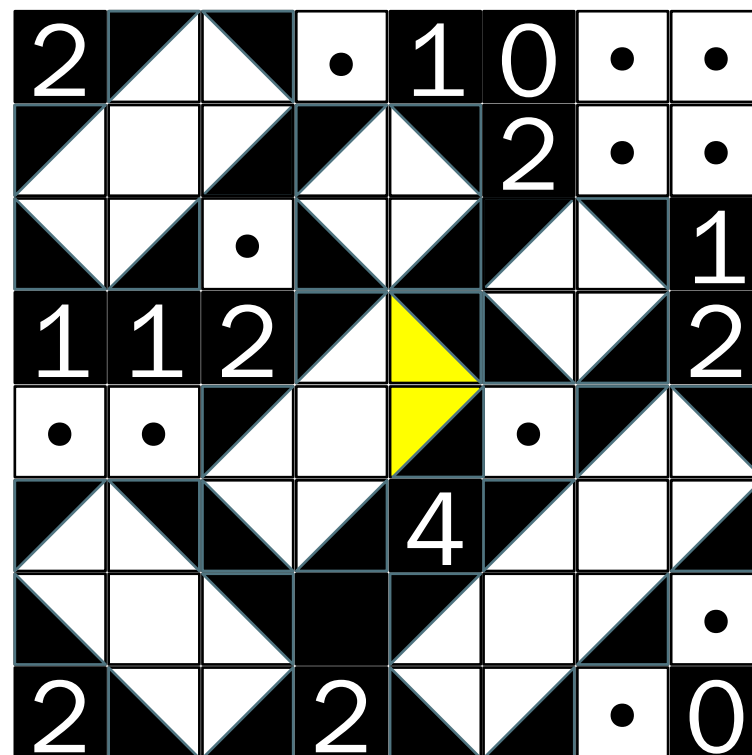
ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解き方

ペンシルパズル本
シャカシャカ1の説明に
従って解いてみる

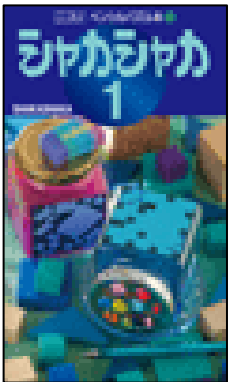
これで解けました！

2			•	1	0	•	•
					2	•	•
		•					1
1	1	2					2
•	•				•		
				4			
							•
2			2			•	0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカの持ち味

- シャカシャカは確実にぬり方が決まるマスから解いていく理詰めのパズルで、最初は「ここはどのようにぬればいいのか？」と1マスずつじっくり考えることもありますが、少し慣れると、「ここはこうぬって決まりだ」と直感的にわかってきます。するとどんどん解くスピードが上がり、アタマがカルくなっていくのを感じます。理詰めなのに、実は直感的。それがシャカシャカの持ち味です。



ペンシルパズル本 シャカシャカ1
p. 10より

シャカシャカの持ち味：初登場時

- このパズルのみどころは、なんといっても解答図の派手さ。解き味にも独特の面白さがあるし、印象に残るパズルになりそう。



パズル通信ニコリ 2008年夏号
p. 57より

シャカシャカの持ち味：昇格決定時

- 当初は答えの派手さがウリ，という一発屋タイプだと思ったのですが，載るたびにどんどん人気が上がり，解き味も進化しました．投稿数はオモパではダントツのナンバーワン．他にない魅力がある，というのはいいことです．



パズル通信ニコリ 2009年春号
p. 110より

シャカシャカ と 整数計画法

ペンシルパズルの1つ

- Guten氏 考案
- パズル通信ニコリ
2008年夏号に初登場
- 2009年夏号で昇格
- 2012年1月
ペンパ本発売
- NP完全 (次の発表)

最適化手法の1つ

- 1950年代に創始
(Dantzigによる?)
- 様々な問題を記述可
- 記述能力が高い
- 様々なソルバが存在
- NP完全 (Karp '72)

<この発表の概要>

シャカシャカを整数計画法で記述する

整数計画法

構成要素

- 変数
- 目的関数
- 制約

約束

- 現れる式はすべて1次式
- 変数の取る値は整数

例

最大化

$$x + 2y$$

条件

$$2x - y \leq 4$$

$$-x + 2y \leq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

x, y : 整数

整数計画法：図で考える

例

最大化

$$x + 2y$$

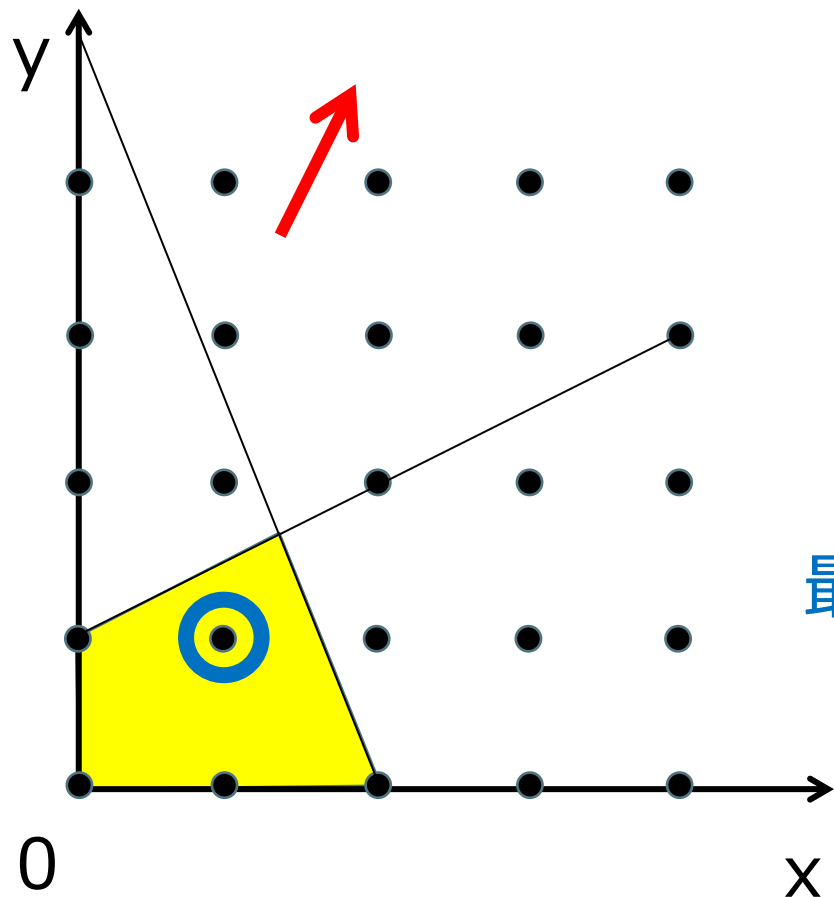
条件

$$2x - y \leq 4$$

$$-x + 2y \leq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

x, y : 整数



最適解は $(x, y) = (1, 1)$

01整数計画法

構成要素

- 変数
- 目的関数
- 制約

約束

- 現れる式はすべて1次式
- 変数の取る値は0か1

これは整数計画法で
記述できる

例

最大化

$$x + 2y$$

条件

$$2x - y \leq 4$$

$$-x + 2y \leq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$x, y : 0 \text{か} 1$$

01整数計画法

構成要素

- 変数
- 目的関数
- 制約

約束

- 現れる式はすべて1次式
- 変数の取る値は0か1

これは整数計画法で
記述できる

例

最大化

$$x + 2y$$

条件

$$2x - y \leq 4$$

$$-x + 2y \leq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

~~$$x, y : 0 \text{か} 1$$~~

$$0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq y \leq 1$$

$$x, y : \text{整数}$$

01整数計画法と命題論理

線形不等式の01解  命題論理式の充足割当

- $x + y = 2$

- $x \wedge y$

x	y	x+y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	2

こちらは算術演算

x	y	$x \wedge y$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

こちらは論理演算

01整数計画法と命題論理

線形不等式の01解  命題論理式の充足割当

- $x + y = 2$
- $x + y \geq 1$
- $x + y = 0$
- $x \leq y$
- などなど

- $x \wedge y$
- $x \vee y$
- $\neg(x \vee y)$
- $x \rightarrow y$
- などなど

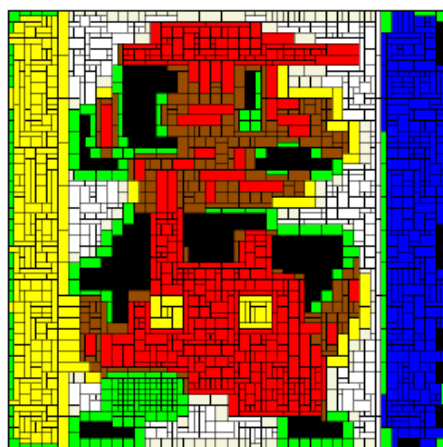
整数計画法を使うと,
命題論理式の充足割当を見つけられる
(目的関数はなんでもよい)

