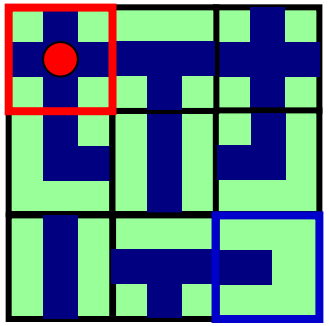
Type-LやTを含む制限に注目したセル迷路問題の計算複雑さの解析

○木場 裕矢　大阪電気通信大学大学院
植谷 昌博　富士通ネットワークソリューションズ（株）
上嶋 章宏　大阪電気通信大学大学院

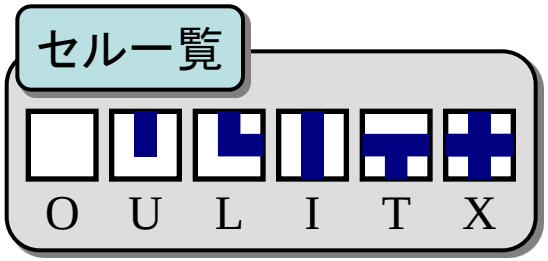
第7回組合せゲーム・パズル ミニ研究集会

発表の流れ

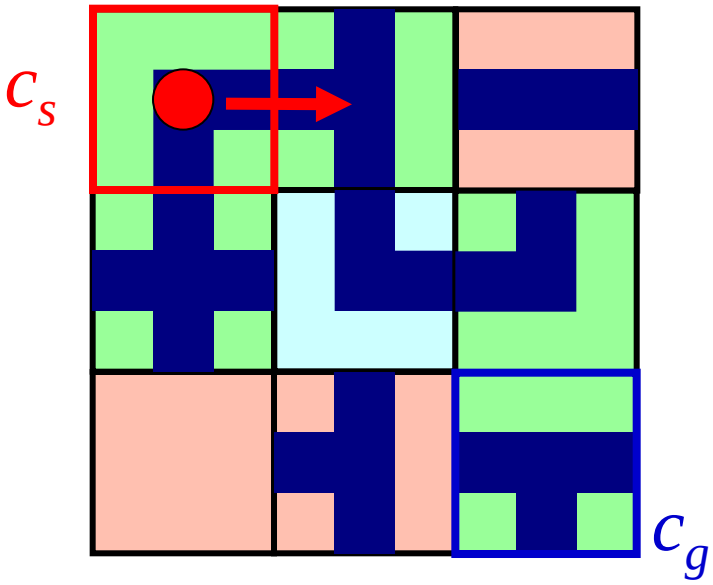
- 研究背景・目的
  - セル迷路の定義
  - 先行研究の紹介，未解決問題
- 研究結果
  - 未解決制限の計算複雑さの解明
    - Type-Lに制限したNP困難性
    - Type-U，Xに制限したNP困難性
    - 移動数かつType-O，Xに制限したNP完全性
- まとめと今後の課題



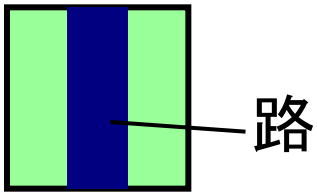
セル迷路



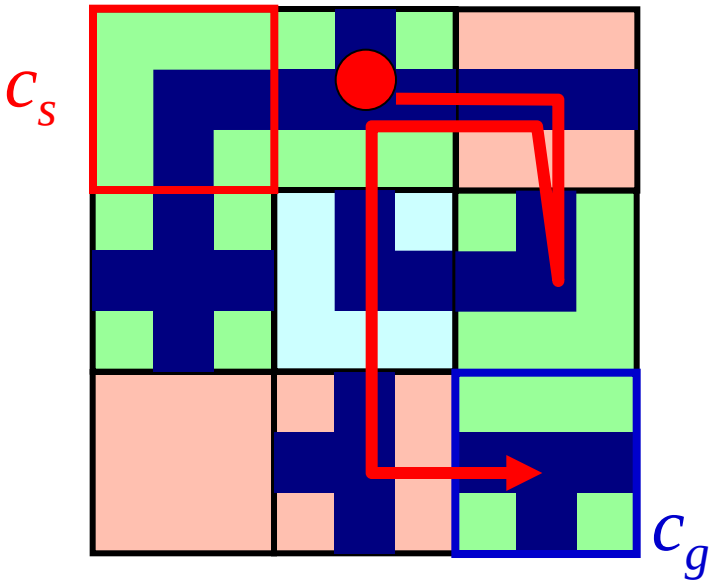
セル迷路の定義と制限



プレイヤー



セル迷路の定義と制限

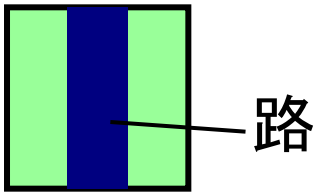


プレイヤー

右90°回転

左90°回転

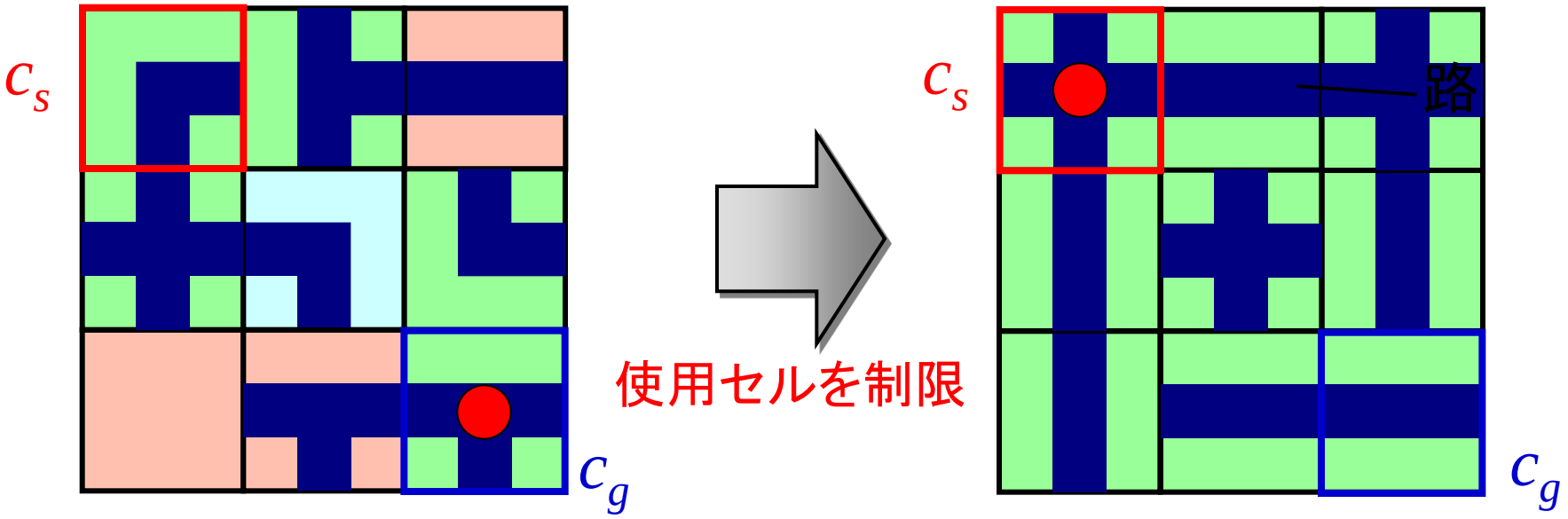
180°回転



路に沿って移動

移動先のセルが回転

セル迷路の定義と制限

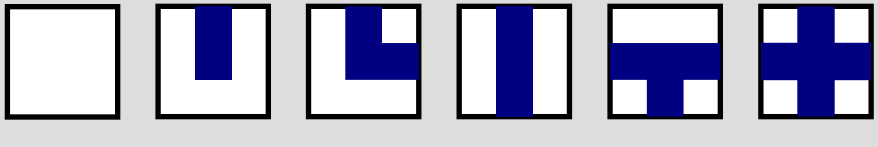


セル迷路問題：PSPACE完全　[上條ら, 2011]

入力：（縦）m×（横）nサイズのセル迷路盤面C, $c_s, c_g \in C$,
質問：プレイヤーはc_sからc_gへ到達可能か？

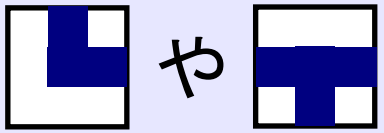
先行研究と未解決問題

セル迷路のセル一覧

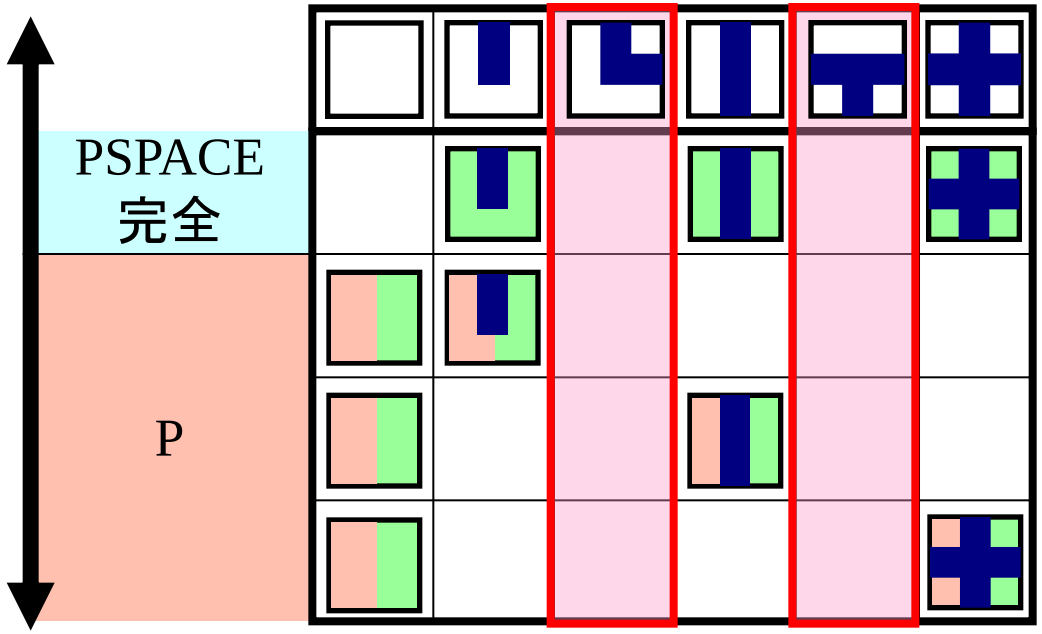


O U L I T X

未解決な問題



や のみの制限

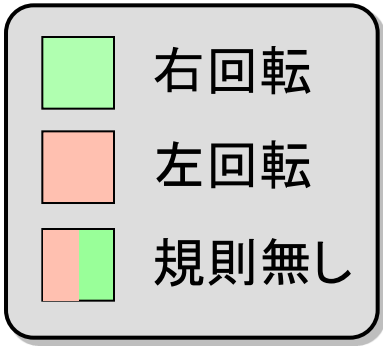


[上條ら, 2011] 00]

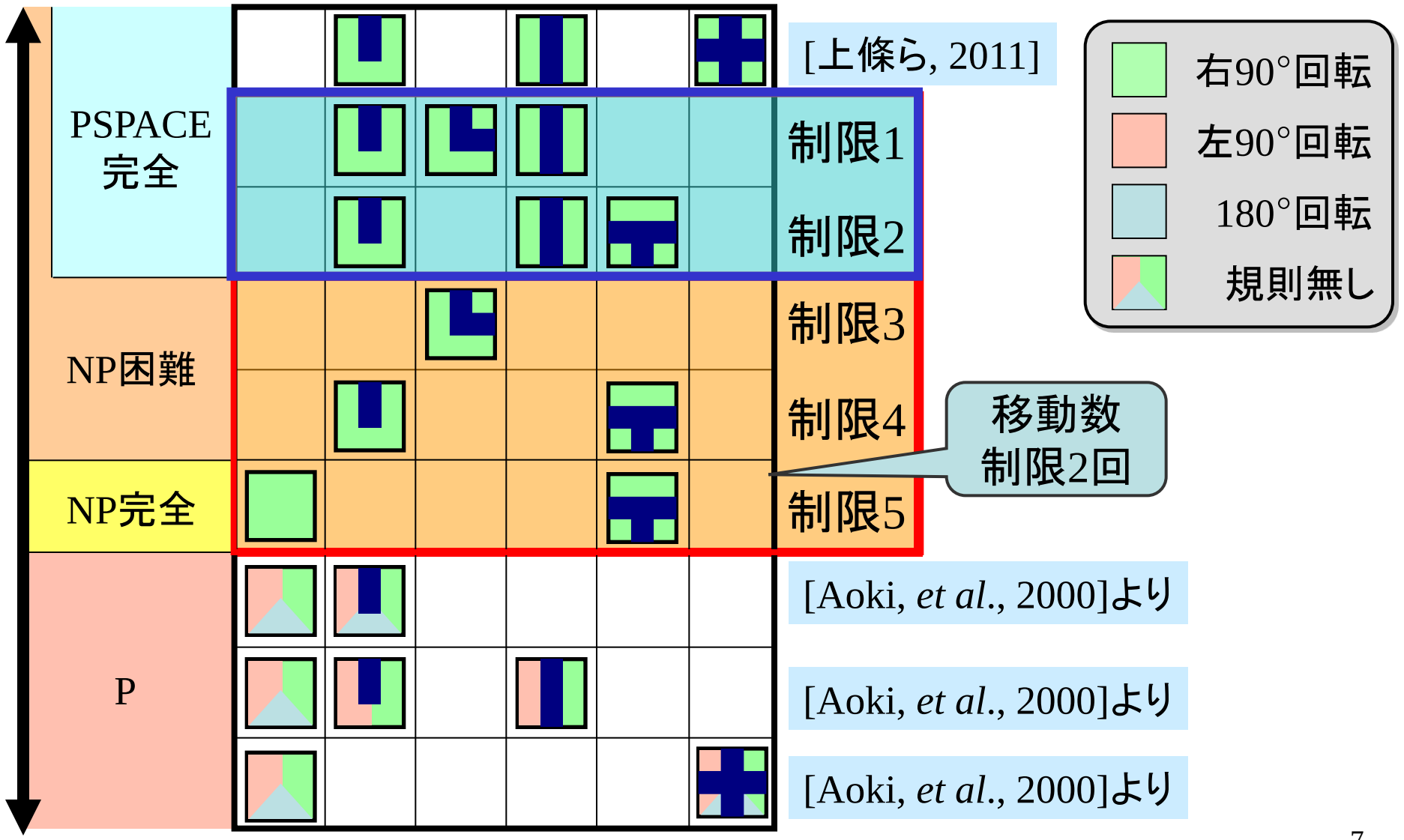
[Aoki, *et al.*, 2000]

[Aoki, *et al.*, 2000]

[Aoki, *et al.*, 2000]



研究結果

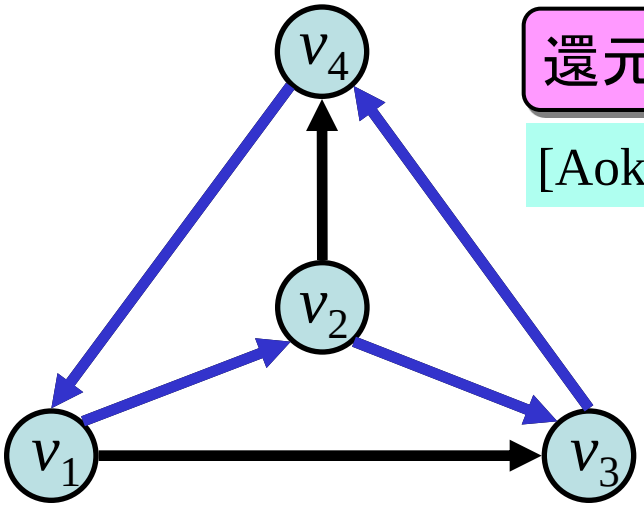

PSPACE
完全
NP困難
NP完全
P
[上條ら, 2011]
制限1
制限2
制限3
制限4
制限5
移動数
制限2回
[Aoki, *et al.*, 2000]より
[Aoki, *et al.*, 2000]より
[Aoki, *et al.*, 2000]より
右90°回転
左90°回転
180°回転
規則無し

NP困難性の証明

次数制限付き平面有向ハミルトン閉路問題

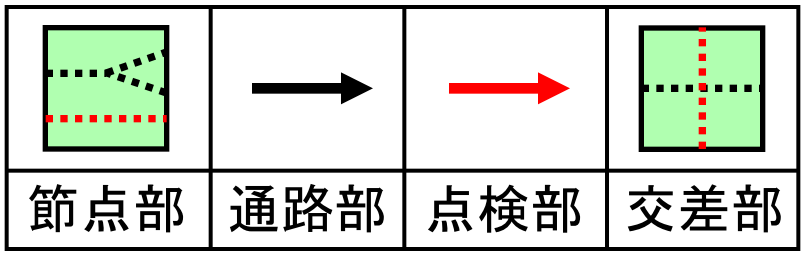
[M. R. Garey, *et al.*, 1971]

