

# 色数とおじゃまぷよを制限した一般化ぷよぷよの 連鎖数判定問題のNP完全性

大阪電気通信大学大学院  
工学研究科 情報工学専攻  
木場 裕矢 宗重 成央 上嶋 章宏

2011/3/10

# 目次

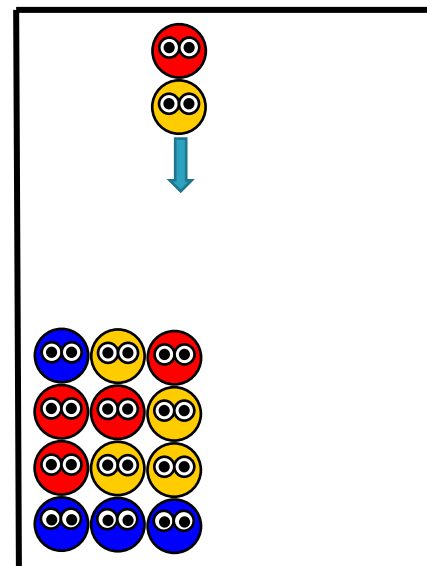
- 研究背景・目的
- 一般化ぶよぶよ
  - 連鎖数判定問題
- 3-PARTITIONからの還元
  - おじゃまぶよを使用した3色での本問題
  - おじゃまぶよを使用せず5色での本問題
- まとめと今後の課題

# 研究背景・目的

NP完全

一般化ぶよぶよの連鎖数判定問題  
[松金, 武永, 2005]

色数4色以上  
おじゃまぶよ使用



ぶよぶよ

- ・色数を減らすとどうなるか？
- ・おじゃまぶよを使用しないとどうなるか？

# 研究背景・目的

一般化ぶよぶよの連鎖数判定問題において

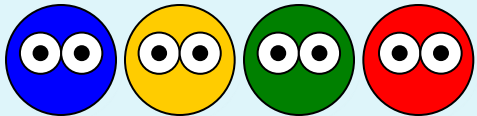
	1色	2色	3色	4色	5色	6色	7色	...
おじゃまぶよ有	?	?	?	NP 完全				
おじゃまぶよ無	P	?	?	?	?			