理論的には, 命題論理式の充足可能性判定問題と
整数計画法の実行可能性判定問題がNP完全である
ことの帰結

整数計画法の威力

- 様々な組合せ最適化問題を記述可

長方形詰め込み問題



巡回セールスマン問題
スウェーデン最適解
(24,978都市)

<http://www.tsp.gatech.edu/>

- ソルバの性能が最近著しく向上
← アルゴリズムの進歩

1991年→2012年

ソフトウェアの進歩で47万5千倍

ハードウェアの進歩で2000倍

全体でギガオーダーの高速化

Bixby (RAMPシンポ'12)



シャカシャカ と 整数計画法

ペンシルパズルの1つ

- Guten氏 考案
- パズル通信ニコリ
2008年夏号に初登場
- 2009年夏号で昇格
- 2012年1月
ペンパ本発売
- NP完全 (次の発表)

最適化手法の1つ

- 1950年代に創始
(Dantzigによる?)
- 様々な問題を記述可
- 記述能力が高い
- 様々なソルバが存在
- NP完全 (Karp '72)

<この発表の概要>

シャカシャカを整数計画法で記述する

シャカシャカと整数計画法：変数

各白マスに対して5つ

- $x[i, j, WH]$: 
- $x[i, j, NW]$: 
- $x[i, j, NE]$: 
- $x[i, j, SW]$: 
- $x[i, j, SE]$: 

(i, j) : 白マスの位置

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

変数の数=白マス数× 5
(例題では250個)

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約1

白マスの塗り方は1つ

例：(3, 5) において

$$\begin{aligned} &x[3, 5, \text{WH}] + \\ &x[3, 5, \text{NW}] + \\ &x[3, 5, \text{NE}] + \\ &x[3, 5, \text{SW}] + \\ &x[3, 5, \text{SE}] = 1 \end{aligned}$$

制約数 = 白マスの数
(例題では50個)

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約2

数字入り黒マスの周り

例：(8, 8) の周り

$x[7, 8, WH] = 1$

$x[8, 7, WH] = 1$

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約2

数字入り黒マスの周り

例：(4, 3) の周り

$$\begin{aligned} & x[3,3,SW] + x[3,3,SE] \\ & + x[4,4,NW] + x[4,4,SW] \\ & + x[5,3,NW] + x[5,3,NE] \\ & = 2 \end{aligned}$$

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカ：解（再掲）

- 盤面のいくつかの白マスに     のいずれかで塗る
- 黒マスの数字は、そのマスに隣接する白マスに入る三角形の数を表す

塗られずに残った白い部分はそれぞれ長方形になる

この規則をどのように表現するか？

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約3

三角の続き方

(3, 4) がSWで塗られる
とすると？

- この三角は右側に
続かなくてはならない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約3

三角の続き方

(3, 4) がSWで塗られる
とすると？

- この三角は右側に
続かなくてはならない
- (3, 5) が SE, または,

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

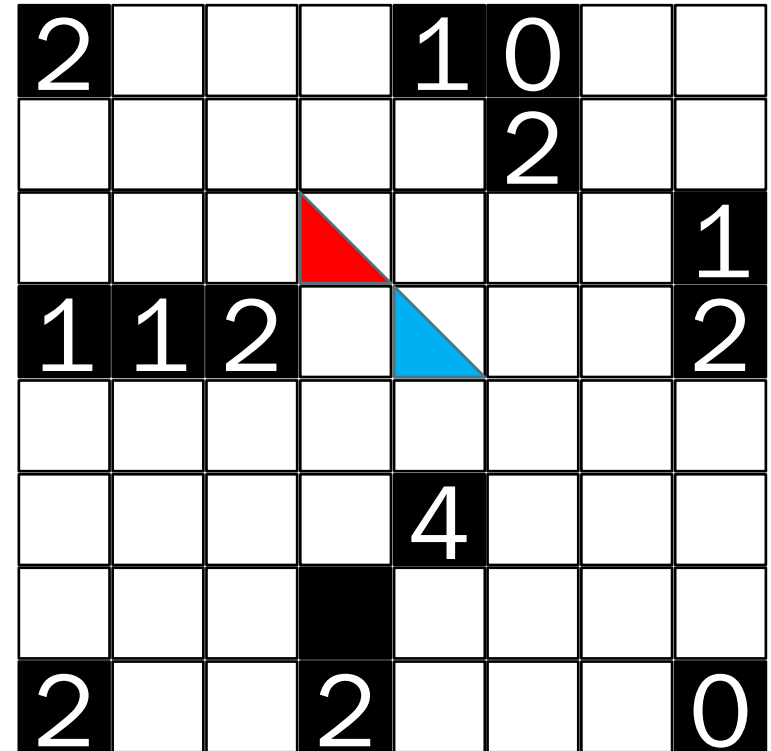
ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約3