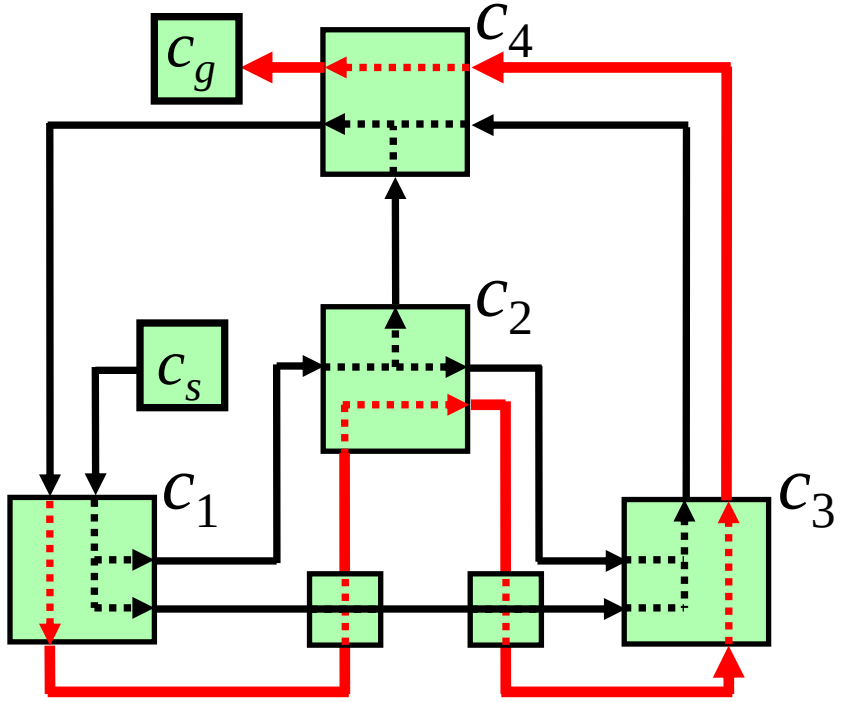
入力：次数を3に限定した平面有向グラフG,
質問：G上の全ての節点を丁度1度ずつ通る閉路が存在するか？



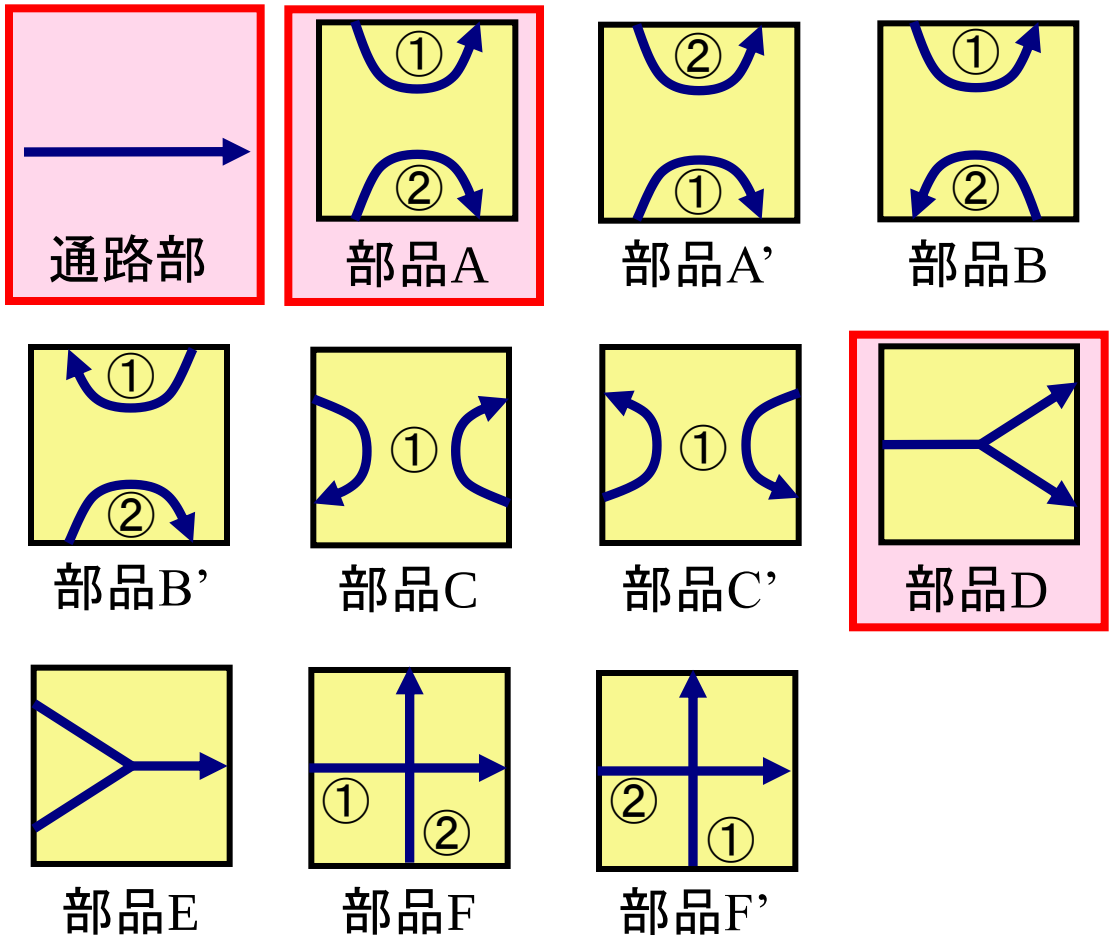
還元

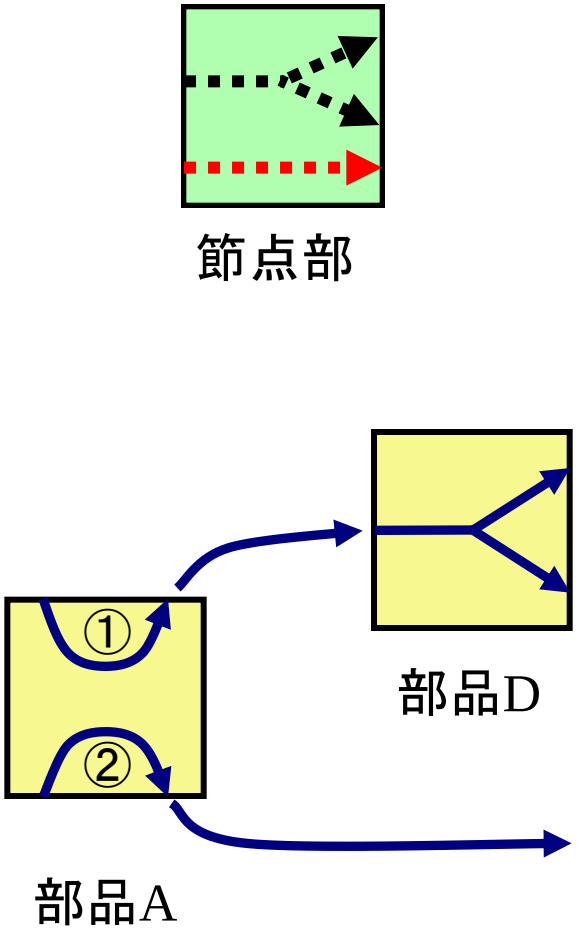
[Aoki, *et al.*, 2000]





NP困難性の証明に必要な部分盤面

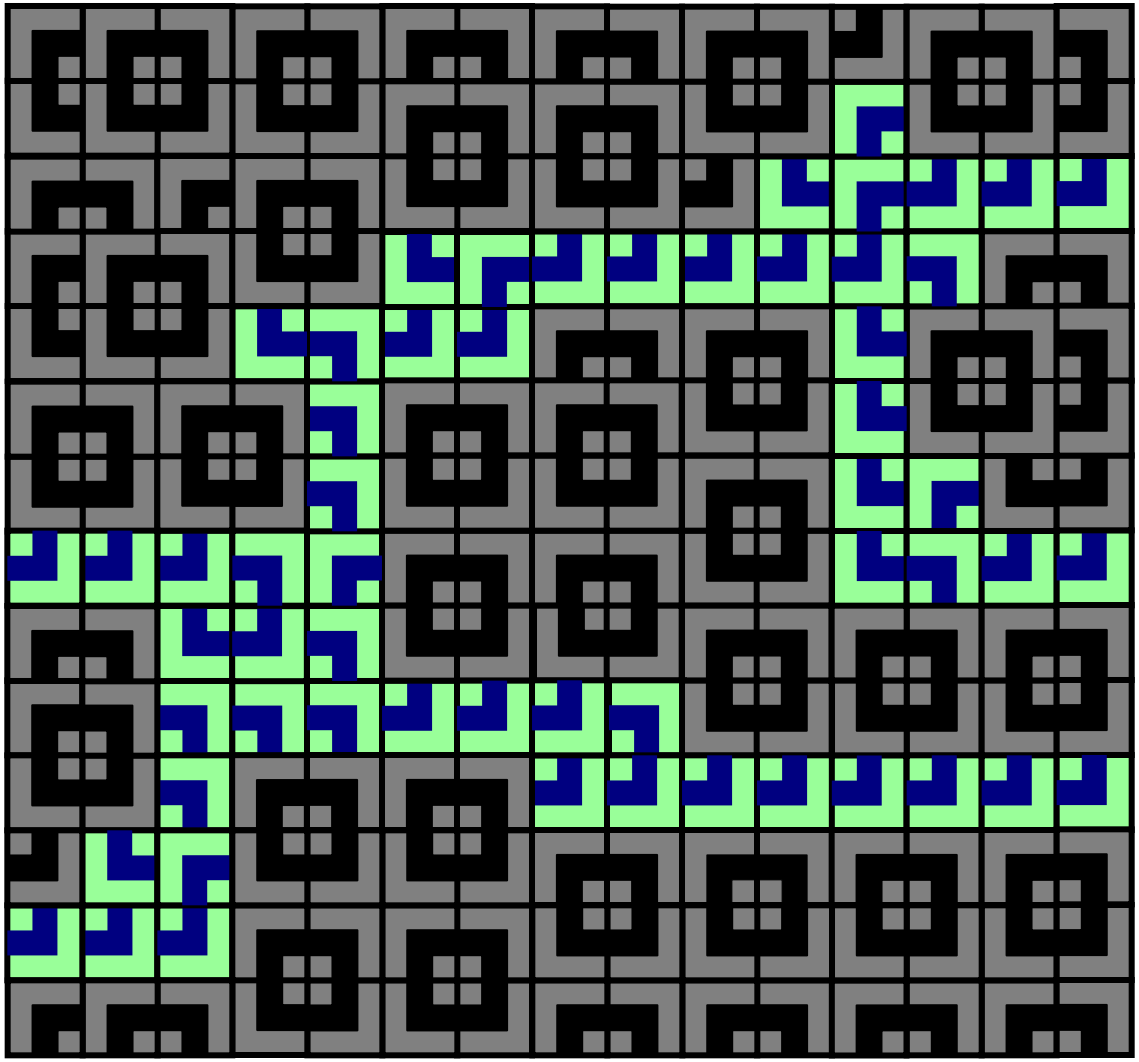


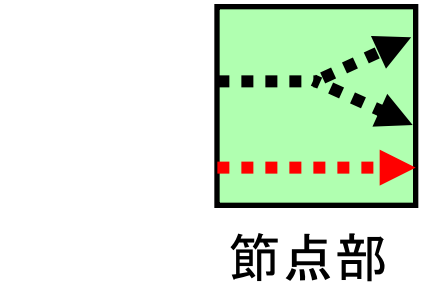


上記部品の組み合わせにより還元盤面構成

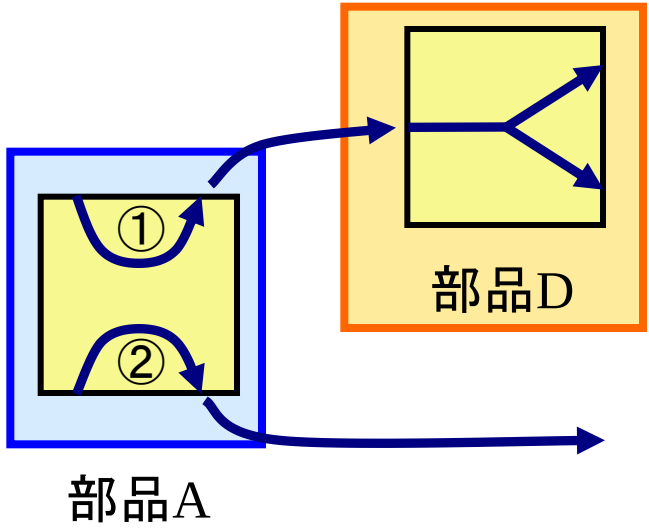
[Aoki, *et al.*, 2000]