を新たにNP完全と証明した

# 一般化ぶよぶよとは

ぶよ

色ぶよ



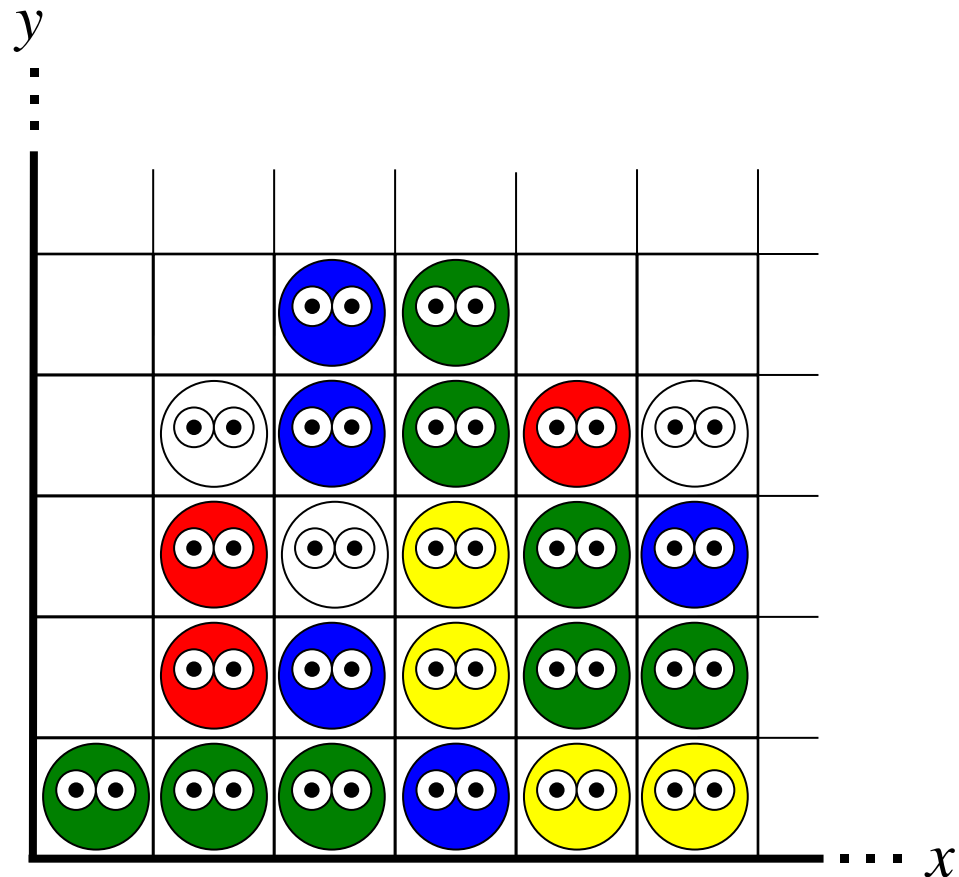
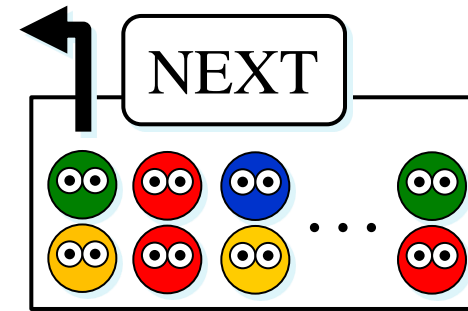
おじゃまぶよ