三角の続き方

(3, 4) がSWで塗られる
とすると？

- この三角は右側に
続かなくてはならない
- (3, 5) が SE, または,
(4, 5) が SW



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

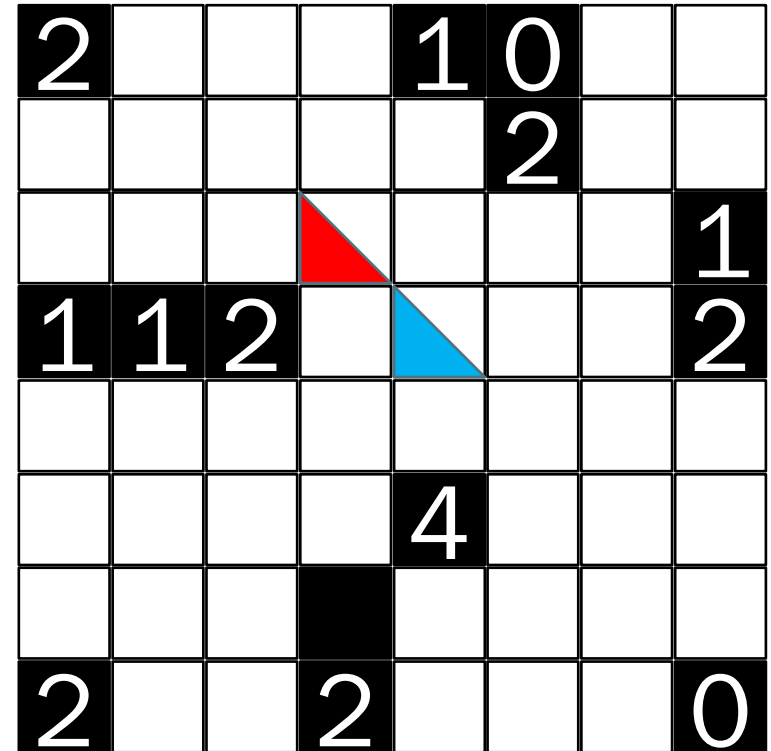
シャカシャカと整数計画法：制約3

三角の続き方

(3, 4) がSWで塗られる
とすると？

- この三角は右側に
続かなくてはならない
- (3, 5) が SE, または,
(4, 5) が SW

$$x[3,4,SW] \leq x[3,5,SE] + x[4,5,SW]$$



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約4

斜めの辺

(3, 4) と (4, 5) がSWで
塗られてるとすると？

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

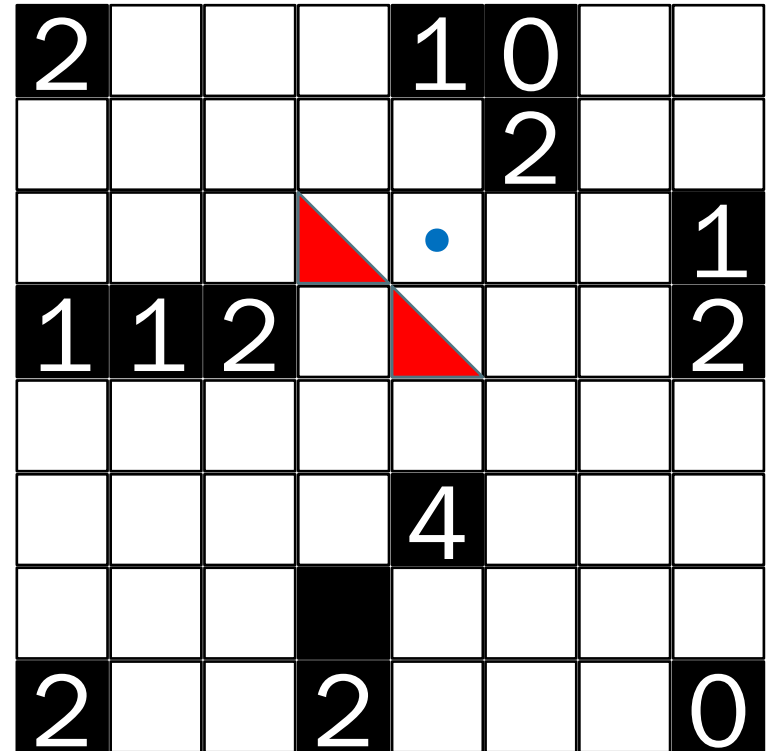
ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約4

斜めの辺

(3, 4) と (4, 5) がSWで塗られてるとすると？

- (3, 5) は塗れない



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

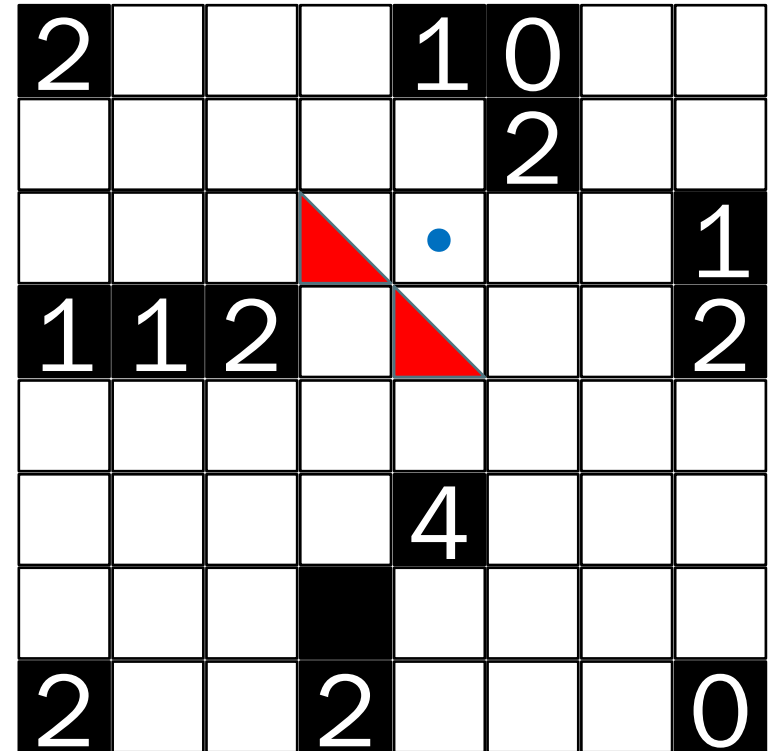
シャカシャカと整数計画法：制約4

斜めの辺

(3, 4) と (4, 5) がSWで塗られてるとすると？

- (3, 5) は塗れない

$$\begin{aligned} & x[3,4,SW] + x[4,5,SW] \\ & \leq x[3,5,WH] + 1 \end{aligned}$$



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

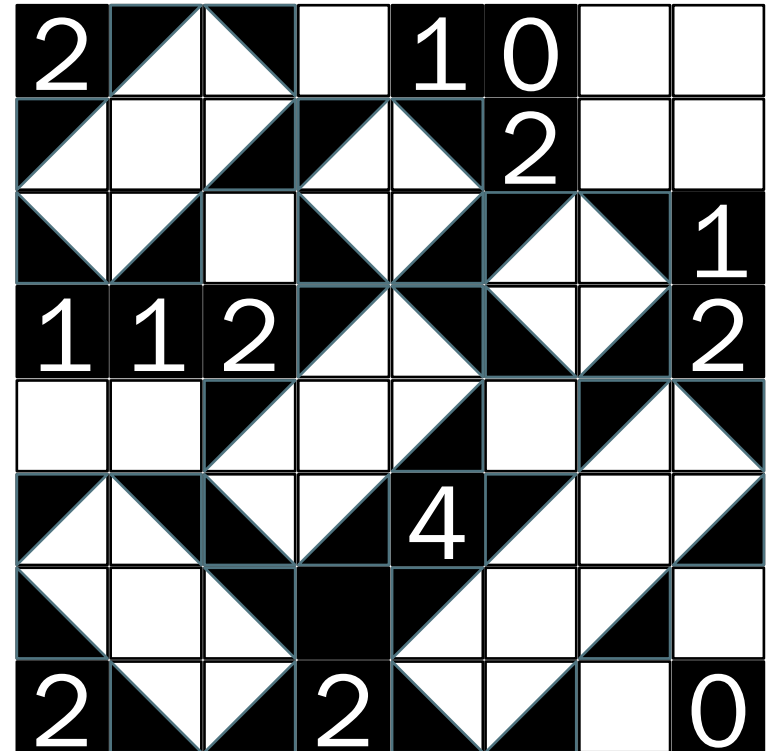
シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

解いてみたら解けた



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

別の例

2					3				0
					4				
				4					3
1			4						
1									
		3				1			2

ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 問題19

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

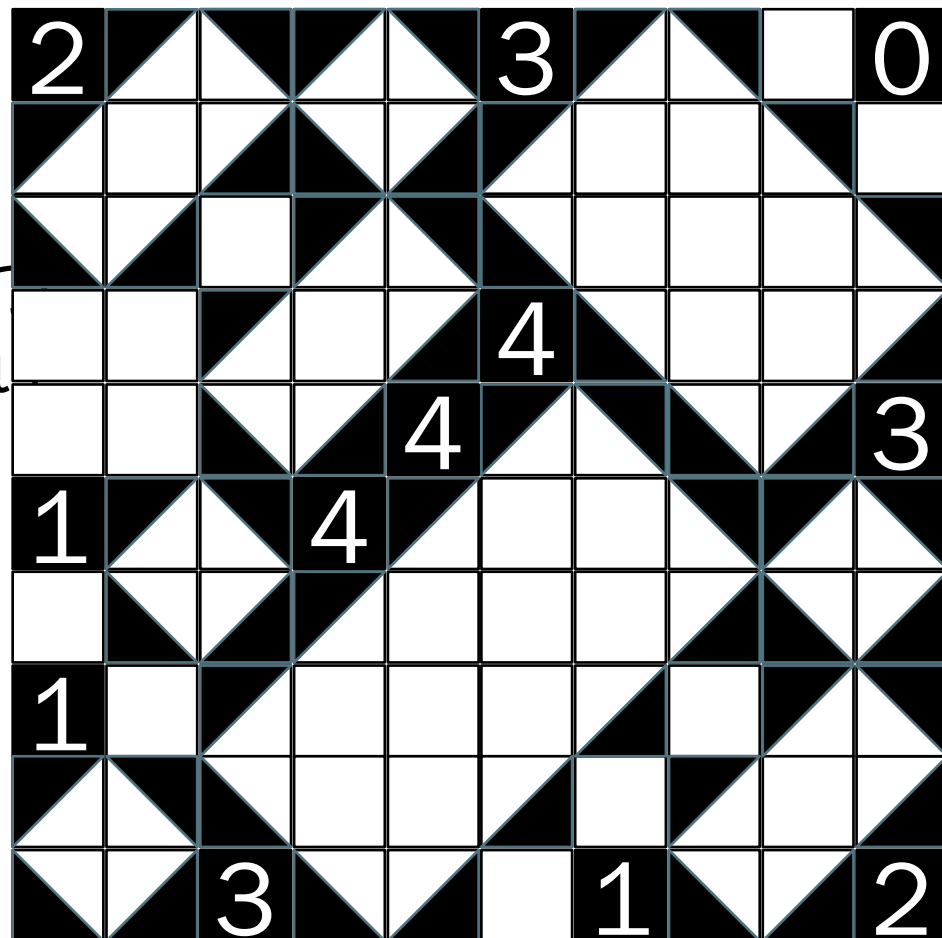
変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