NP困難性の証明に必要な部分盤面

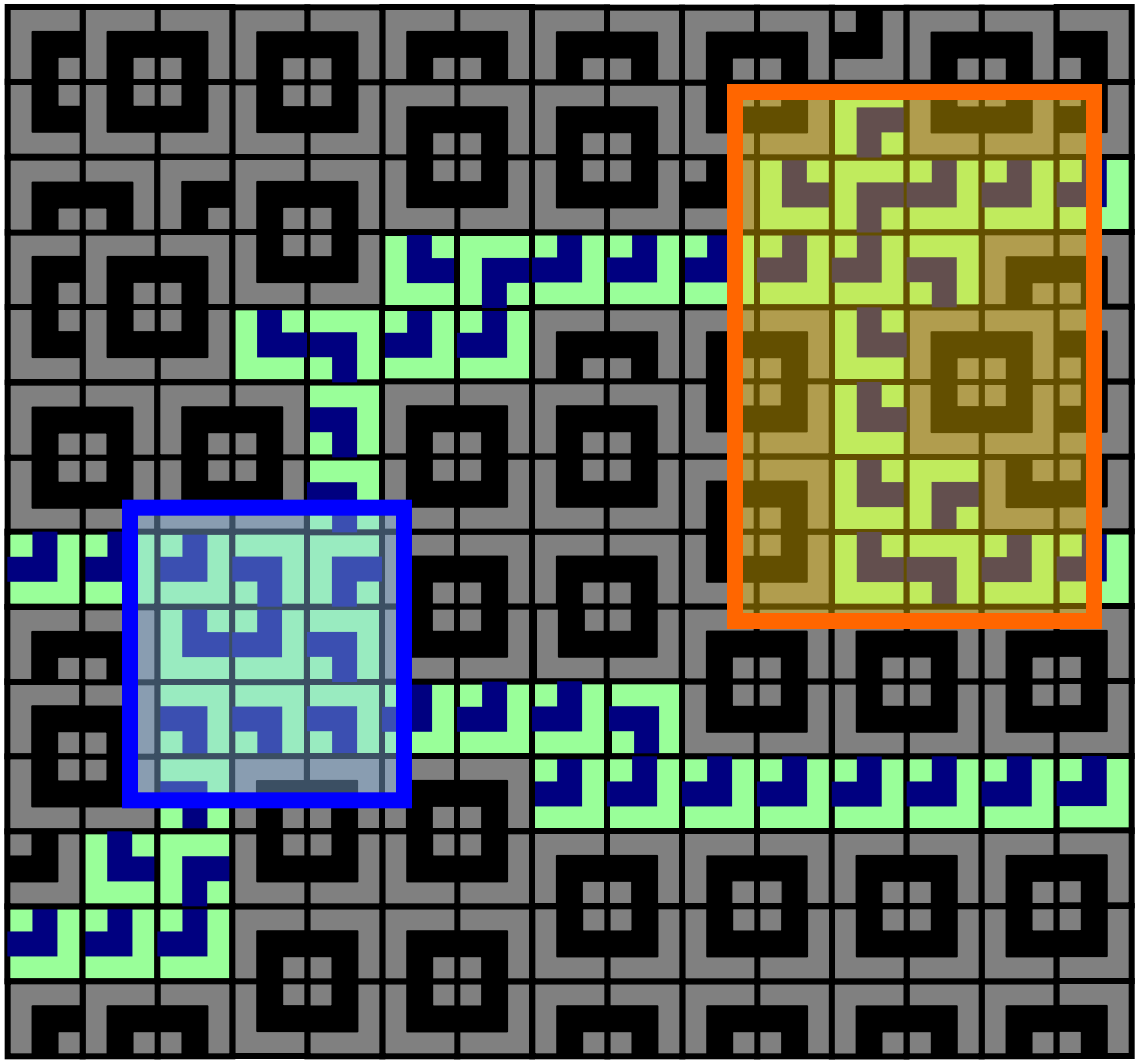


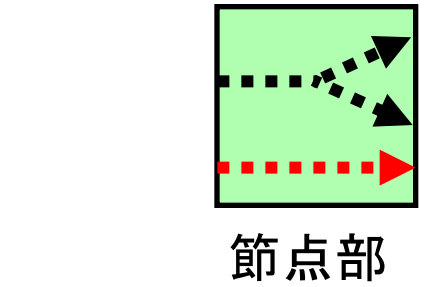


節点部

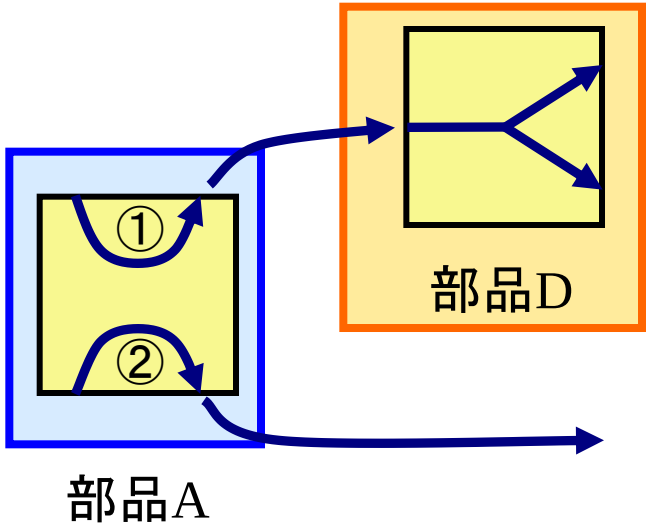


NP困難性の証明に必要な部分盤面

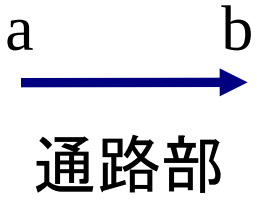




節点部

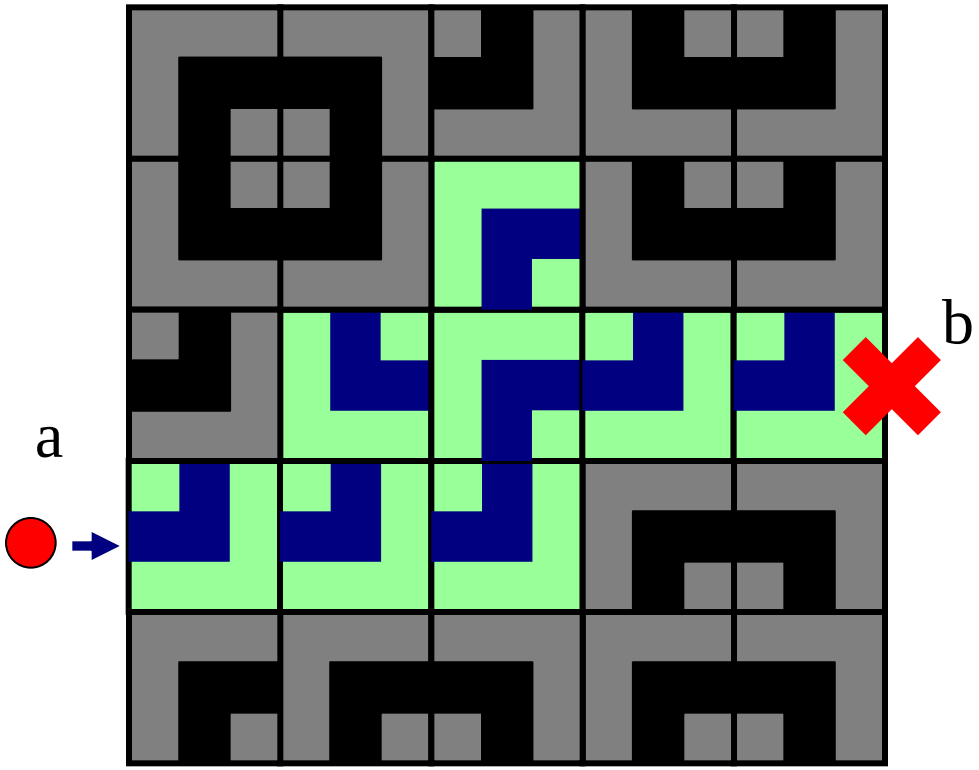


制限3の通路部

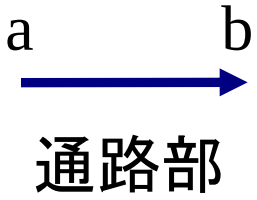


- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限3：NP困難

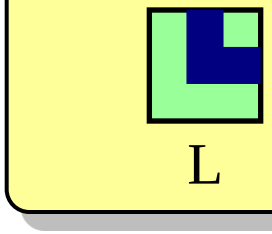


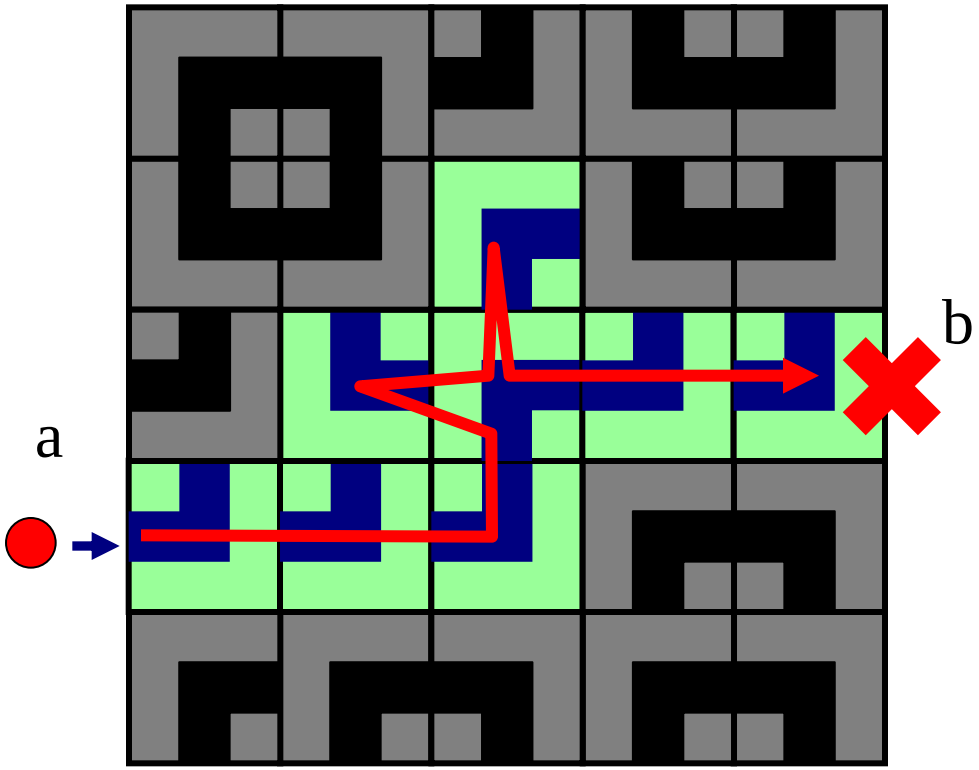
制限3の通路部



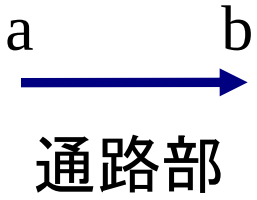
- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限3：NP困難



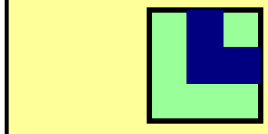


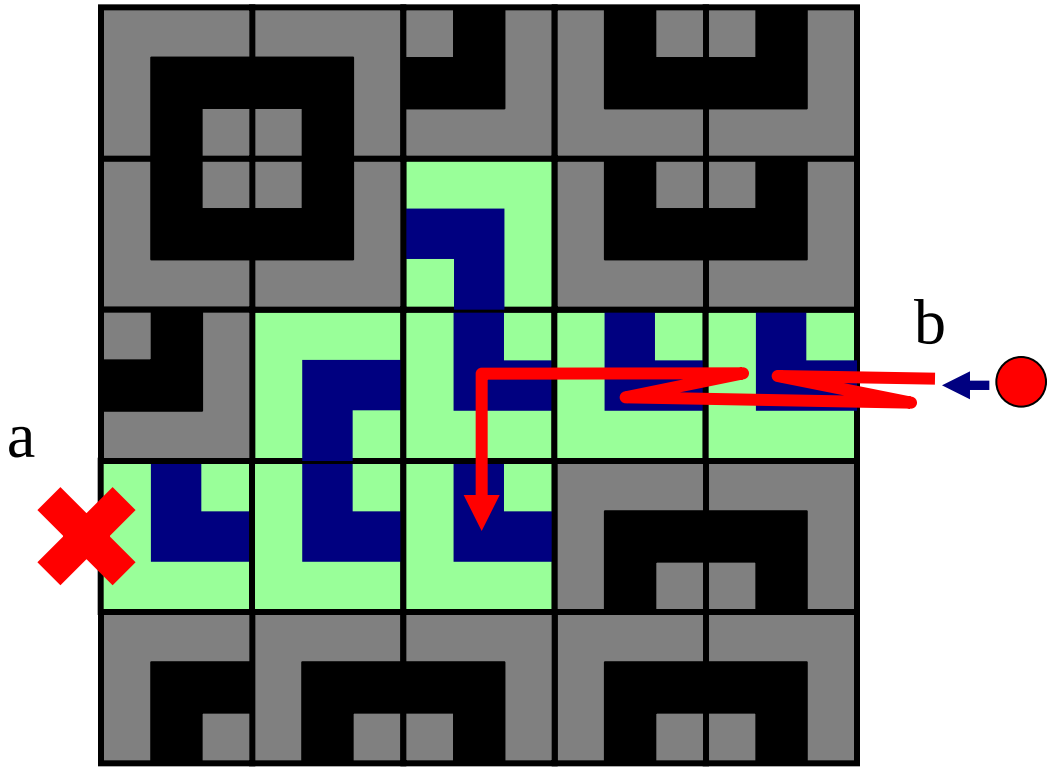
制限3の通路部



- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限3：NP困難





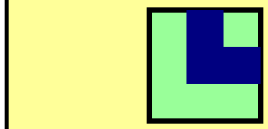
制限3の通路部

a　　b

通路部

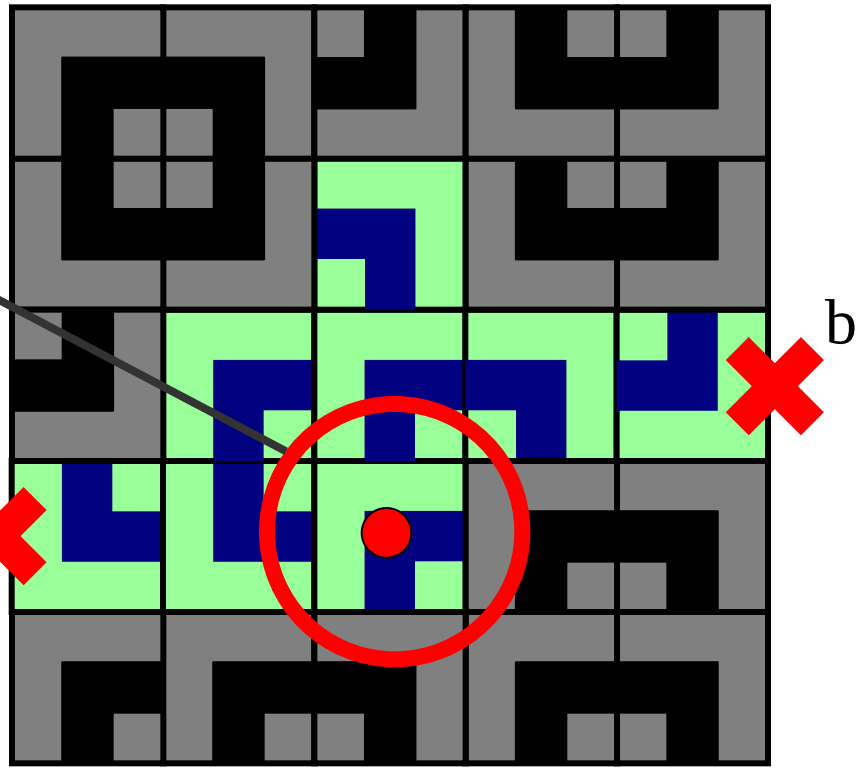
- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限3：NP困難