盤面の縦横の長さは無制限

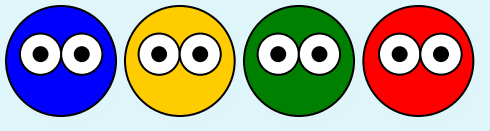
初期盤面が存在


出現順が存在



# 一般化ぶよぶよとは

ぶよ

色ぶよ 

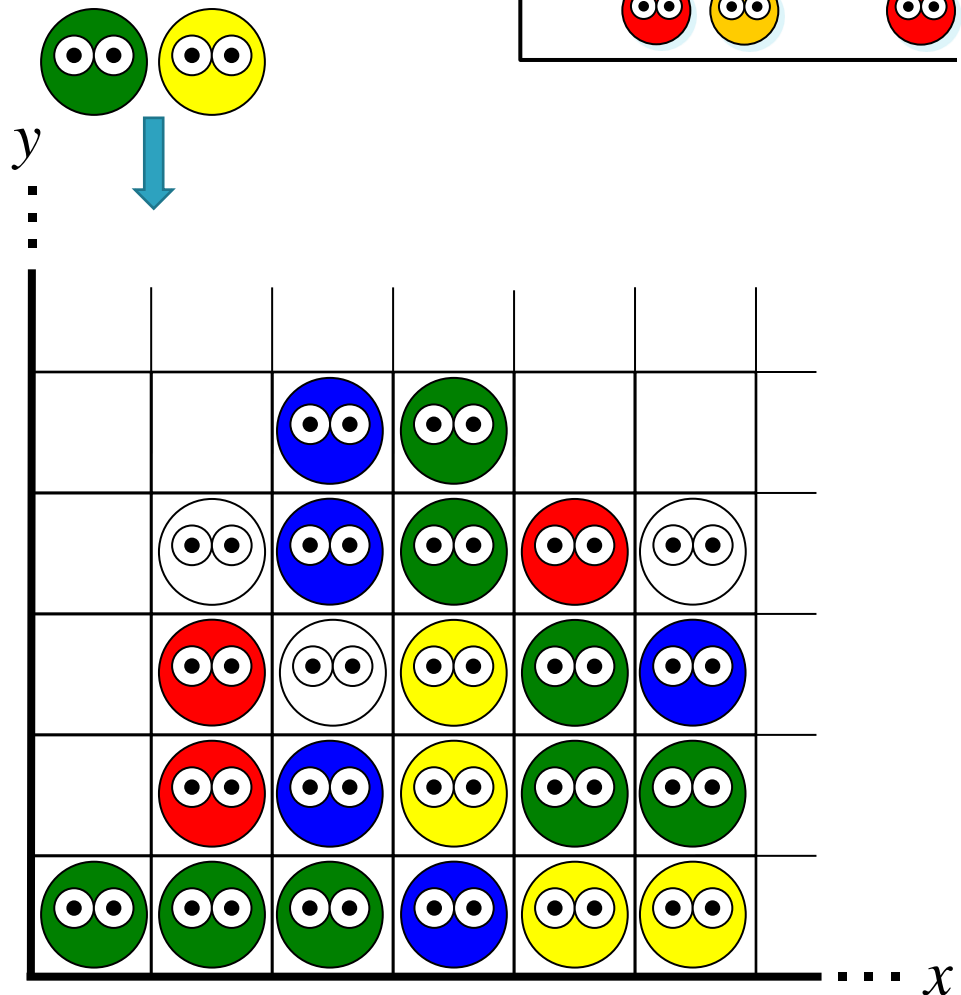
おじゃまぶよ 

落とすぶよは2個1組(ピース)

x軸方向へ移動

90° 回転

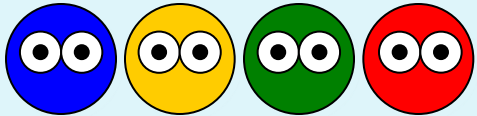
落下



# 一般化ぶよぶよとは

ぶよ

色ぶよ

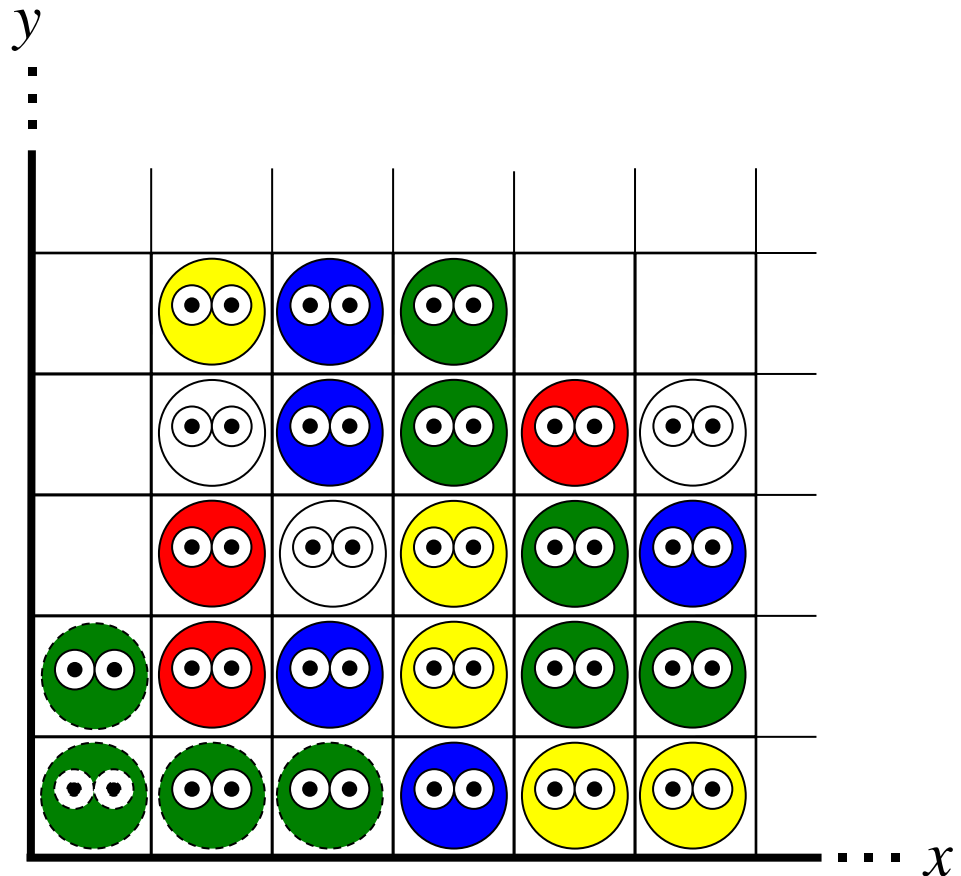
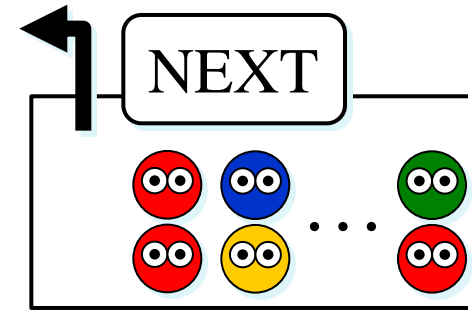