別の例

→ 解が 2 つ得られた



ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 問題19

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

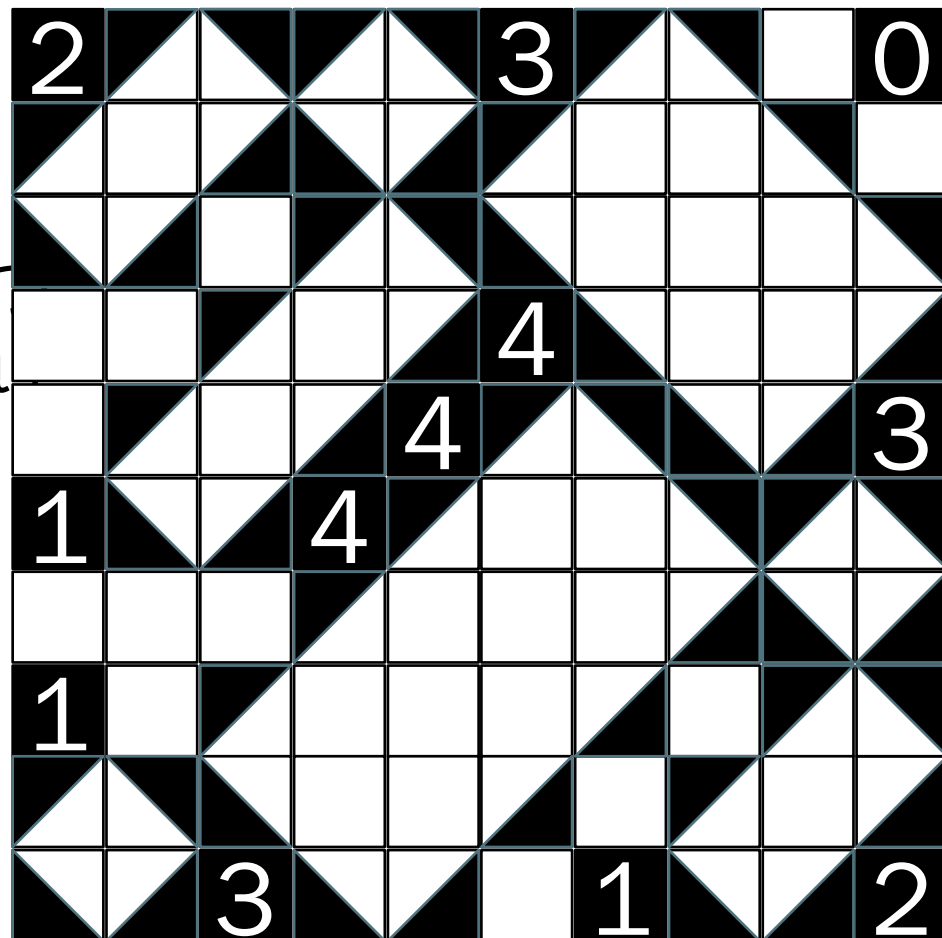
変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

別の例

→ 解が2つ得られた



ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 問題19

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

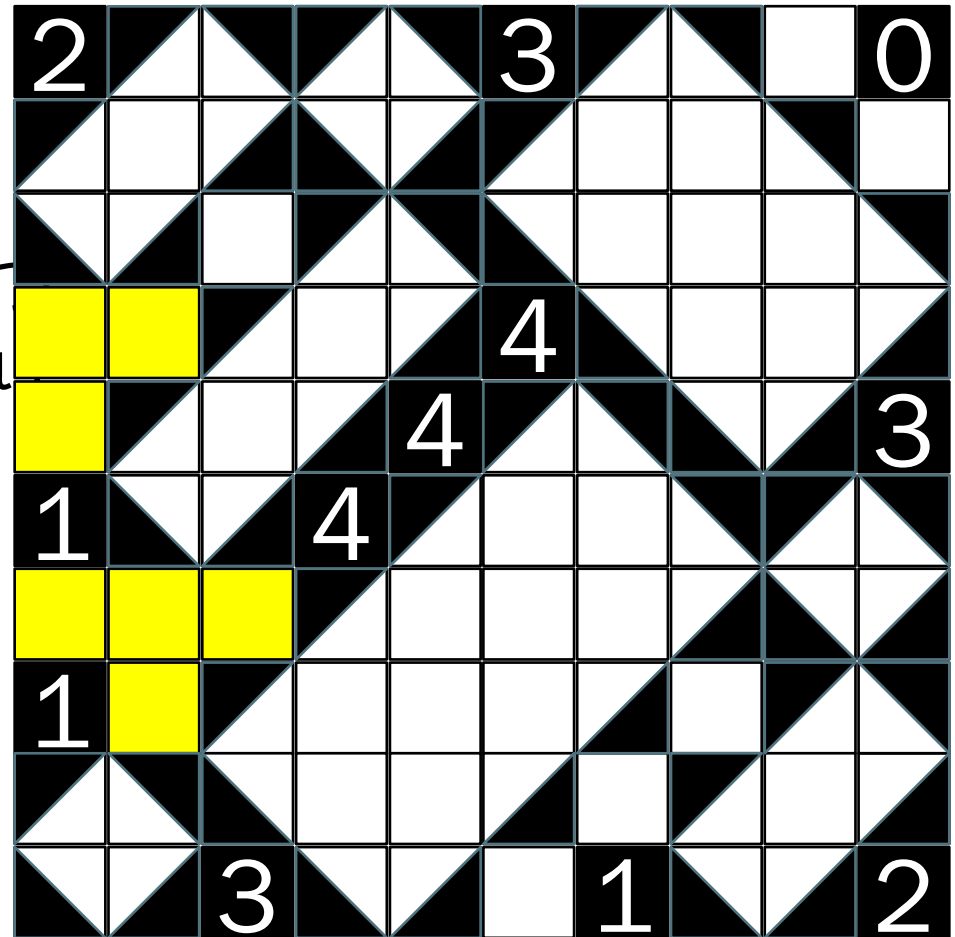
変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺