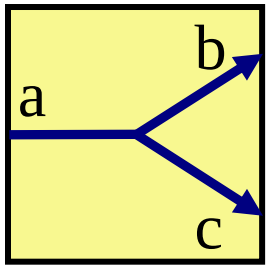


L

クランクが重要



制限3の部品D

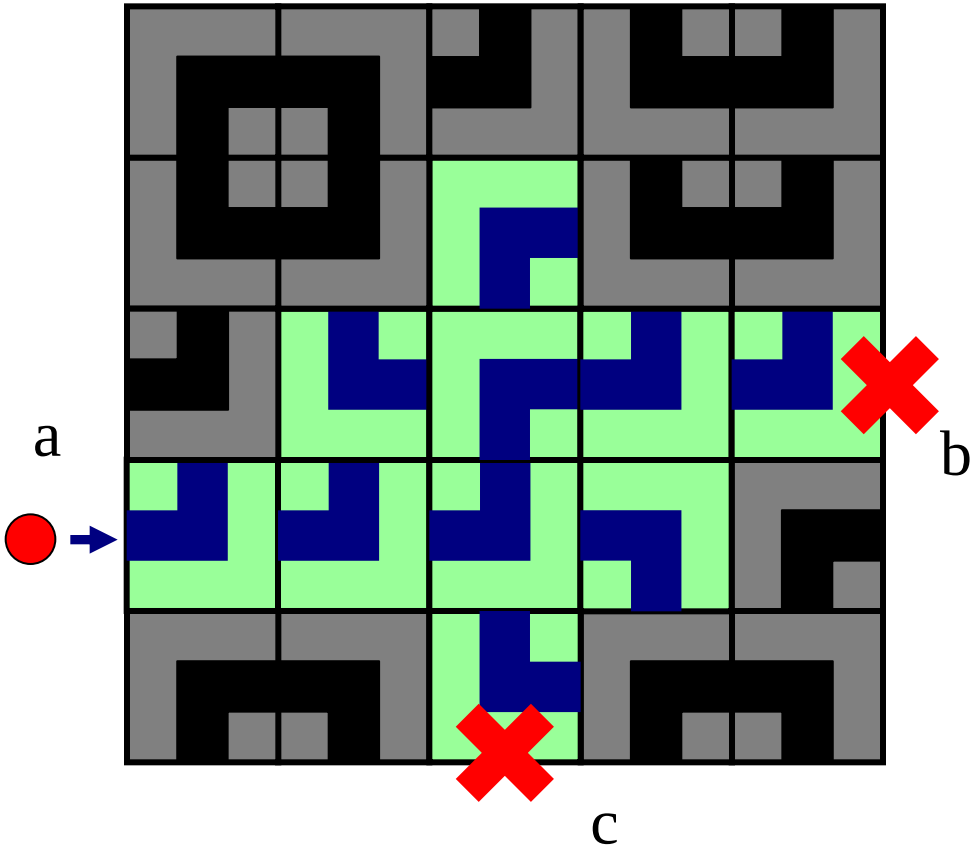


部品D

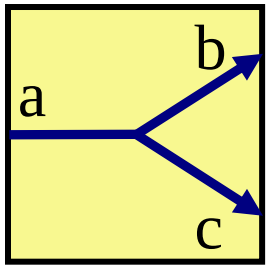
■ 通路を分岐させる部品

制限3：NP困難

L



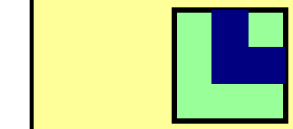
制限3の部品D



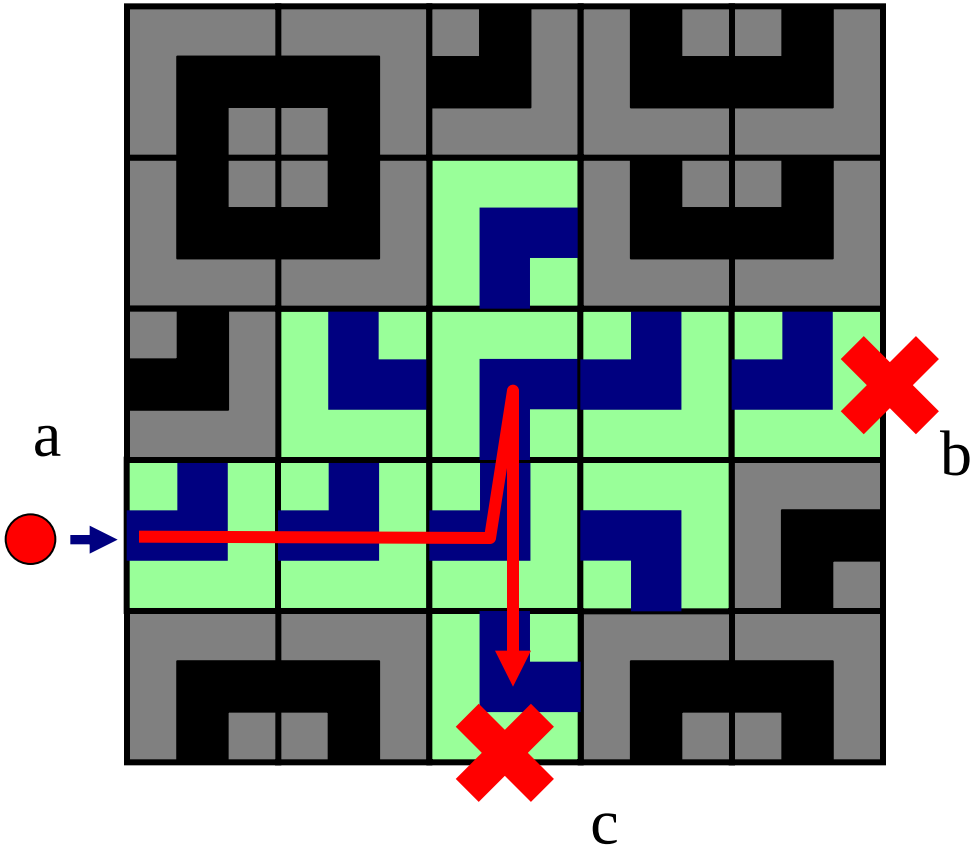
部品D

■ 通路を分岐させる部品

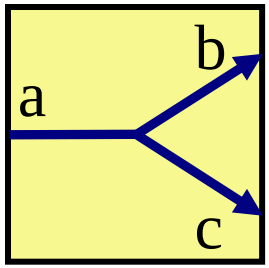
制限3：NP困難



L



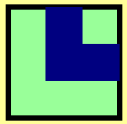
制限3の部品D



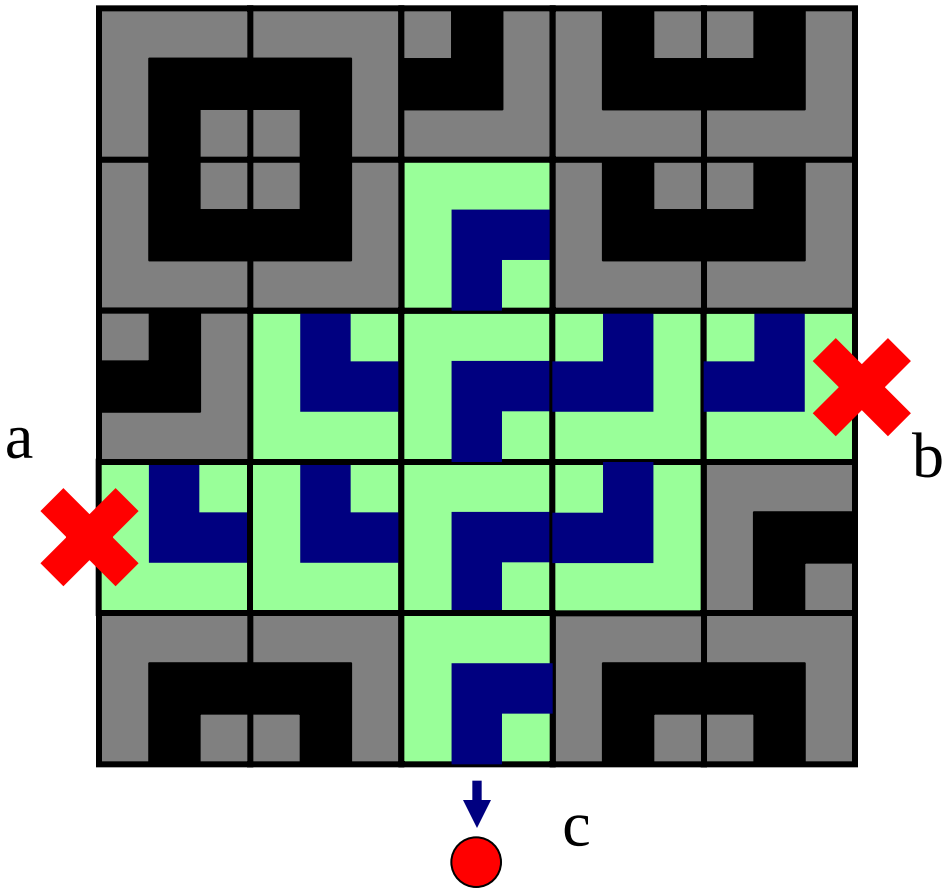
部品D

■ 通路を分岐させる部品

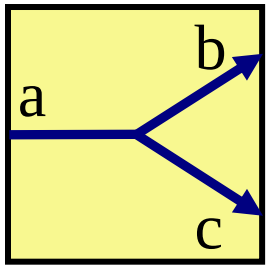
制限3：NP困難



L



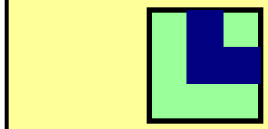
制限3の部品D

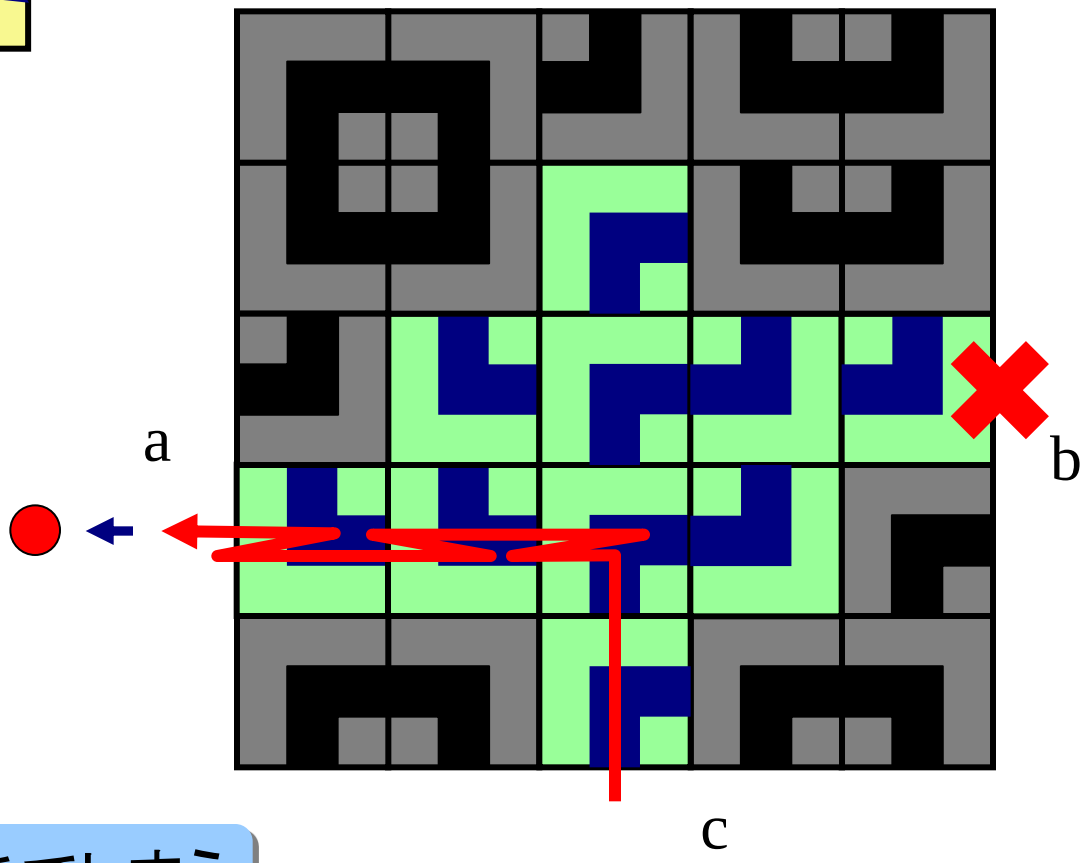


部品D

■ 通路を分岐させる部品

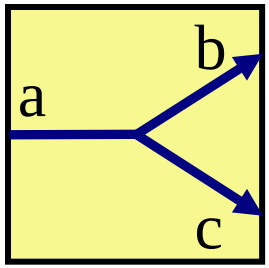
制限3：NP困難





逆走ができてしまう

制限3の部品D

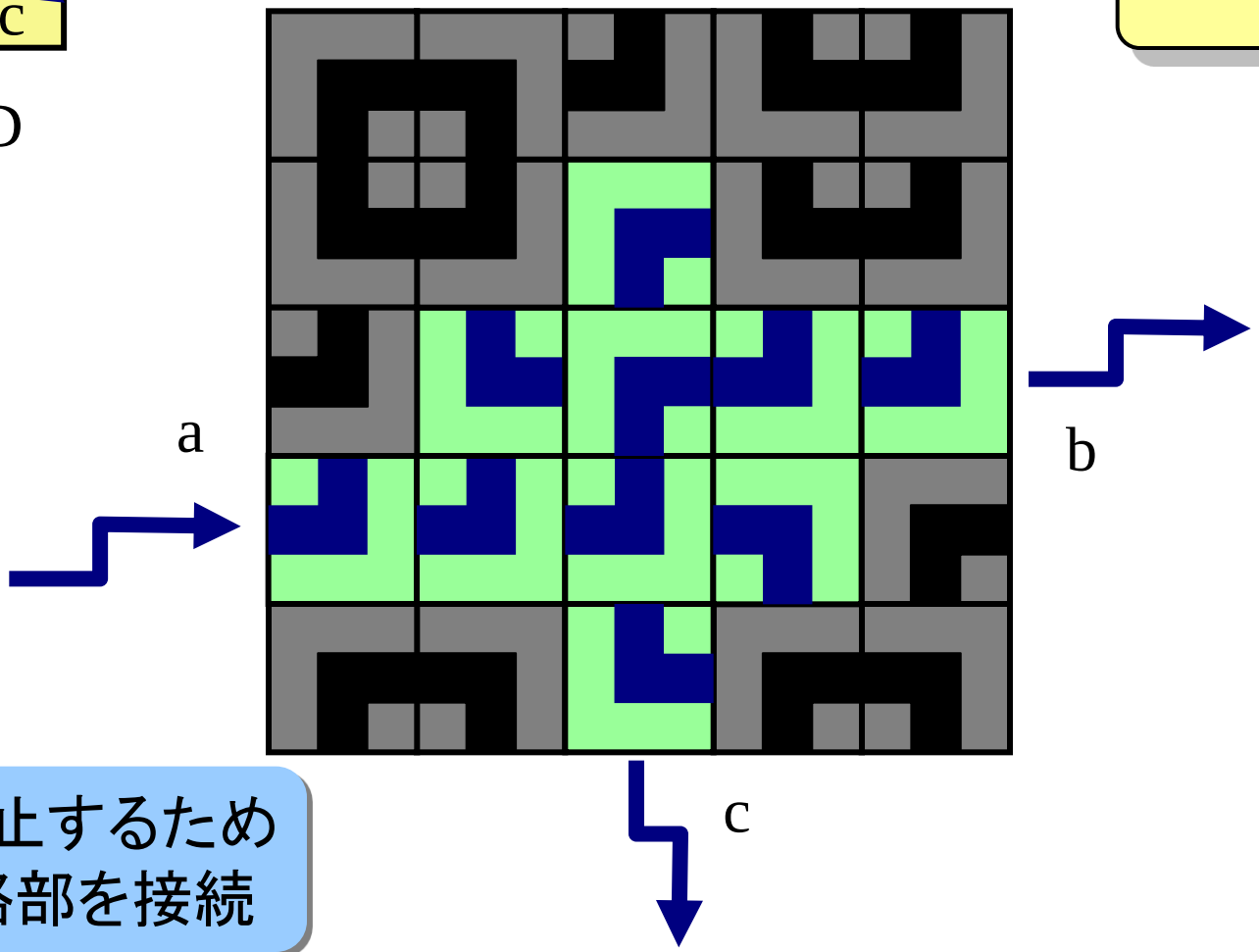


部品D

■ 通路を分岐させる部品

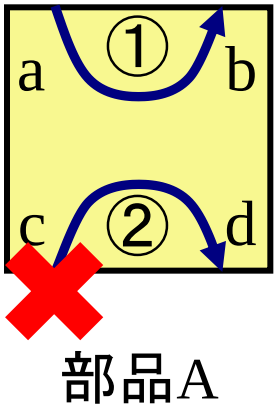
制限3：NP困難

L



逆走を防止するため
必ず通路部を接続

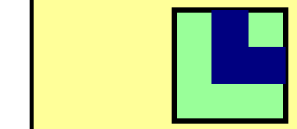
制限3の部品A



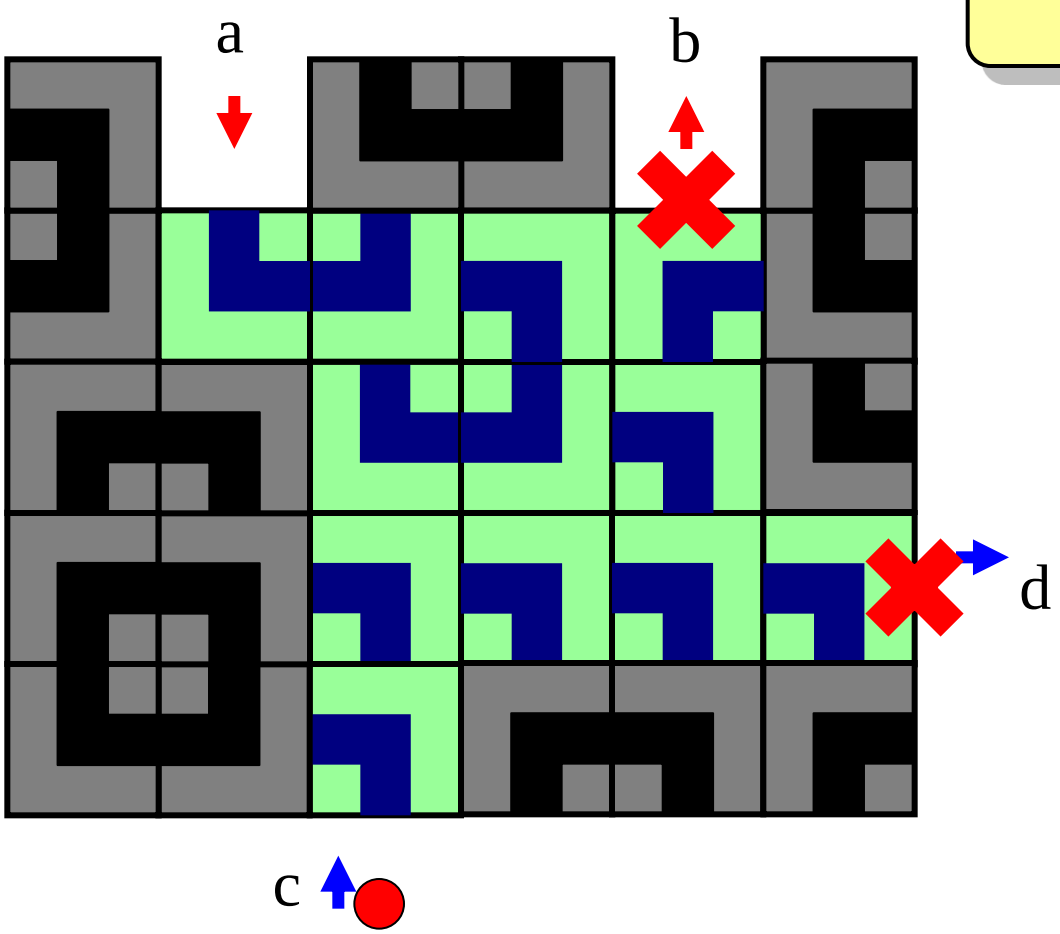
部品A

■ ①通行後に②を通行可能

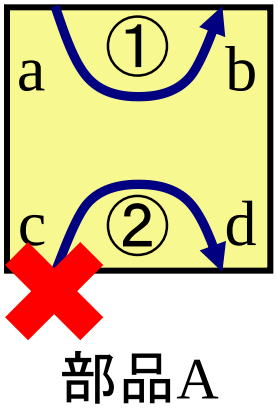
制限3：NP困難



L



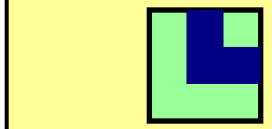
制限3の部品A



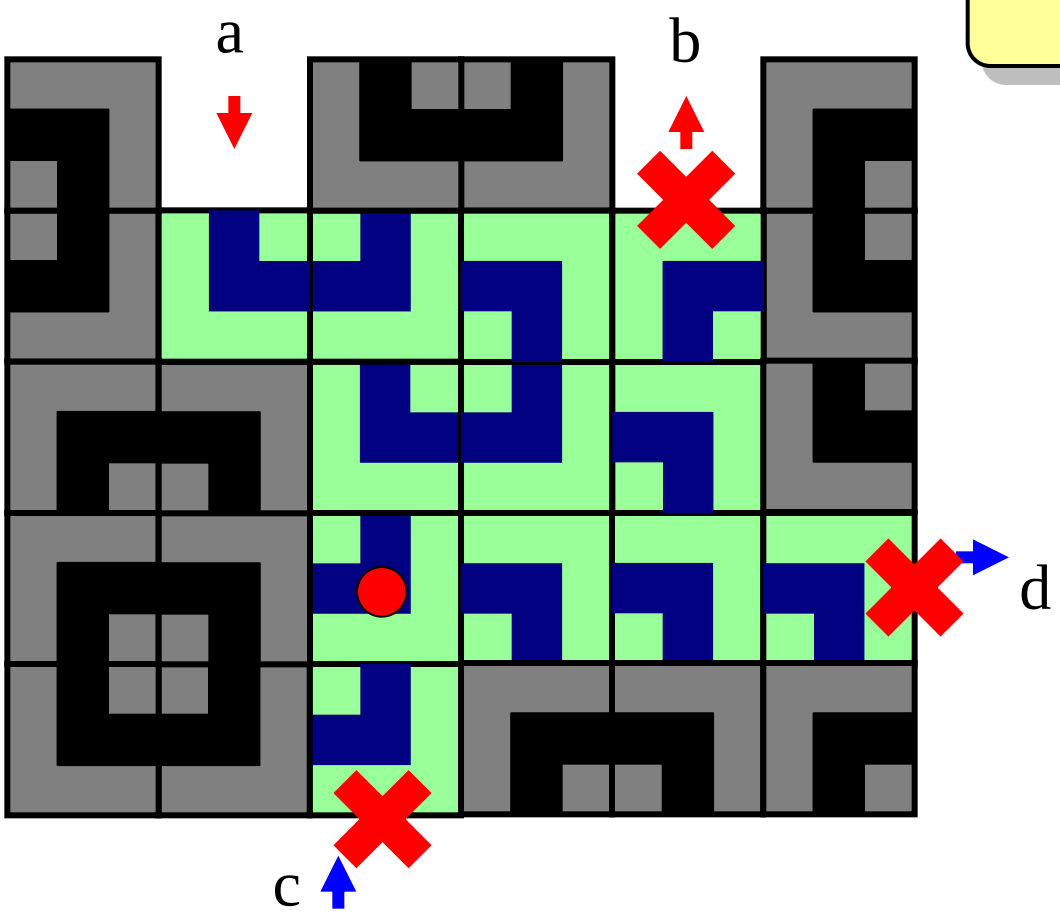
部品A

■ ①通行後に②を通行可能

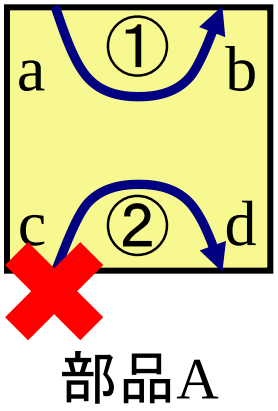
制限3：NP困難



L



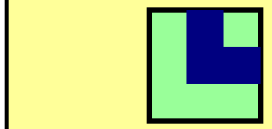
制限3の部品A



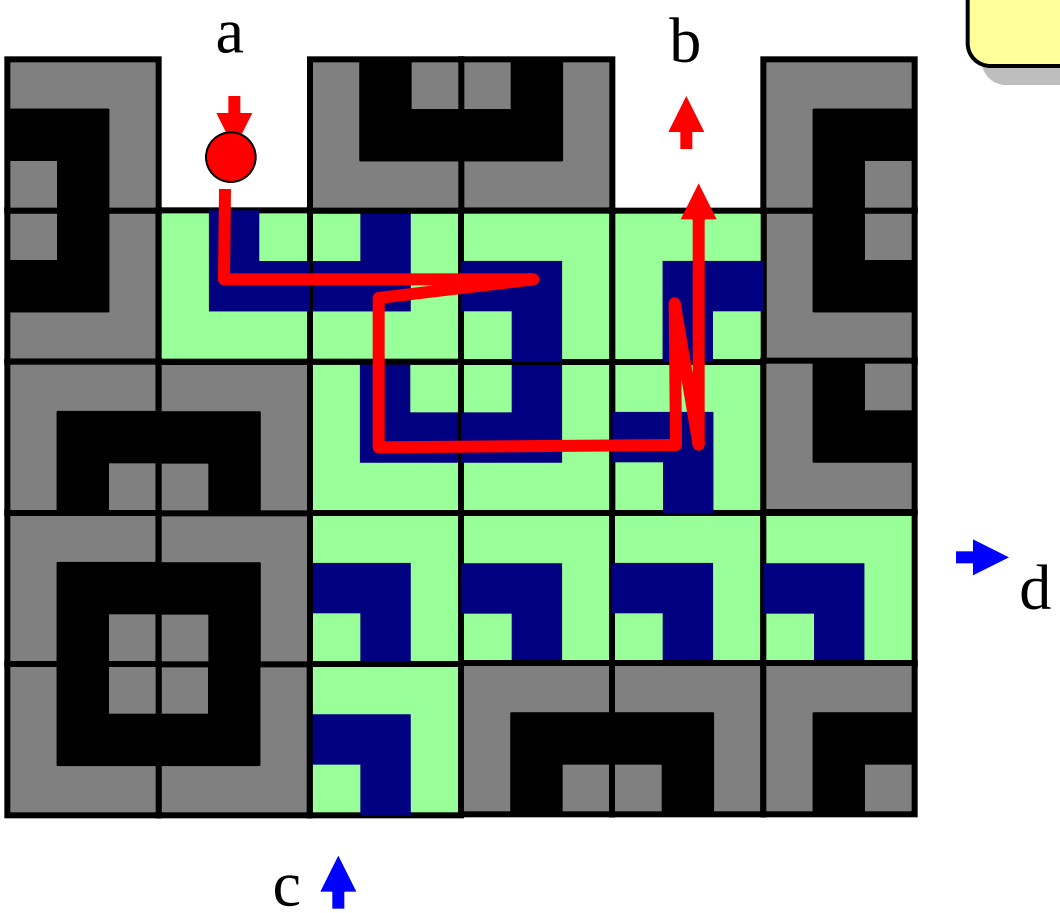
部品A

■ ①通行後に②を通行可能