おじゃまぶよ



接触するまで落下

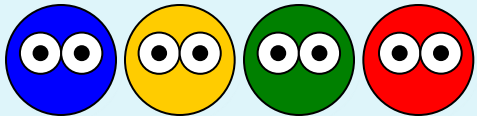
同色が4個以上の隣接で消滅



# 一般化ぶよぶよとは

ぶよ

色ぶよ



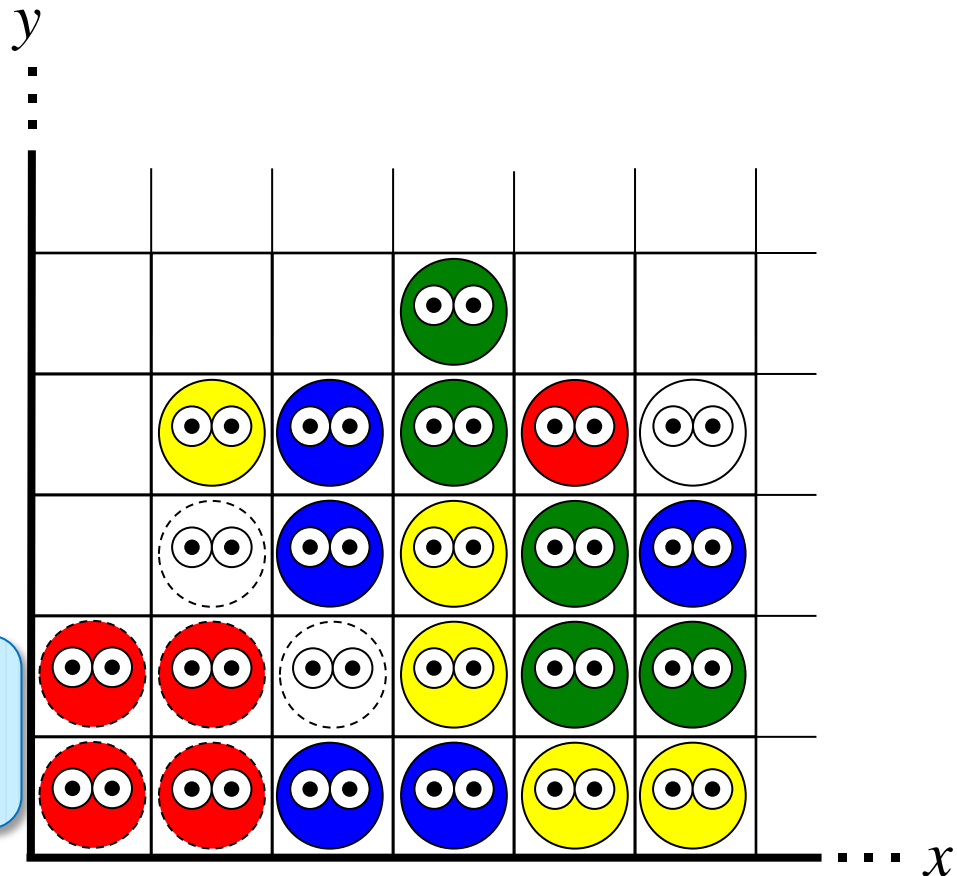
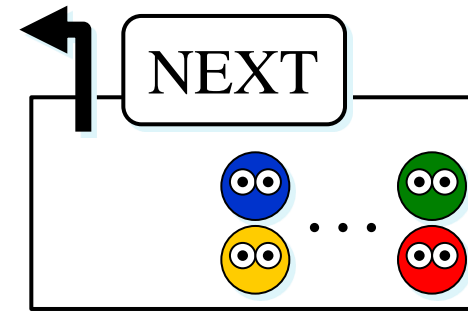
おじゃまぶよ