別の例

→ 解が2つ得られた



ペンシルパズル本

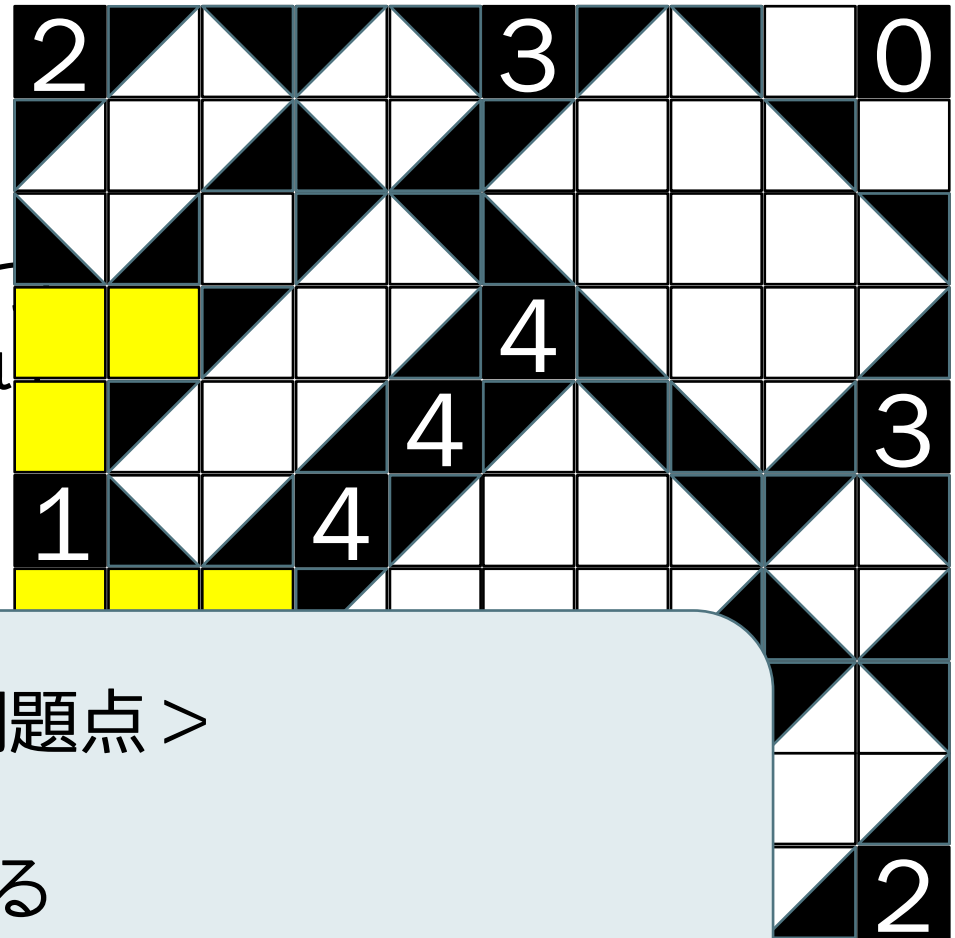
シャカシャカ1, 問題19

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺



< 問題点 >

- ◆ 制約が不足している
- ◆ 制約が不足していないことの証明がない

シャカシャカと整数計画法：制約5

白の塊り

(5, 1), (5, 2), (6, 1) が
塗られないとすると,

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
•	•						
•				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約5

白の塊り

(5, 1), (5, 2), (6, 1) が
塗られないとすると,

- (6, 2) も塗られない,
または,
(6, 2) はSEで塗る

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
•	•						
•	•			4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約5

白の塊り

(5, 1), (5, 2), (6, 1) が
塗られないとすると,

- (6, 2) も塗られない,
または,
(6, 2) はSEで塗る

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
•	•						
•				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約5

白の塊り

(5, 1), (5, 2), (6, 1) が
塗られないとすると,

- (6, 2) も塗られない,
または,
(6, 2) はSEで塗る

$$x[5,1,WH] + x[5,2,WH] + x[6,1,WH]$$

$\leq$

$$x[6,2,WH] + x[6,2,SE] + 2$$

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
•	•						
•				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

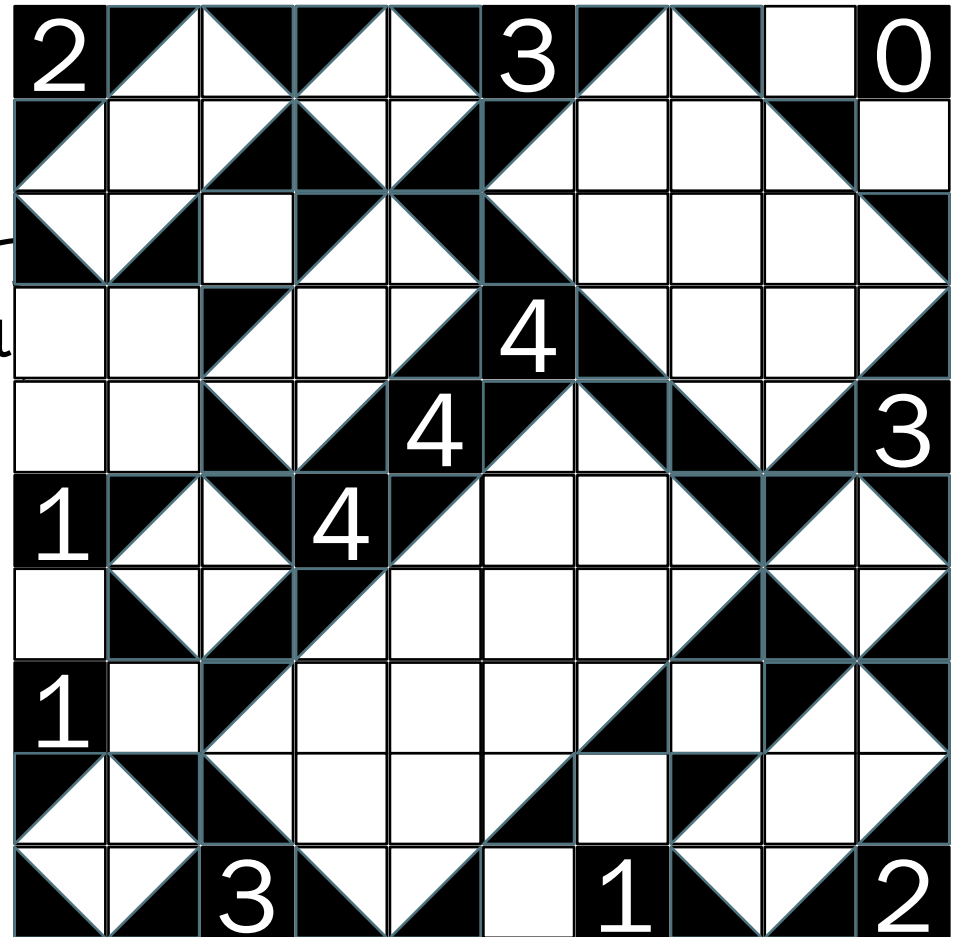
変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白の塊り