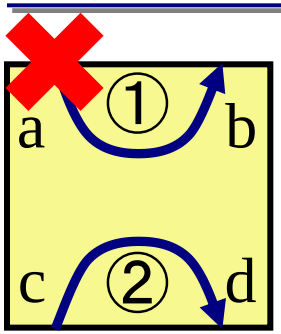
制限3：NP困難



L



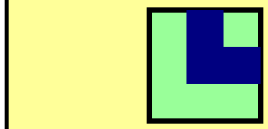
制限3の部品A



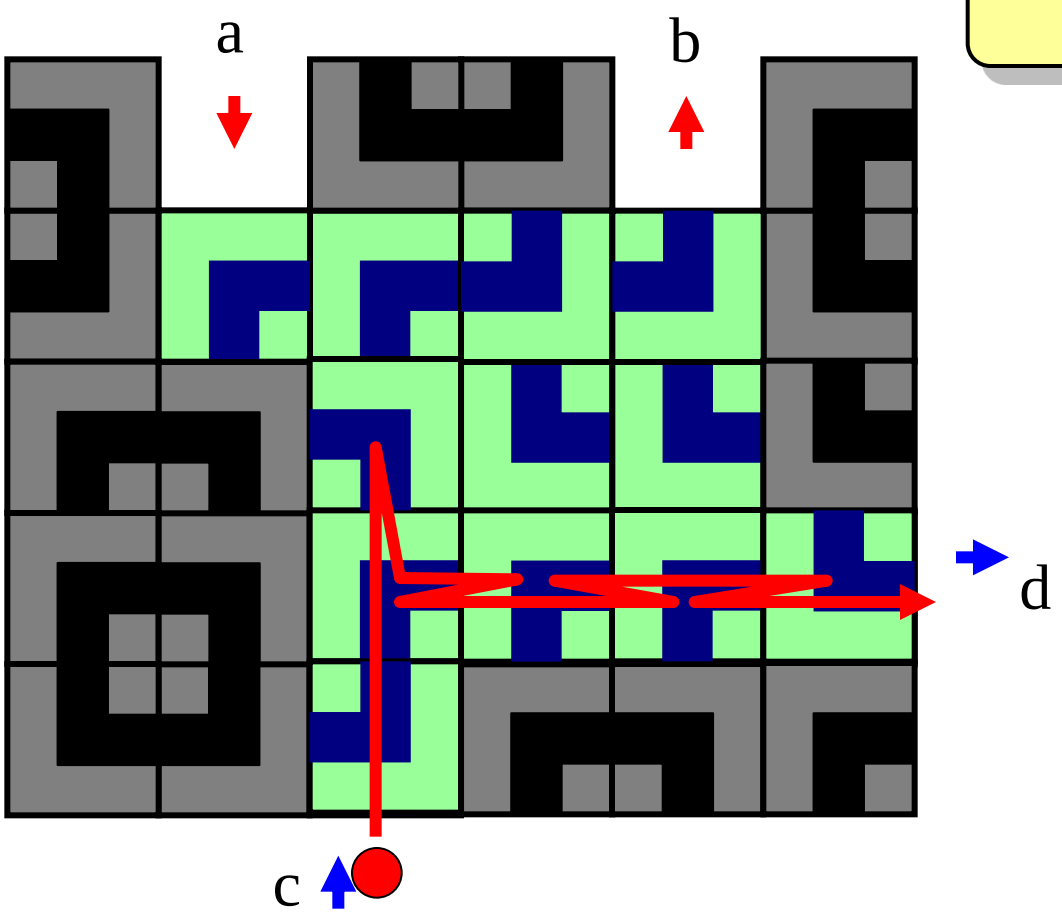
部品A

■ ①通行後に②を通行可能

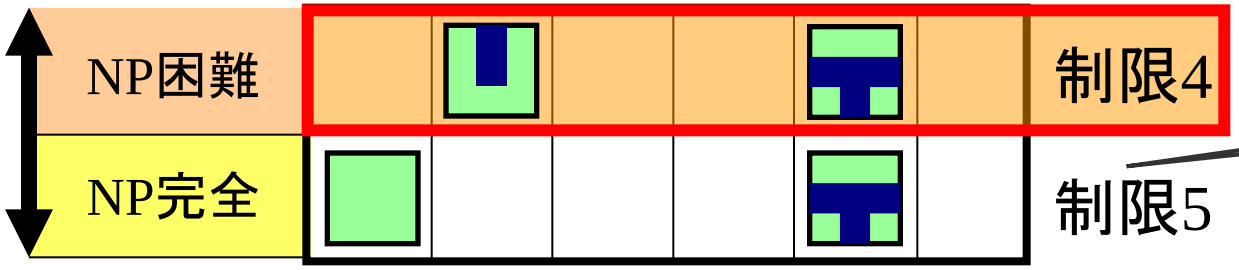
制限3：NP困難



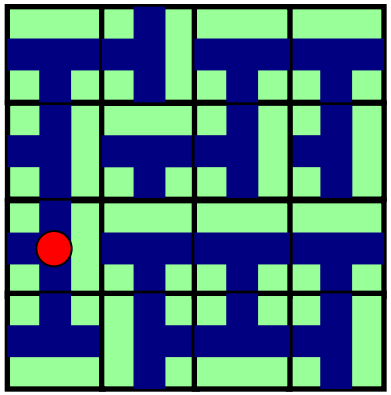
L



Type-Tを含む制限（制限4）



移動数制限2回



の性質

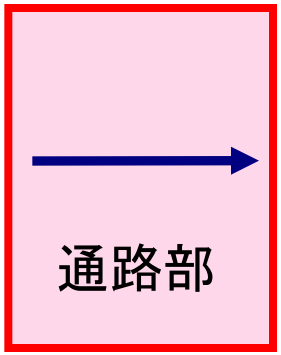
自由度が高い

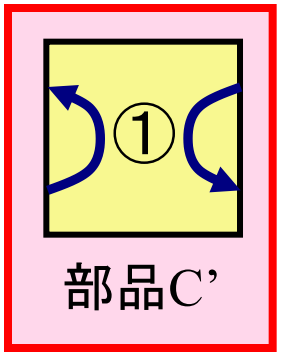
壁の構成が困難

Pで解けるか不明

妥協

で壁を構成





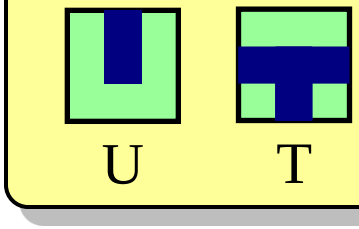
制限4の通路部

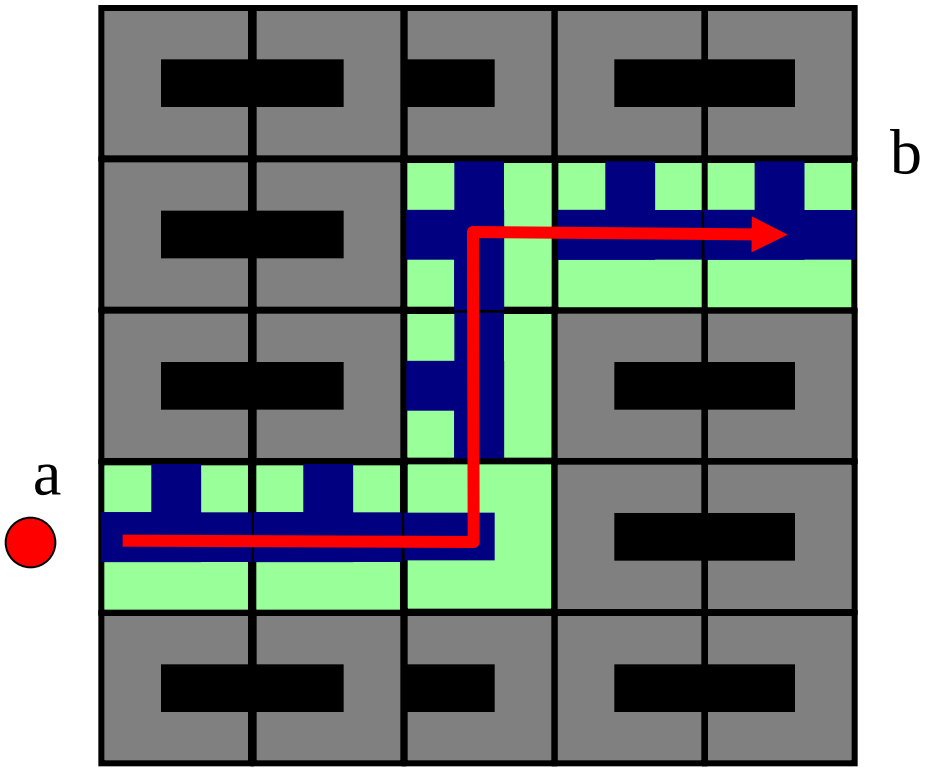
a　　b

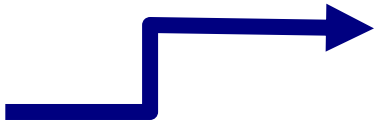
通路部

- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限4：NP困難

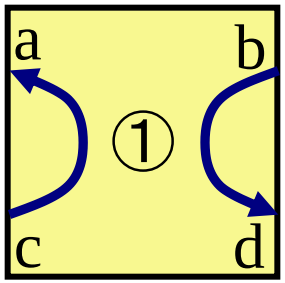






制限3同様に各部品
接続に要クランク

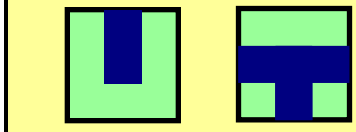
制限4の部品C’



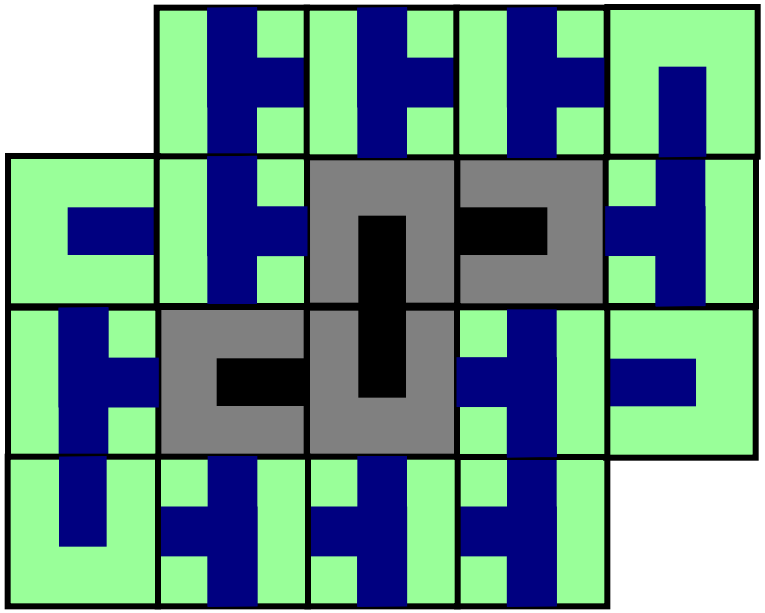
部品C’

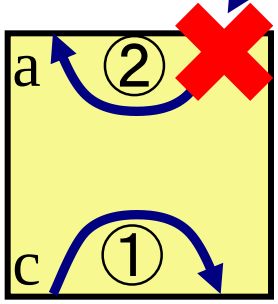
■ 1度のみ通行可能

制限4：NP困難

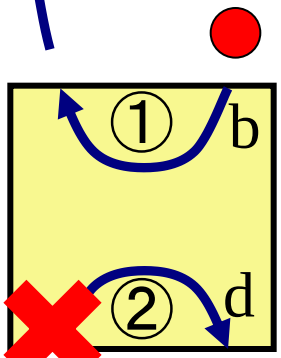


構成は点対象





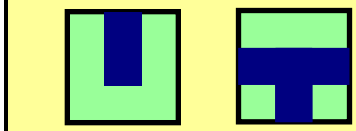
部品B’



部品B’

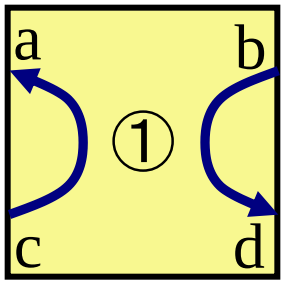
制限4の部品C’

制限4：NP困難

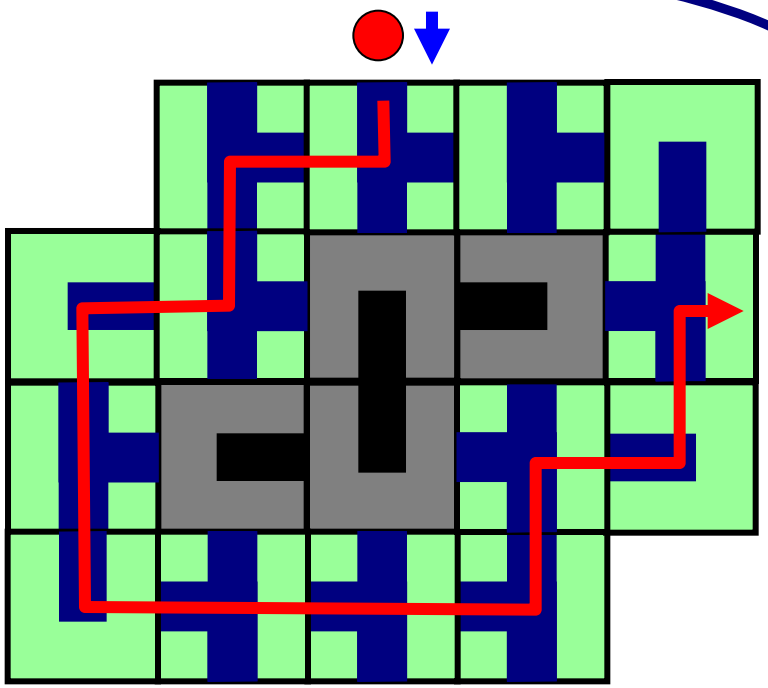


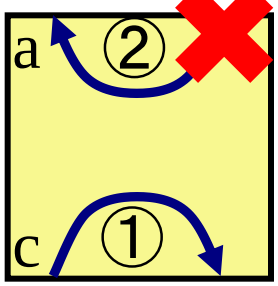
■ 1度のみ通行可能

構成は点対象

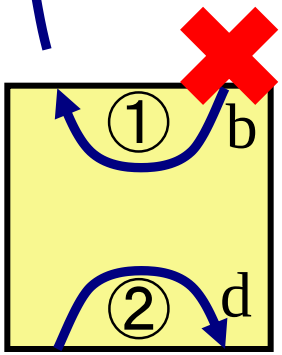


部品C’





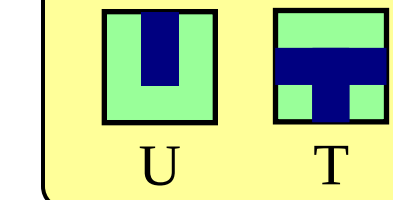
部品B’



部品B’

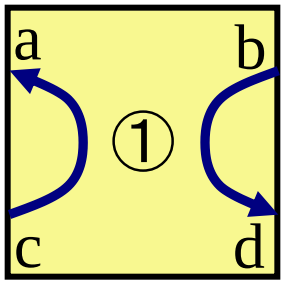
制限4の部品C’