接触するまで落下

同色が4個以上の隣接で消滅

おじゃまぶよは色ぶよ消滅時に隣接しているなら消滅

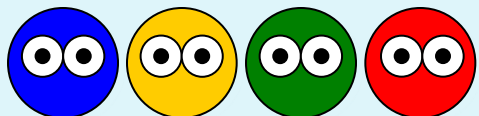




# 一般化ぶよぶよとは

ぶよ

色ぶよ



おじゃまぶよ

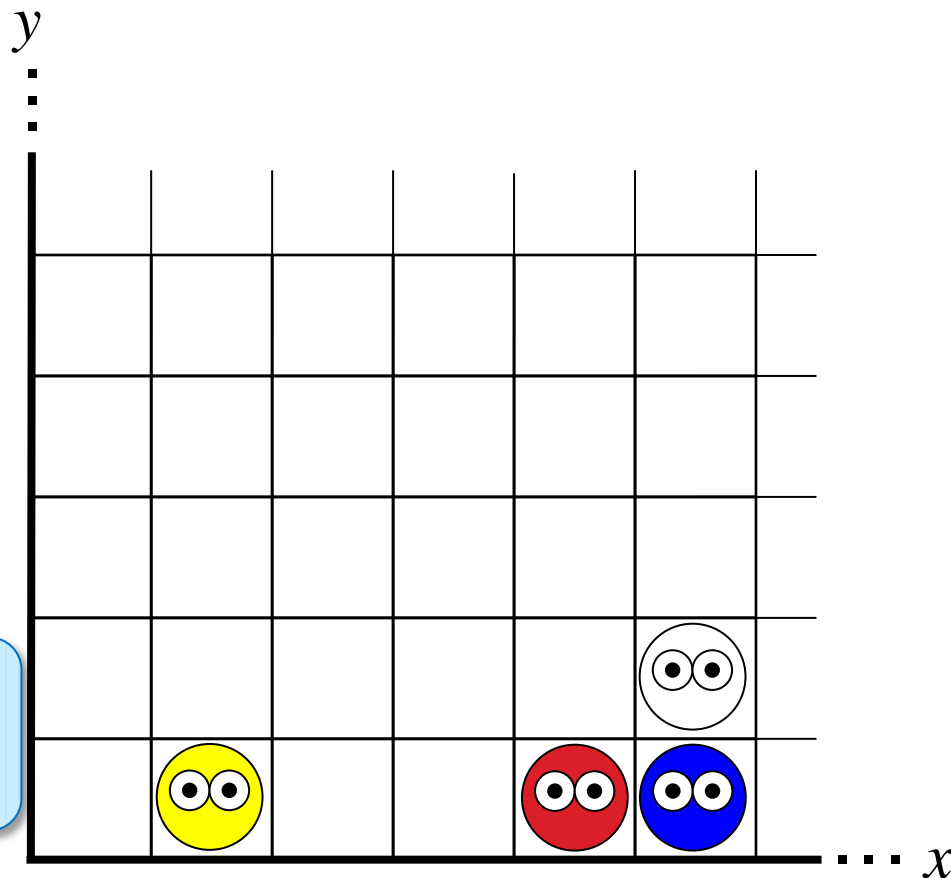
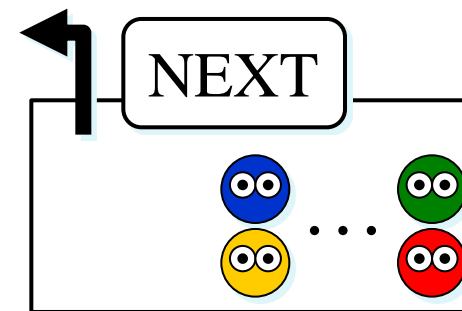