先ほどの別の例

→ 解が1つだけ
得られた



ペンシルパズル本

シャカシャカ1, 問題19

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白の塊り

	2			2	
2					2
2					2
	2			2	

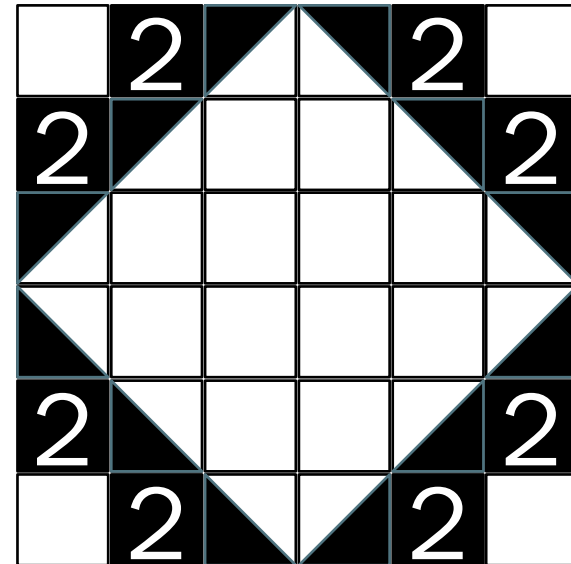
また別の例

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白の塊り



また別の例

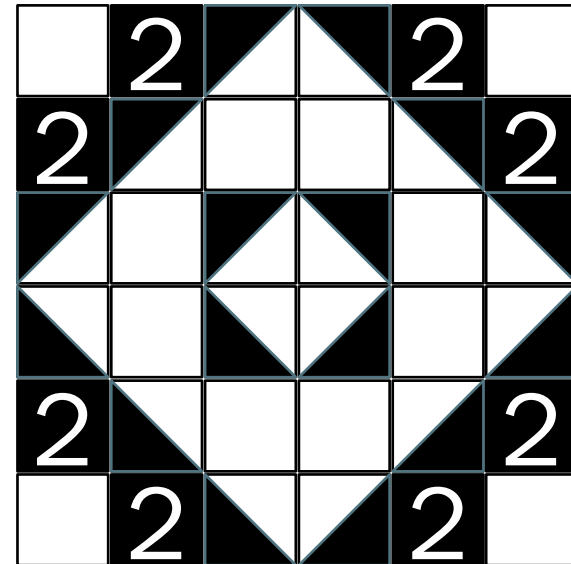
→ 解が2つ得られた

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白の塊り



また別の例

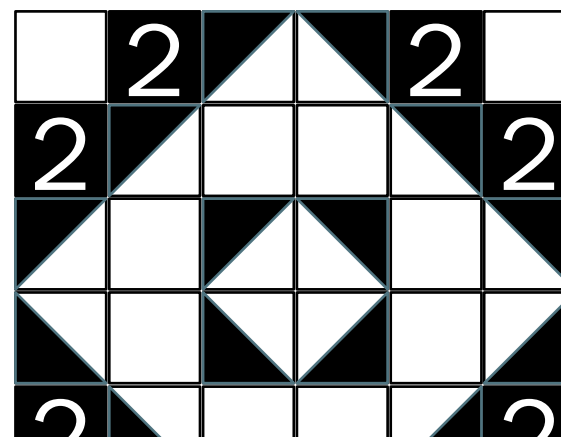
→ 解が2つ得られた

シャカシャカと整数計画法：まとめ？

変数：各白マスに 5 個

制約

- 白マスの塗り方は 1 つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白



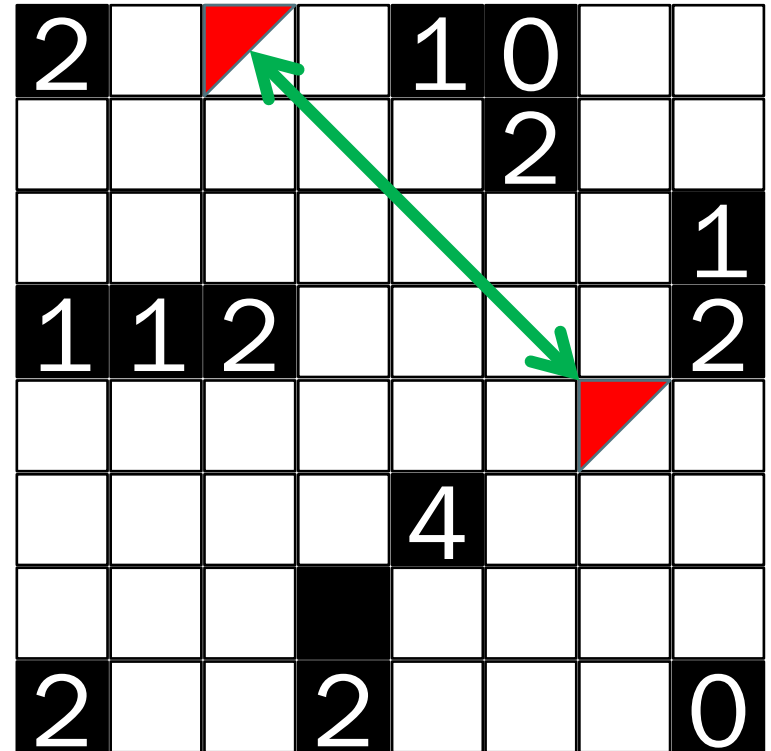
<問題点>

- ◆ 長方形の入れ子ができないという制約が不足している
- ◆ 制約が不足していないことの証明がない

シャカシャカと整数計画法：制約5

入れ子がない

NWが斜め方向に
2つ向かい合うとすると、



ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約5

入れ子がない

NWが斜め方向に

2つ向かい合うとすると、

- その間にSEがなくてはならない

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：制約5

入れ子がない

NWが斜め方向に

2つ向かい合うとすると、

- その間にSEがなくてはならない

$$x[1,3,NW] + x[5,7,NW]$$

$\leq$

$$x[2,4,SE] + x[3,5,SE]$$

$$+ x[4,6,SE] + 1$$

2				1	0		
					2		
							1
1	1	2					2
				4			
2			2				0

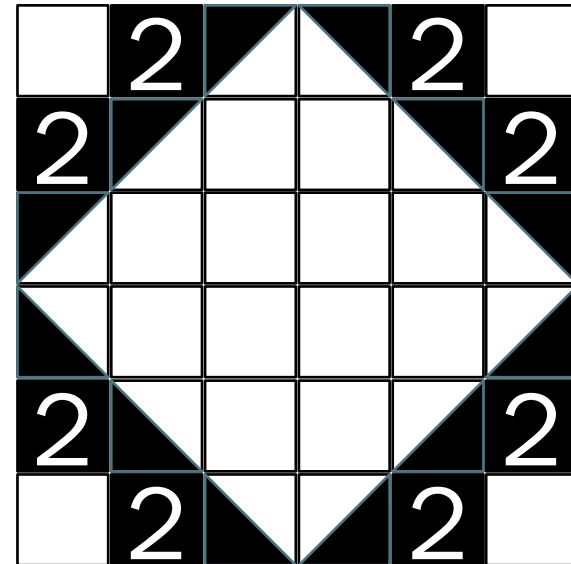
ペンシルパズル本
シャカシャカ1, 例題

シャカシャカと整数計画法：まとめ

変数：各白マスに5個

制約

- 白マスの塗り方は1つ
- 数字入り黒マスの周り
- 三角の続き方
- 斜めの辺
- 白の塊り
- 入れ子がない



さきほどの別の例

→ 解が1つだけ得られた

シャカシャカと整数計画法：まとめ

変数：各白マスに5個

< 定理 >

シャカシャカの解 $\Leftrightarrow$ この6つの制約を満たす解

- 斜めの辺

- 白

- 黒

さき

→ 解が1つだけ待られた

< 帰結 >

シャカシャカを整数計画法によって
記述できた

シャカシャカ と 整数計画法

ペンシルパズルの1つ

- Guten氏 考案
- パズル通信ニコリ
2008年夏号に初登場
- 2009年夏号で昇格
- 2012年1月
ペンパ本発売
- NP完全 (次の発表)

最適化手法の1つ

- 1950年代に創始
(Dantzigによる?)
- 様々な問題を記述可
- 記述能力が高い
- 様々なソルバが存在
- NP完全 (Karp '72)

<この発表の概要>

シャカシャカを整数計画法で記述する

実際に解いてみる

ソルバ

「スキップ」と読む

- SCIP 3.0.0

Binary: Windows/PC, 32bit, cl 16, intel
12.1: statically linked to SoPlex 1.7.0,
Ipopt 3.10.2, CppAD 20120101.3

マシン

- プロセッサ : Intel Core2 Duo P8600 @
2.40GHz 2.40GHz
- RAM : 4.00 GB
- OS : Windows Vista Business SP 2

時間計測

- SCIPの機能による

「実問題」に対する計測 (1)

nikoli.com掲載のおためし問題

問題	大きさ	レベル	白マス数	時間 (s)
1	10x10	らくらく	76	0.02
2	10x10	らくらく	77	0.03
3	10x10	らくらく	82	0.03
4	10x18	らくらく	131	0.07
5	10x18	おてごろ	156	0.09
6	10x18	おてごろ	144	0.07
7	14x24	おてごろ	297	0.21
8	14x24	たいへん	295	0.19
9	20x36	たいへん	645	0.84
10	20x36	たいへん	632	0.91

「実問題」に対する計測 (2)