制限4：NP困難

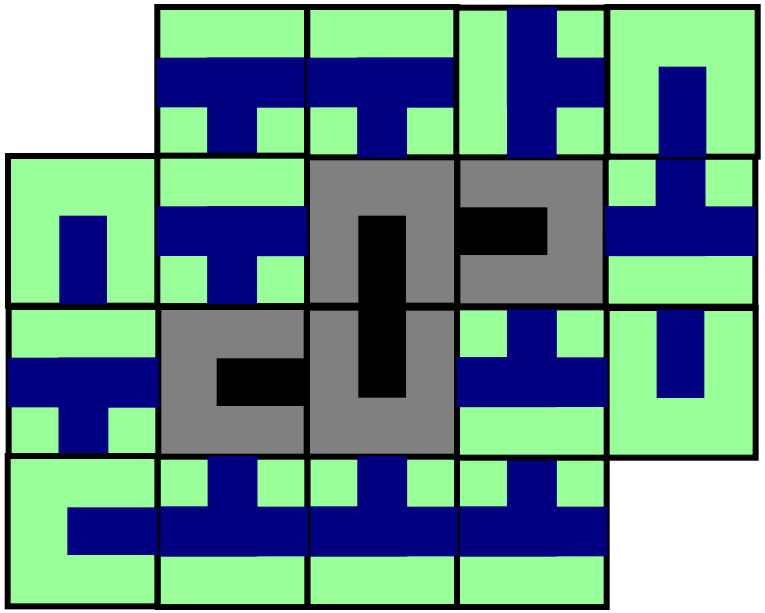


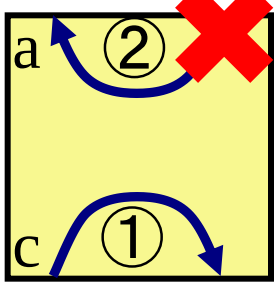
■ 1度のみ通行可能

構成は点対象

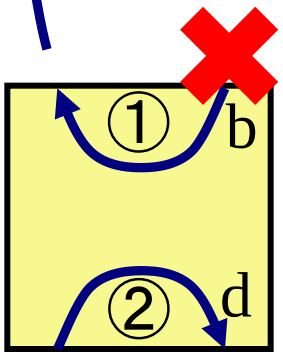


部品C’



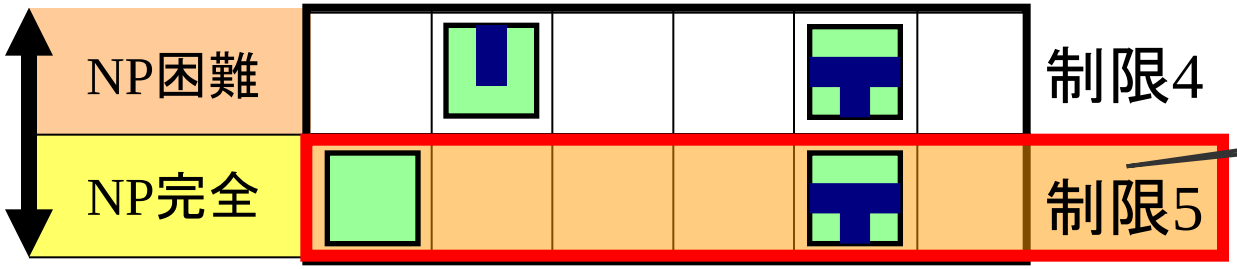


部品B’



部品B’

Type-Tを含む制限（制限5）



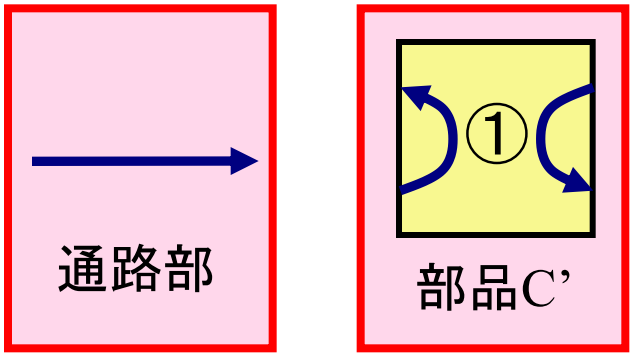
移動数制限2回

制限4 を部品内で使用

路の無い を試す → 自由に逆走可能

さらに妥協

移動制限を追加



推測が定数回で済むため，NPに属す

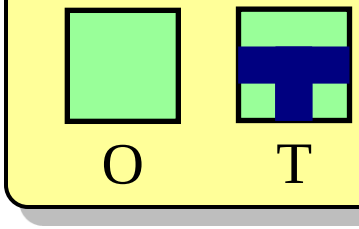
制限5の通路部

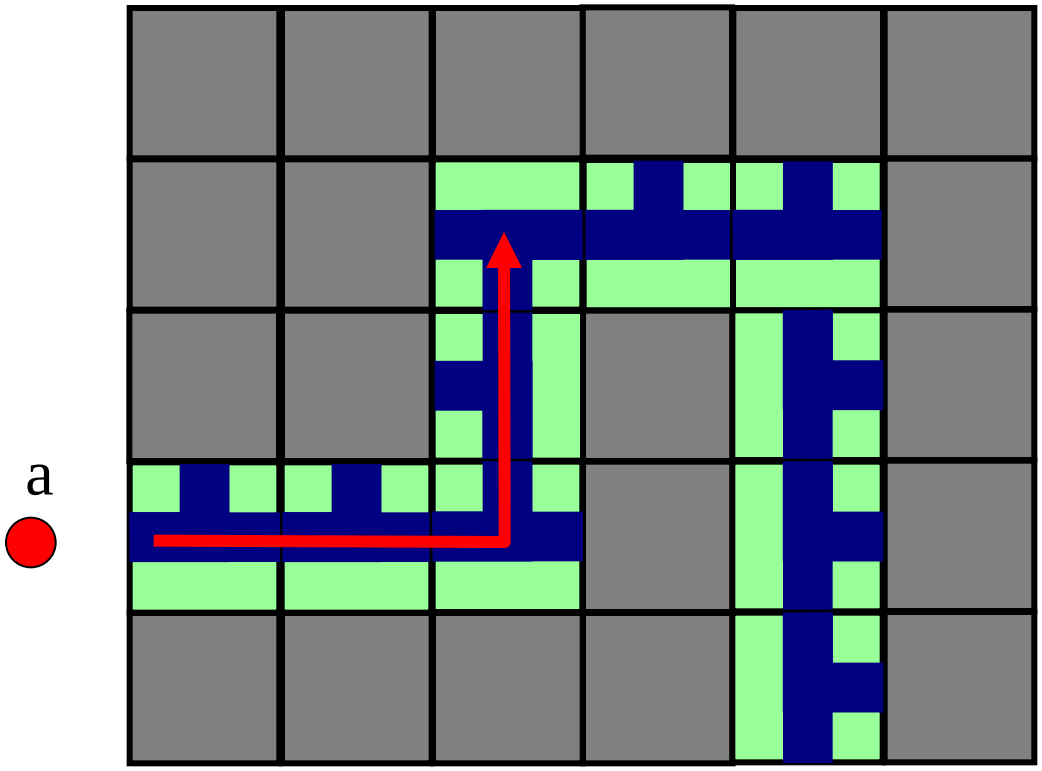
a　　b

通路部

- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限5：NP完全





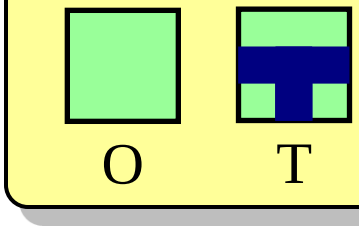
制限5の通路部

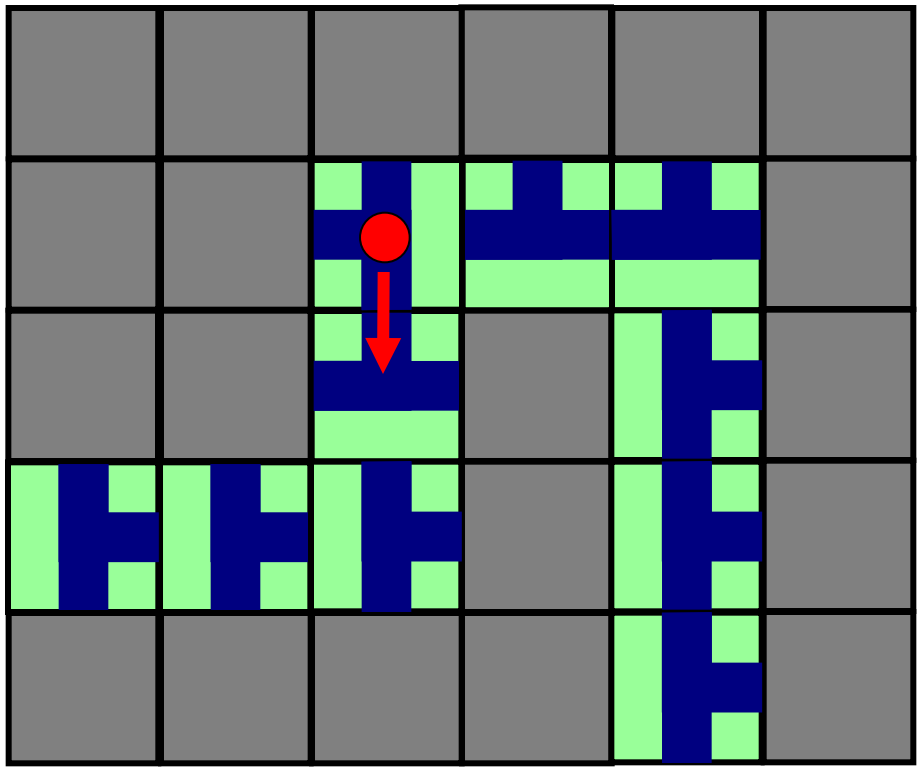
a　　b

通路部

- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限5：NP完全





a

b

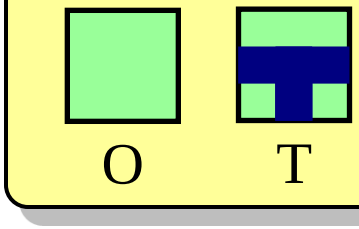
制限5の通路部

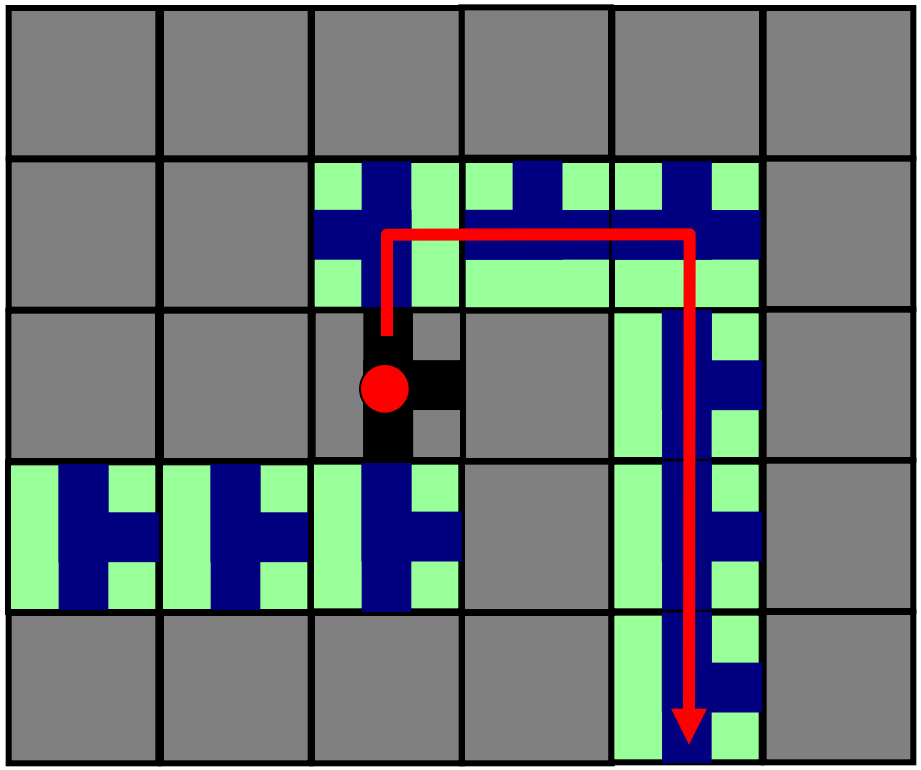
a　　b

通路部

- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限5：NP完全






：2度通行済み

引き返し可能に注意

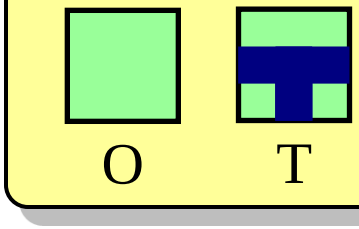
制限5の通路部

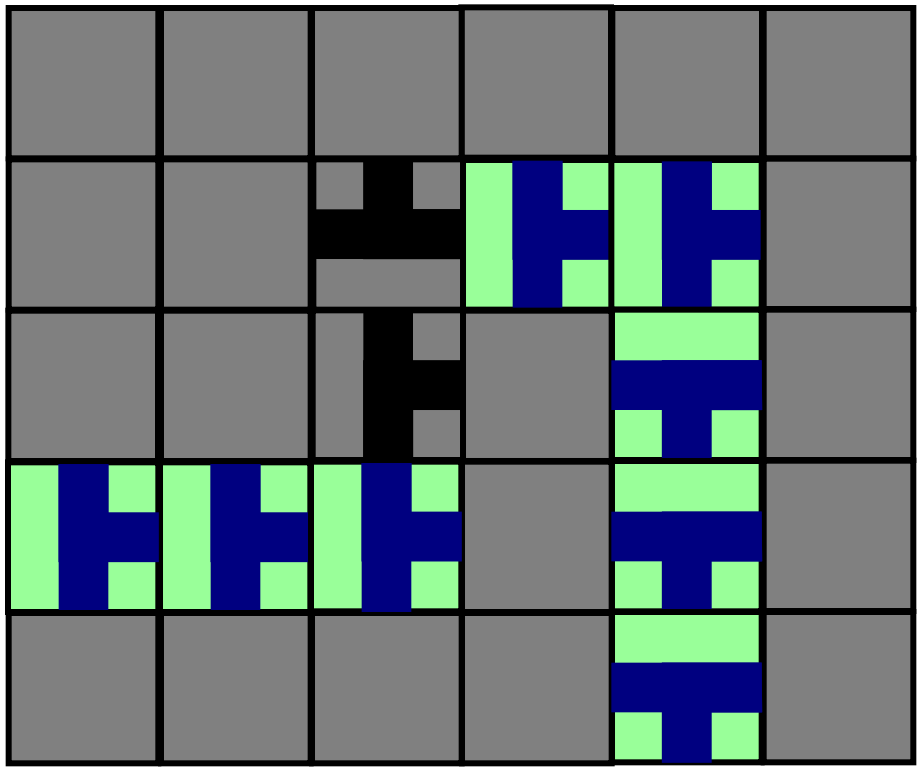
a　　b

通路部

- 部品を接続する役割
- 一方通行，1度のみ使用

制限5：NP完全



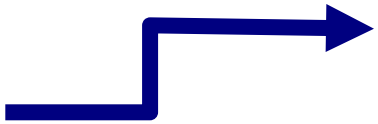


a

b

：2度通行済み

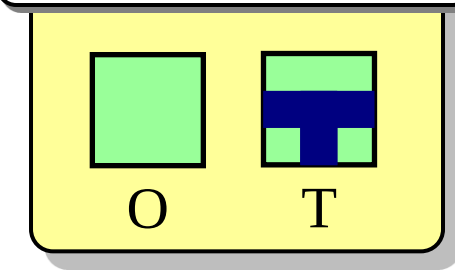
引き返し可能に注意

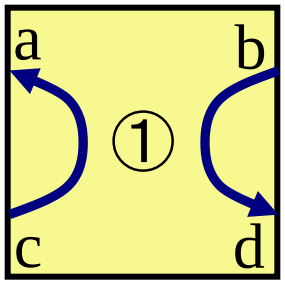


制限3同様に各部品接続に要クランク

制限5の部品C’

制限5：NP完全

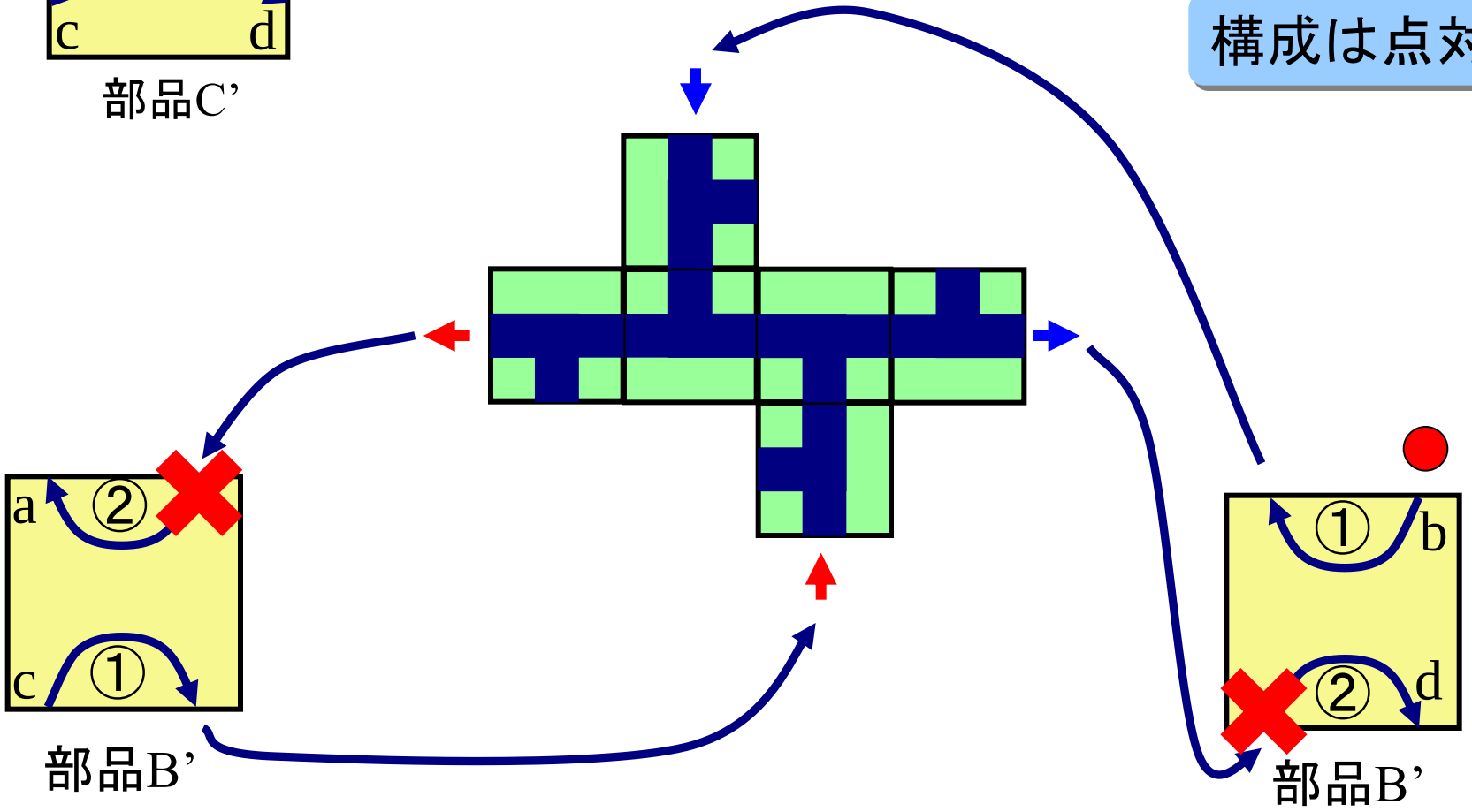




部品C’