接触するまで落下

同色が4個以上の隣接で消滅

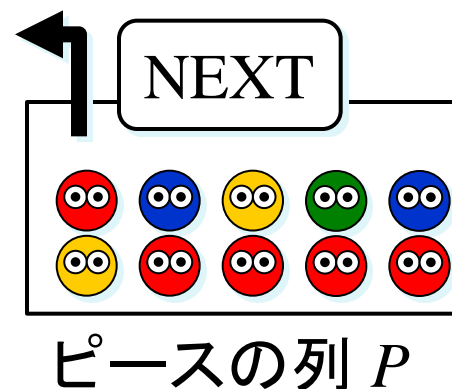
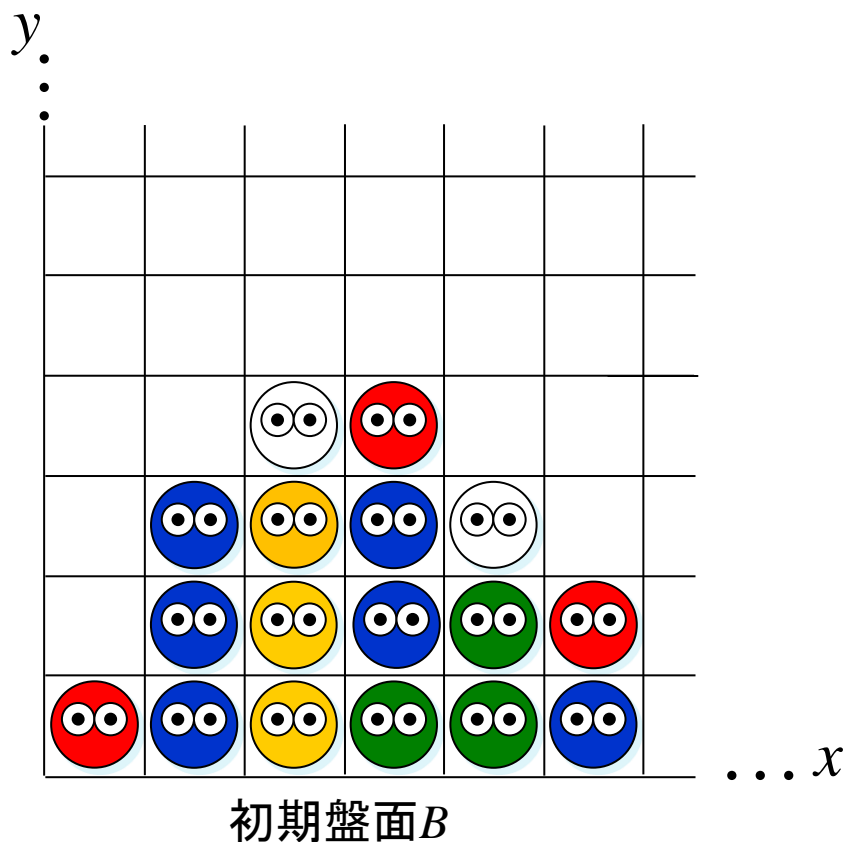
おじゃまぶよは色ぶよ消滅時に隣接しているなら消滅

3連鎖



# 連鎖数判定問題

入力: 初期盤面  $B$ , ピース列  $P$ , 正整数  $k$ ,  
質問:  $k$ 連鎖が可能か?