nikoli.comの第151回パズル早解き選手権問題

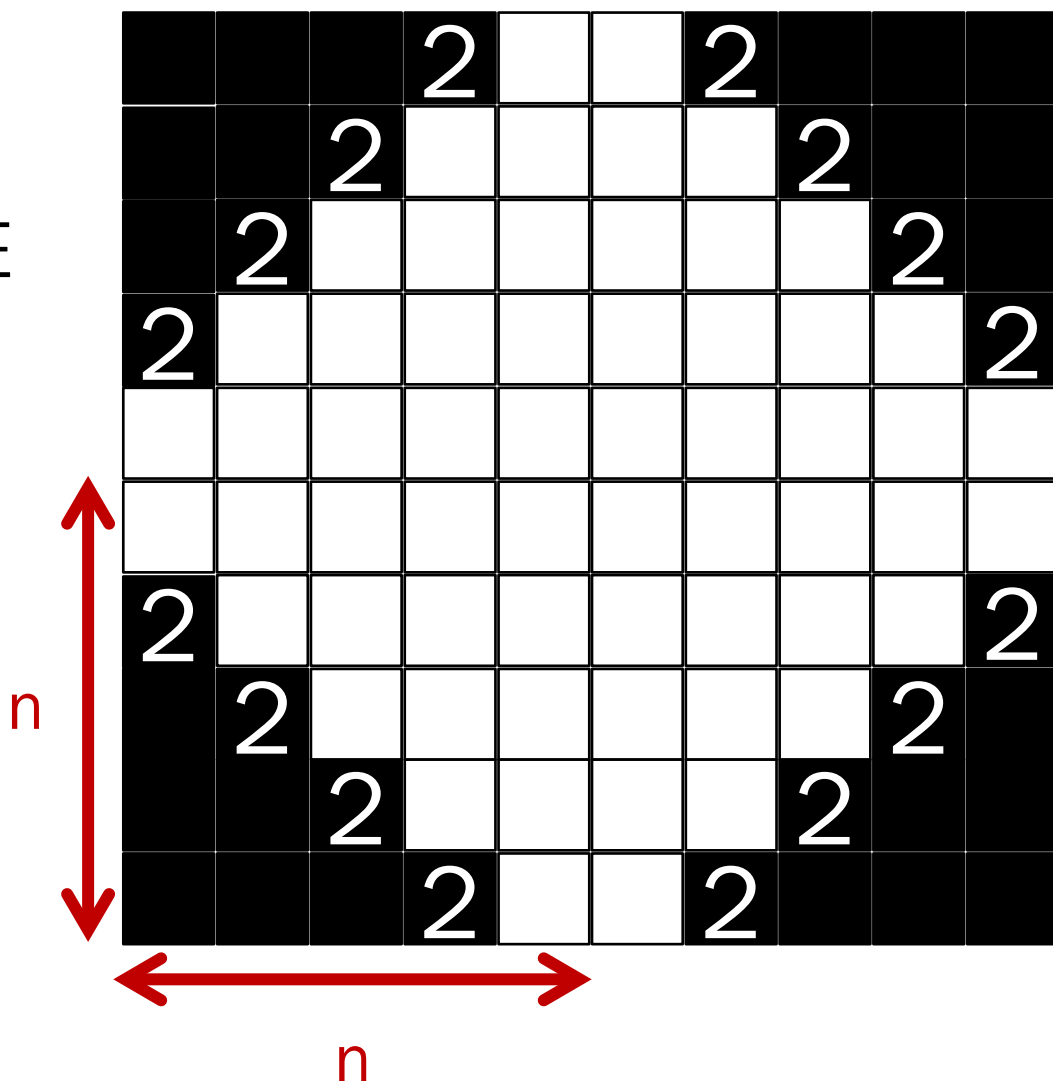
問題	大きさ	レベル	白マス数	時間 (s)
	31x45	アゼン	1230	2.63

「人工問題」に対する計測 (1)