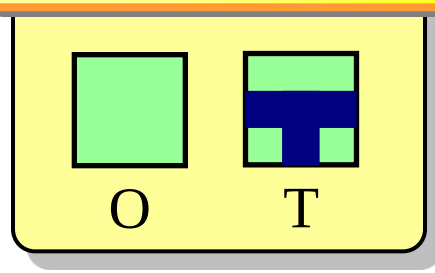
■ 1度のみ通行可能

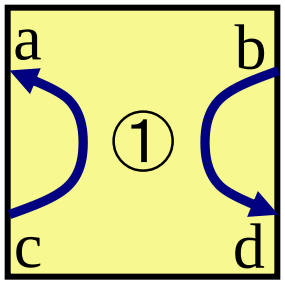
構成は点対象



制限5の部品C’

制限5：NP完全

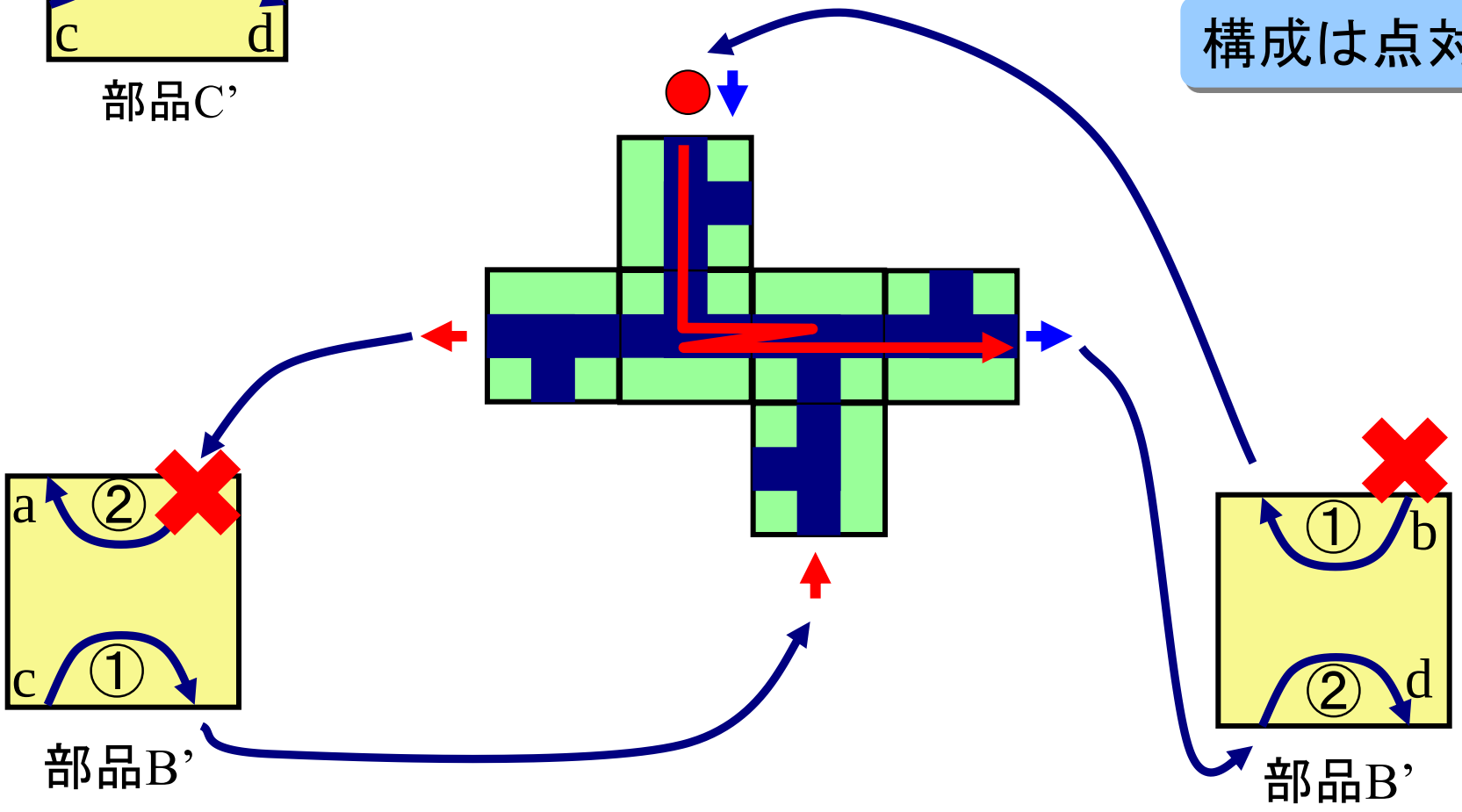




部品C’

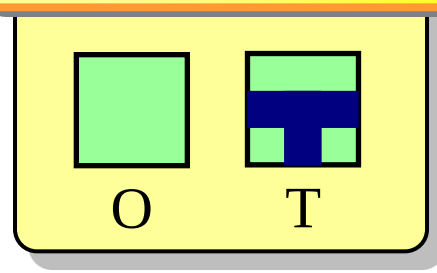
■ 1度のみ通行可能

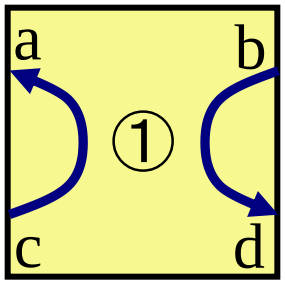
構成は点対象



制限5の部品C’

制限5：NP完全

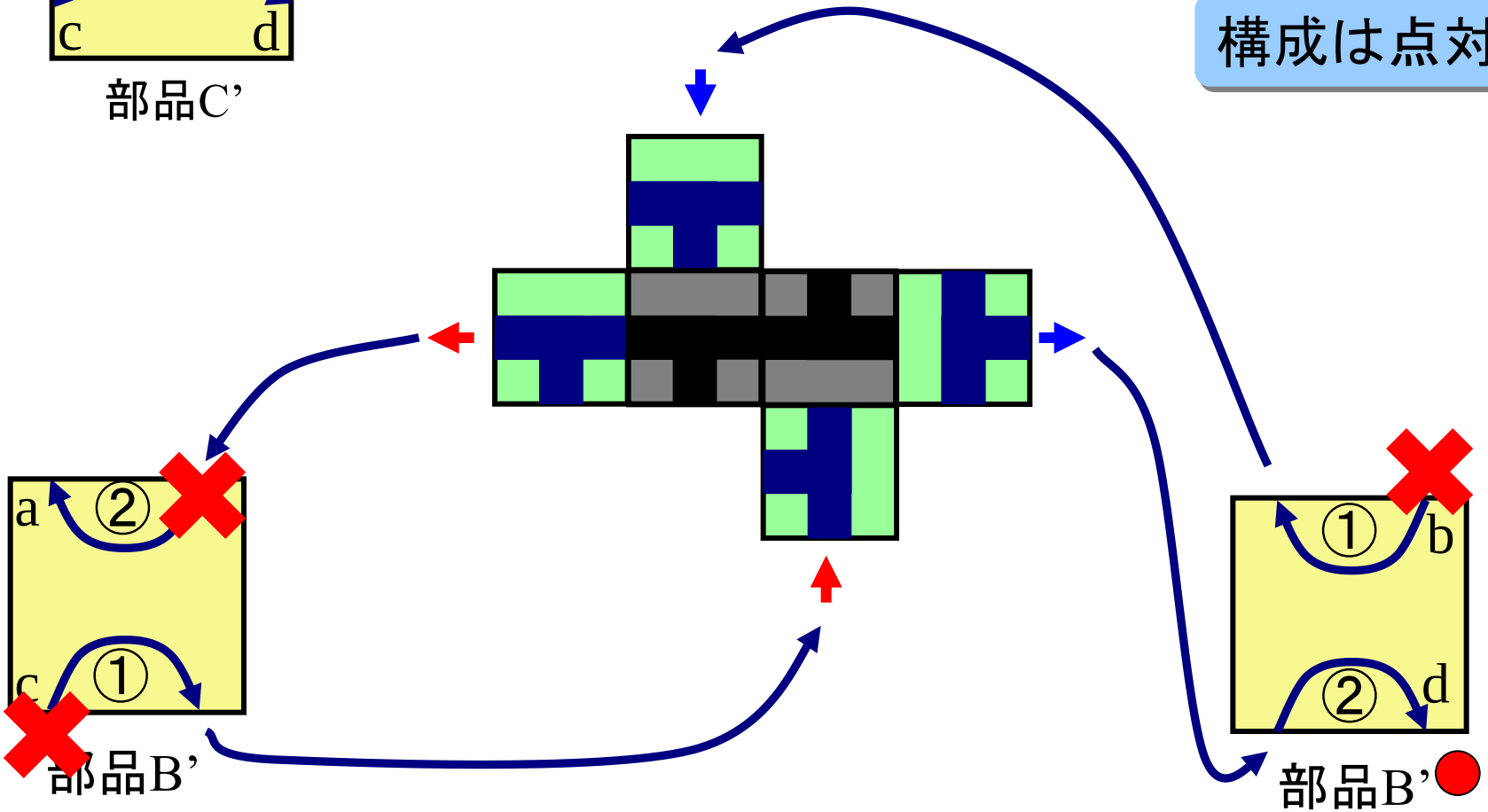




部品C’

■ 1度のみ通行可能

構成は点対象

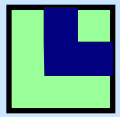
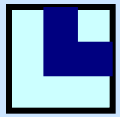
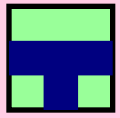


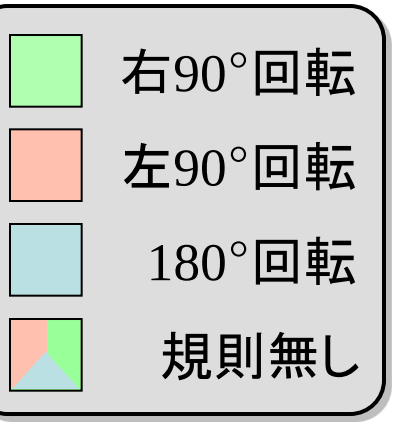
未解決な制限

予想：PSPACE完全

PSPACE可解だがNPは難しい

今後の課題

-  （制限3，NP困難）の完全性
-  （制限6，不明）の計算複雑さ
-  （制限7，不明）の計算複雑さ

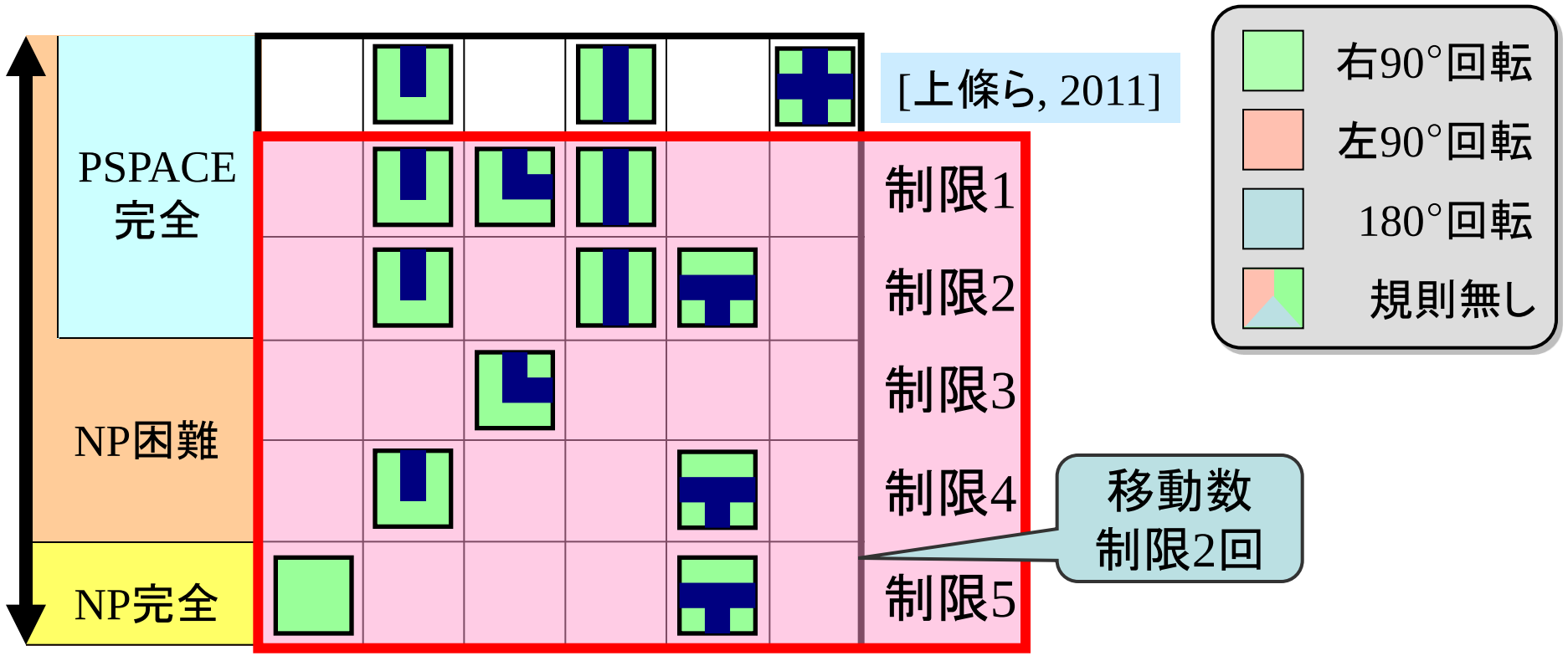


予想：P

壁の構成が不可能

これらの制限の性質が証明を困難にさせる

まとめ

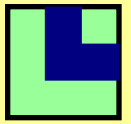


まとめ

-  や  を含む制限の解析が目的で上記を示す

PSPACE困難性の証明

制限3



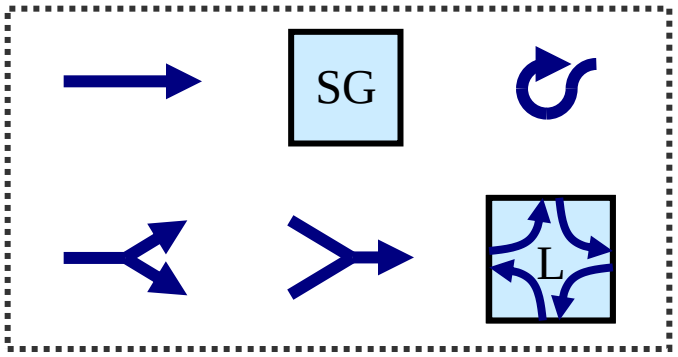
L

PSPACE困難性の証明が困難

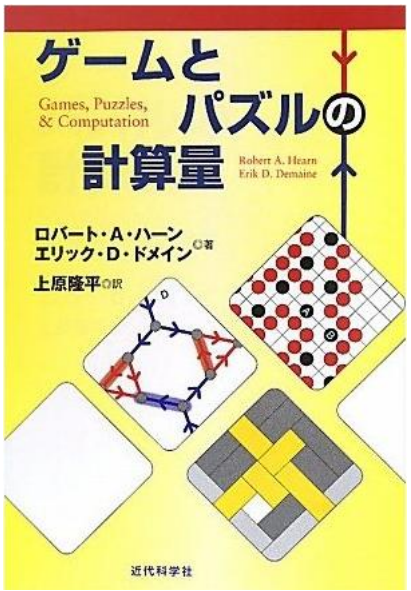
部品を何度も使用する

Q-3SAT

[M. R. Garey, *et al*., 1971]



[上條ら, 2011]