$k = 6$

本問題は**NP**に属する

# 既知のNP完全問題

## 3-PARTITION

入力:

正整数  $T, a_1, a_2, \dots, a_{3s}$   
( $T/4 < a_i < T/2$ ,  $a_i$ の総計は $sT$ ),

質問:

各  $a_i$  を  $s$  個の集合  $A$  に3つずつ  
振り分けて, 全  $A$  中の和を  $T$  に  
できるか?

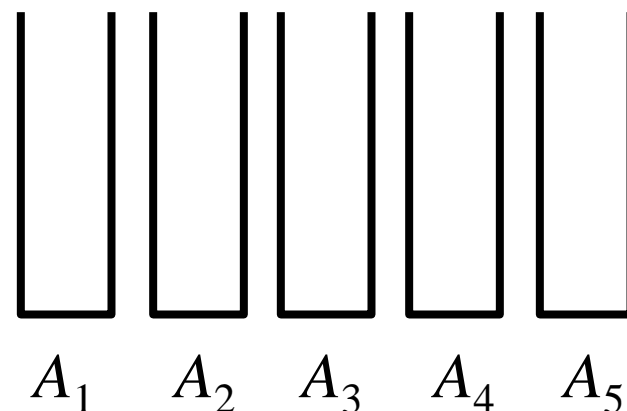
[M.R.Garey *et al*, 1979]

例

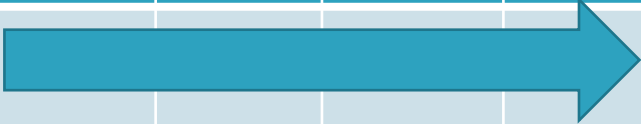
$T=19$  ( $T/4=4.75$ ,  $T/2=9.5$ )

15個の  $a_i$  ( $s=5$ , 合計95)