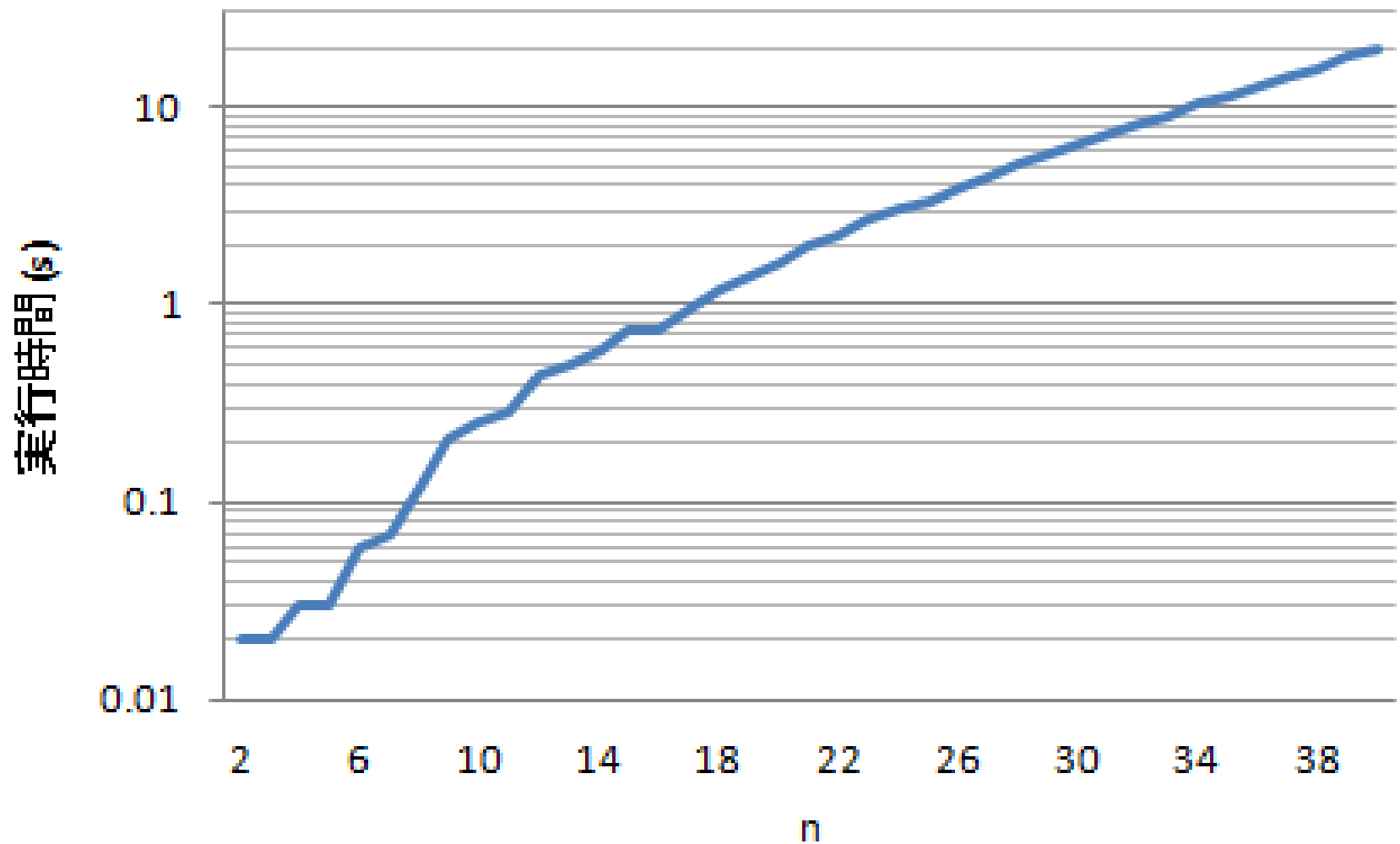
対象とした問題

- $n = 2 \sim 40$
- 解が一意に存在

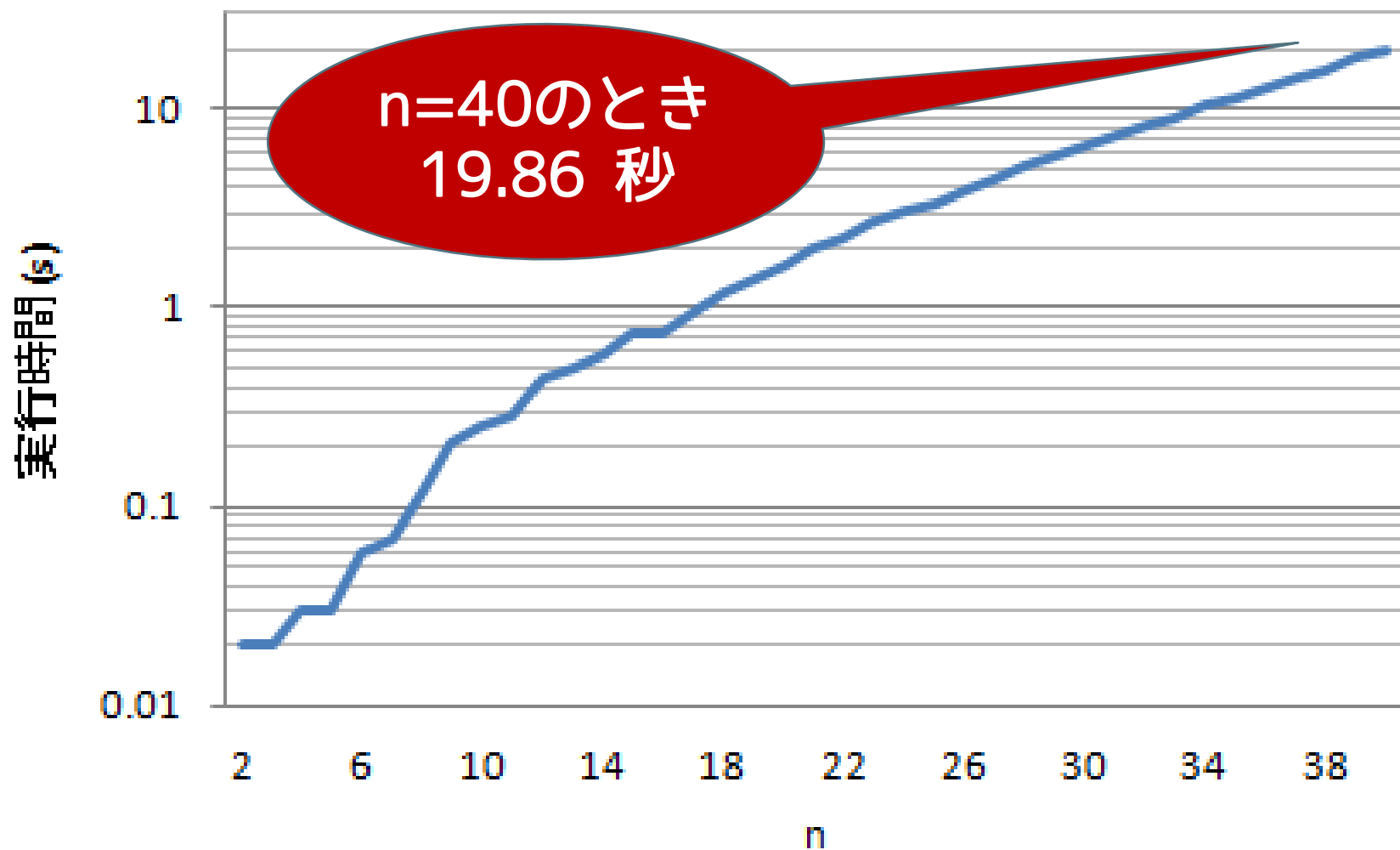
$n = 5$ の例 $\rightarrow$



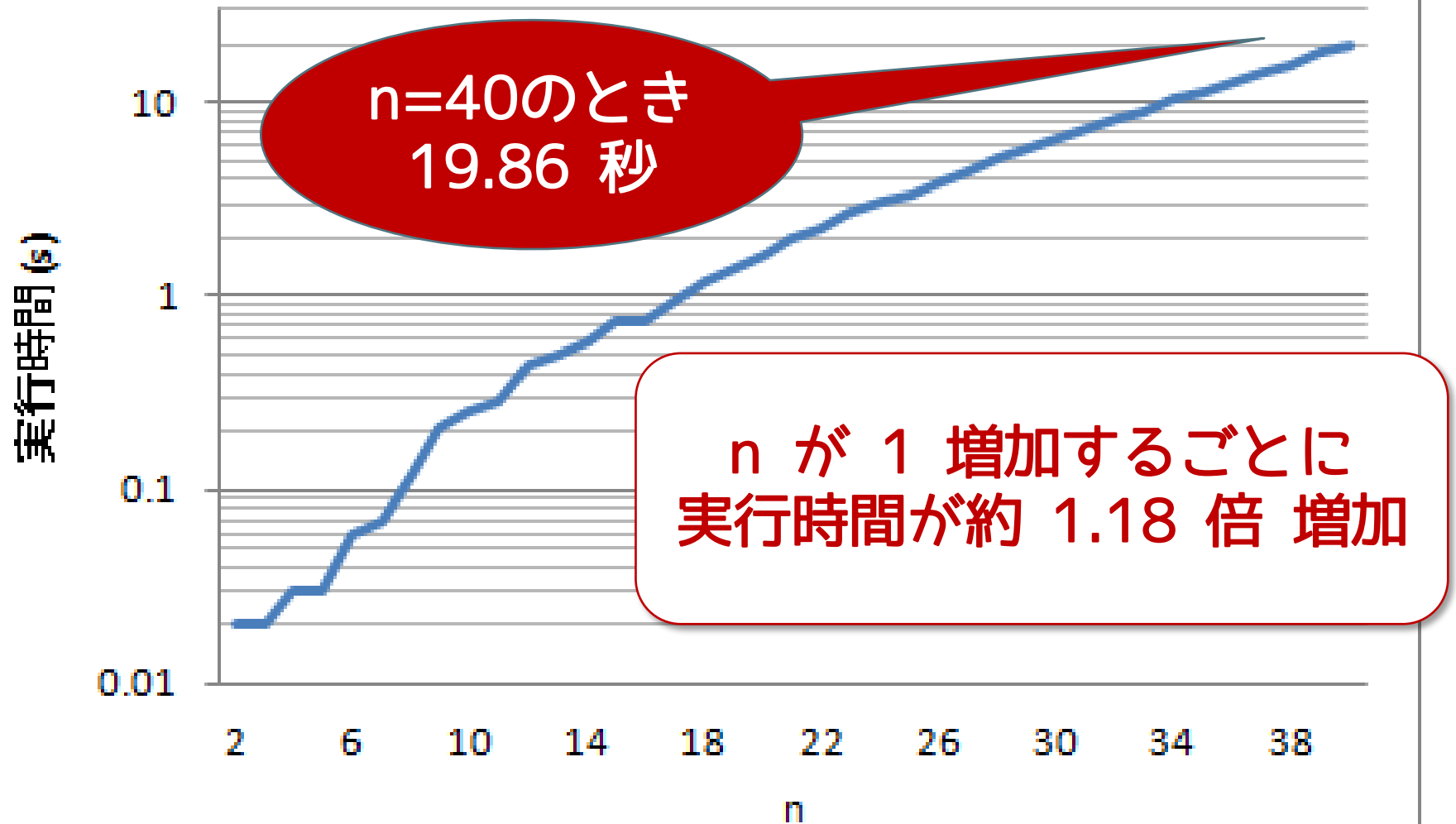
「人工問題」に対する計測 (2)



「人工問題」に対する計測 (2)



「人工問題」に対する計測 (2)



シャカシャカ と 整数計画法

<この発表の概要>

シャカシャカを整数計画法で記述する

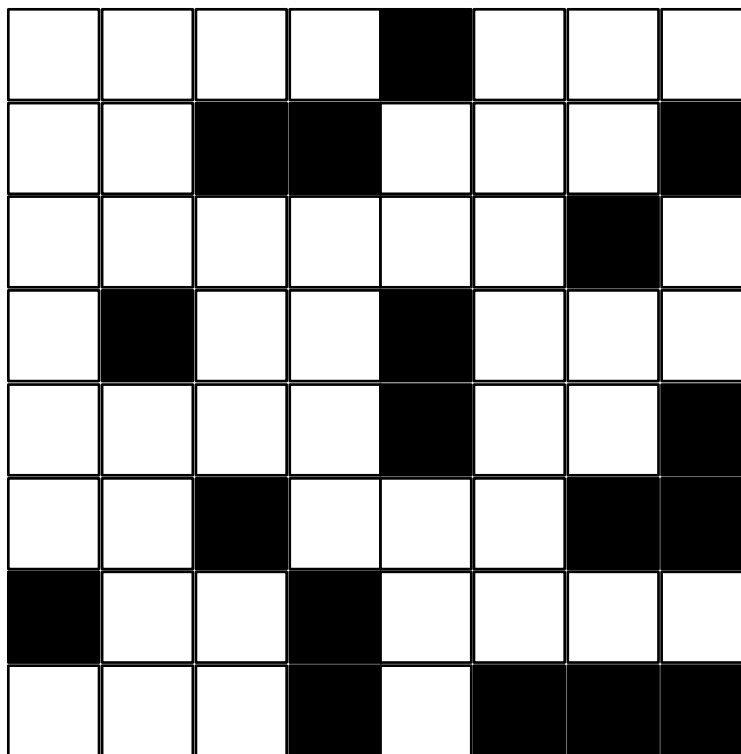
<この発表のまとめ>

実問題を簡単に解ける（証明付き）記述が得られた

未解決問題（研究問題）

- 数字の入った黒マスのない問題が一意解を持つには黒マスいくつで十分か？
 - 盤面の大きさを $n \times n$ としたときに、その数は n に応じてどう変化するか？

$n = 8$ の例
(黒マス18個)



シャカシャカと整数計画法

岡本 吉央
電気通信大学

2013年3月1日