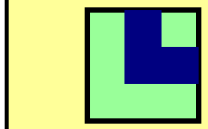


訳　上原隆平先生

制限3の性質

部品を何度も使用したい

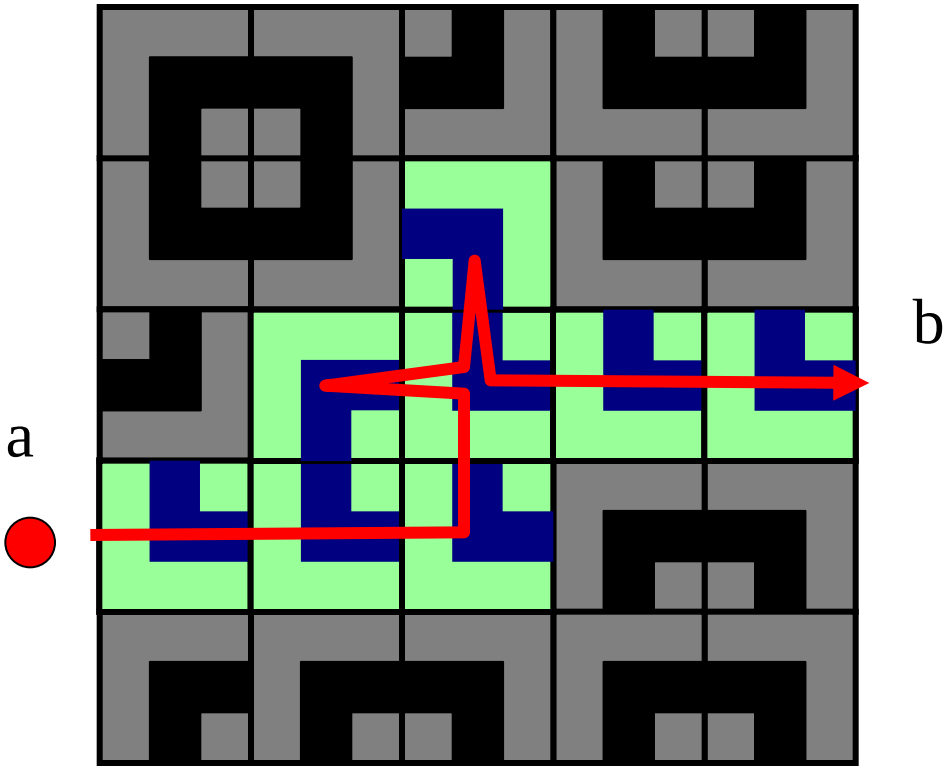
制限3



L

性質

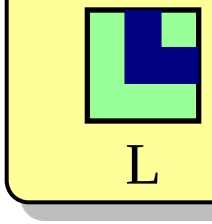
隣り合う2方向に壁があると行き詰まる



制限3の性質

部品を何度も使用したい

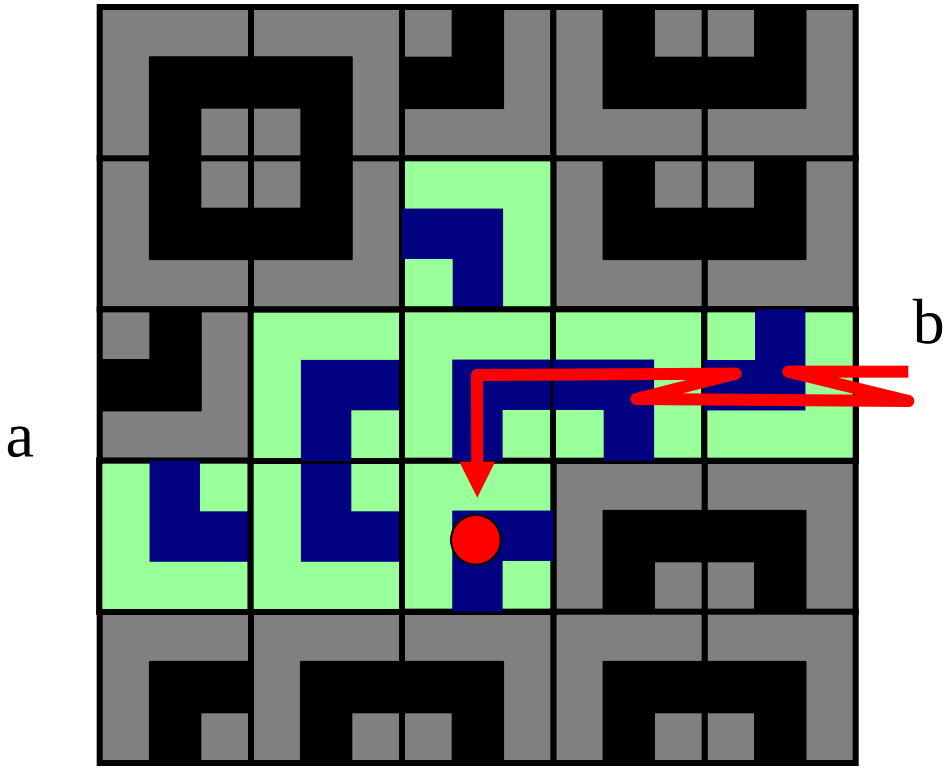
制限3



L

性質

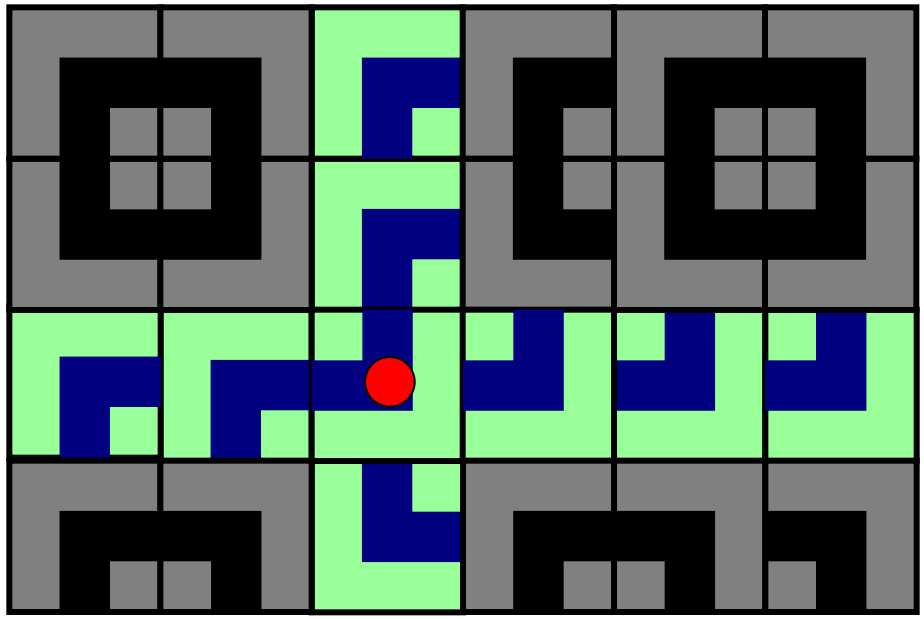
隣り合う2方向に壁があると行き詰まる



制限3の性質

性質　隣り合う2方向に壁があると行き詰まる

⇒ 通路を直線に配置しなければならない



制限3

L

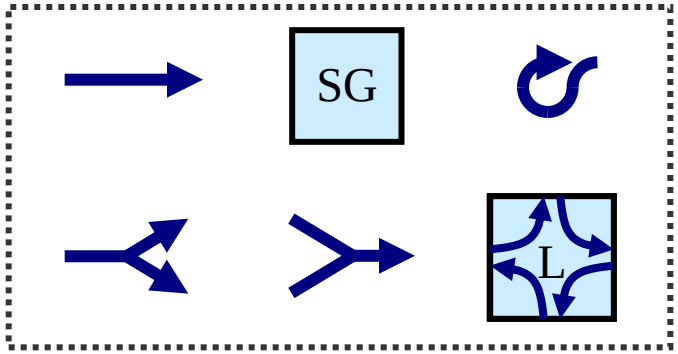
3つ角もしくは4つ角

方向の制御が不可能

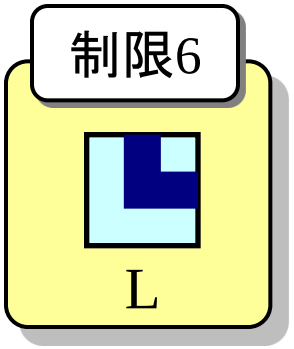
NP性も証明困難

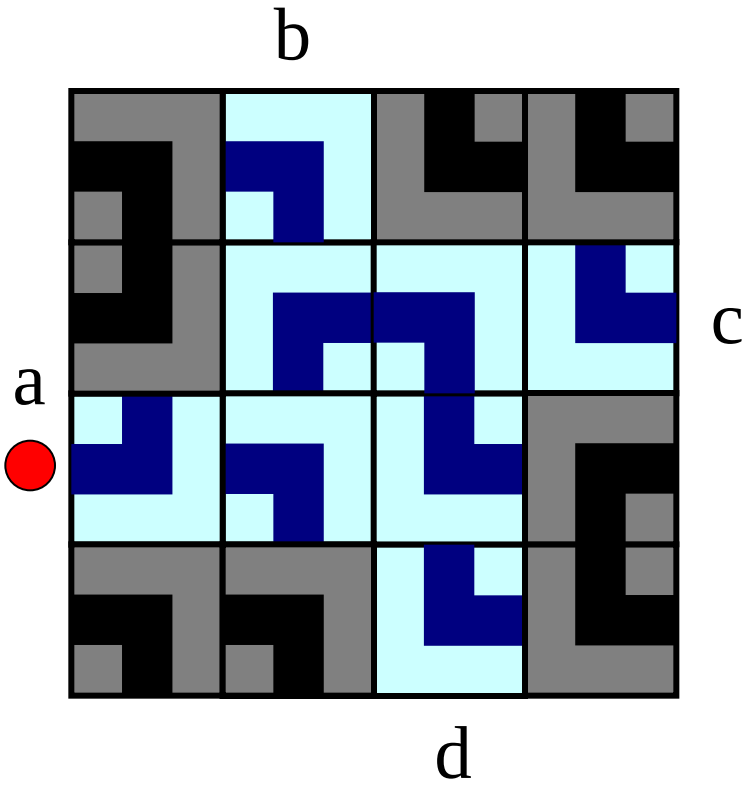
制限6の性質

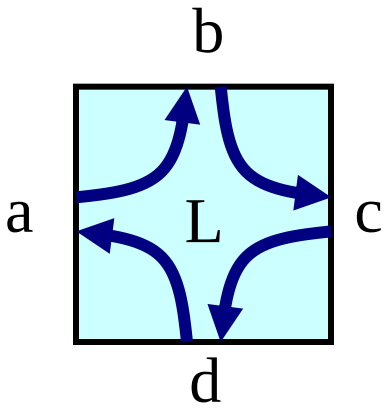
巡回部以外の部品
作成可能



[上條ら, 2011]





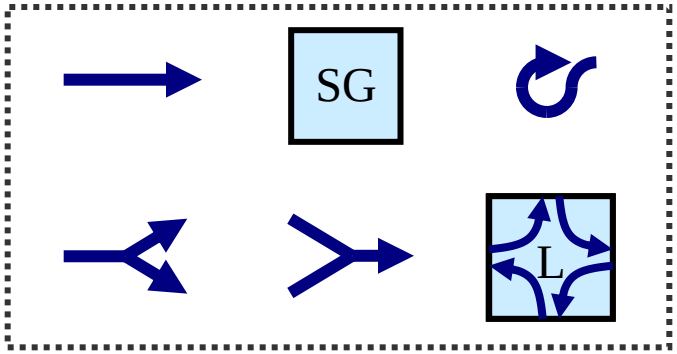


左折巡回部

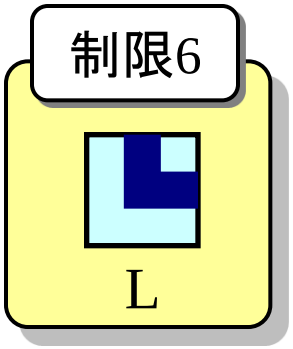
左隣の出入り口へ
誘導する部品

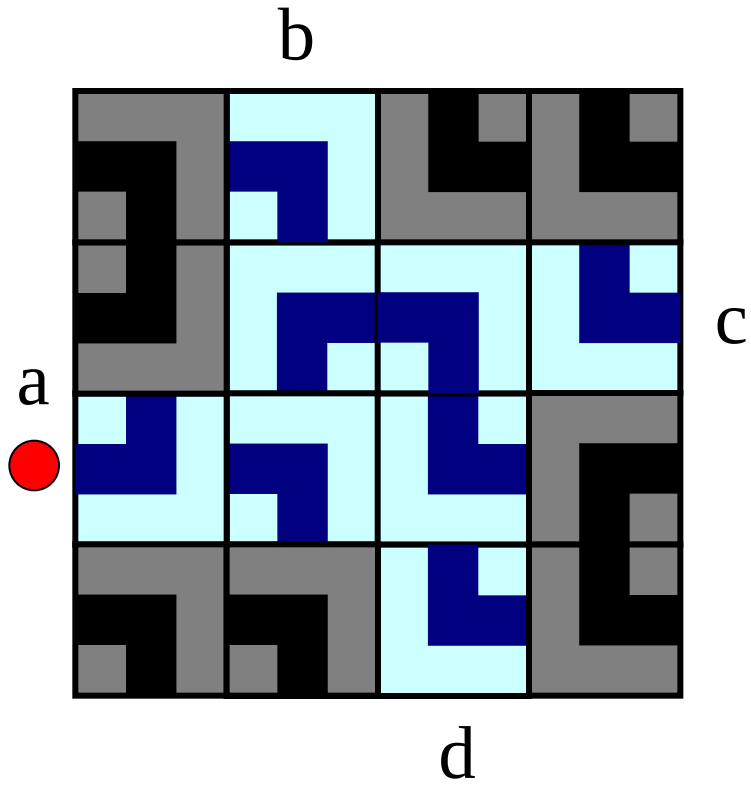
制限6の性質

巡回部以外の部品
作成可能



[上條ら，2011]





性質　2度回ると元に戻る

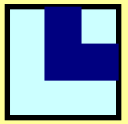
来た道を戻れてしまう

部品が作れない

制限6の性質

NP困難も同様に還元できず

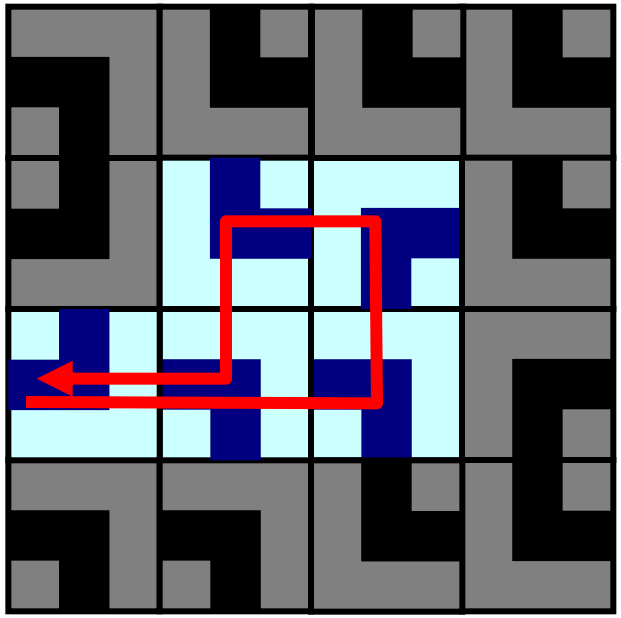
制限6



L

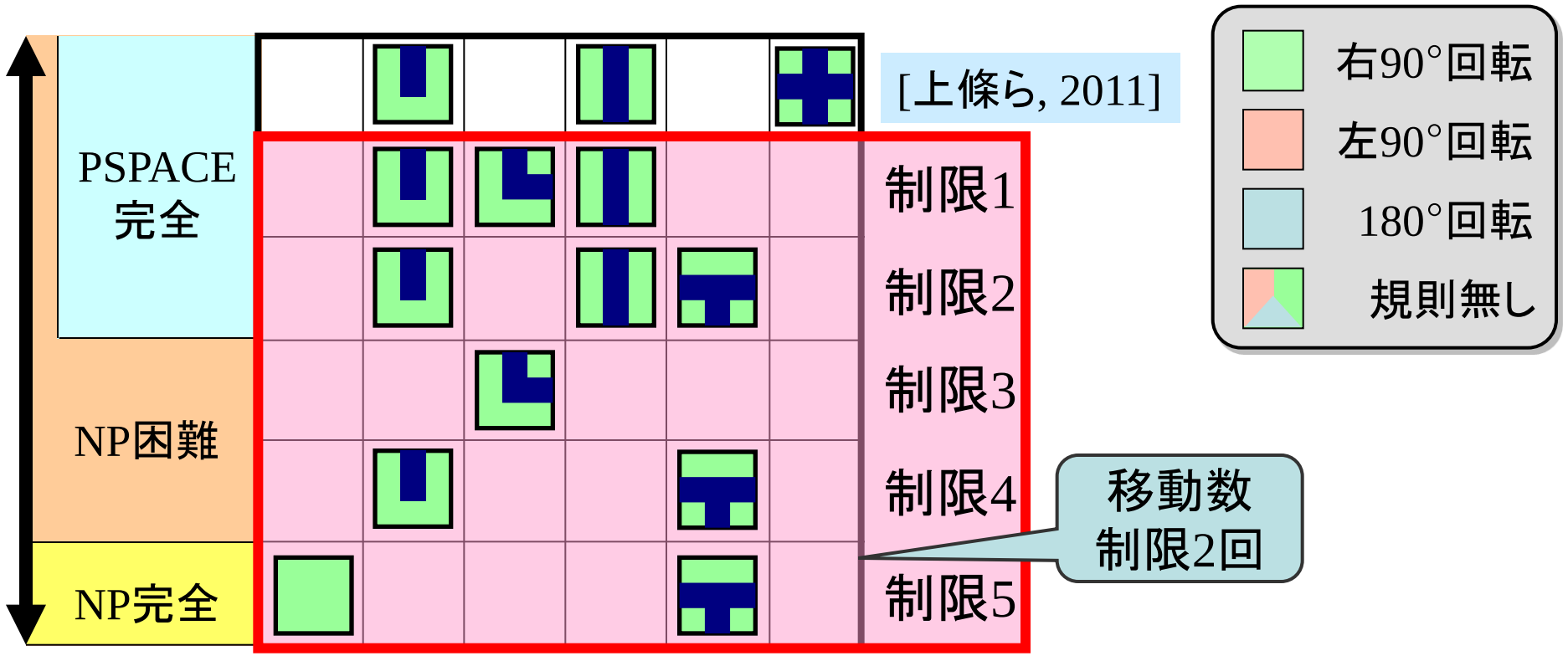
多項式時間可解か？

折り返しが構成可能



何度も移動可能なため
Pも難しそう

まとめと今後の課題



まとめ

-  や  を含む制限の解析が目的で上記を示す