5	5	5	5	6
6	6	6	6	7
7	7	7	8	9



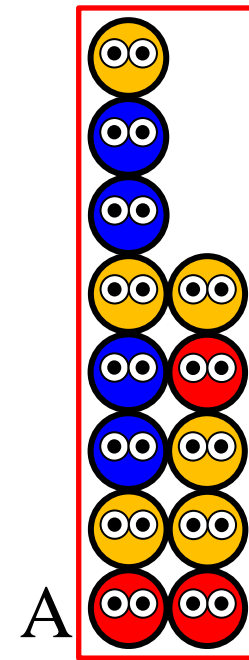
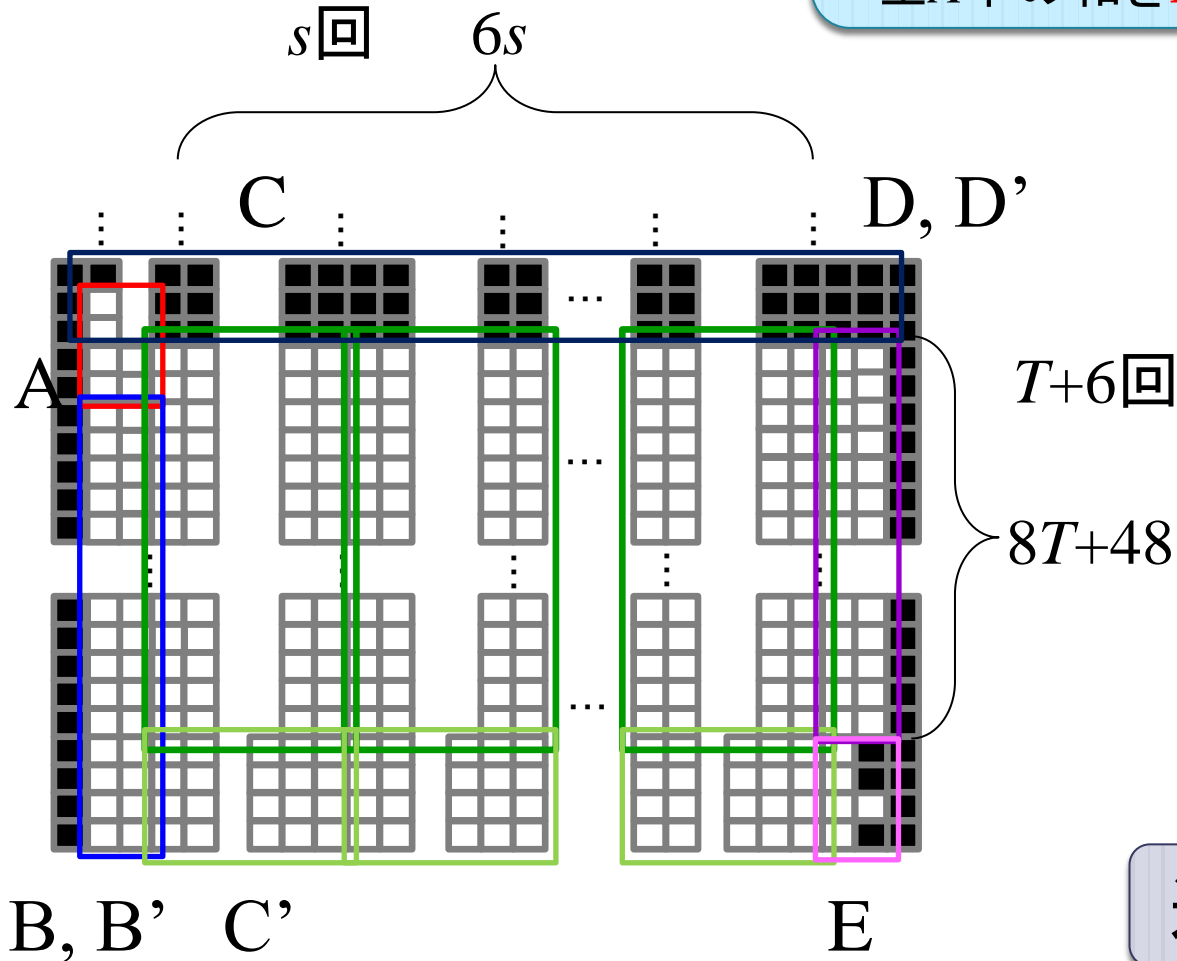
# おじゃまぶよを使用した3色での 一般化ぶよぶよの連鎖数判定問題

	1色	2色	3色	4色	5色	6色	7色	...
おじゃま ぶよ 有	?	?	?	NP 完全	 [松金, 武永, 2005]			
おじゃま ぶよ 無	P	?	?	?	<u>?</u>	?	?	?

# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？

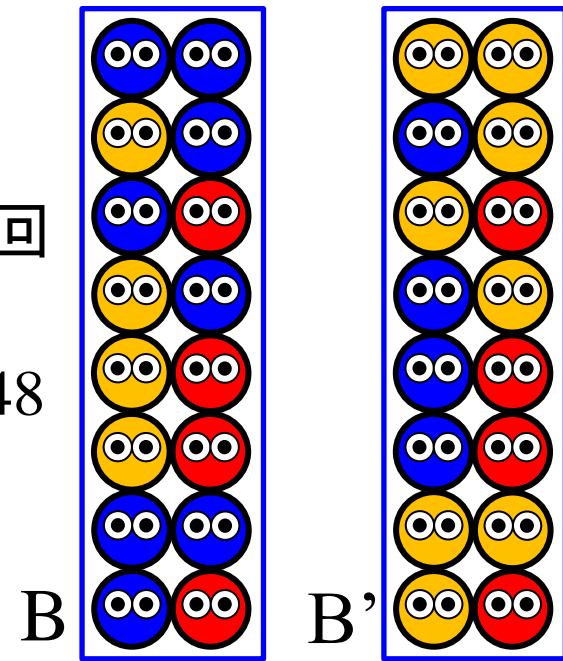
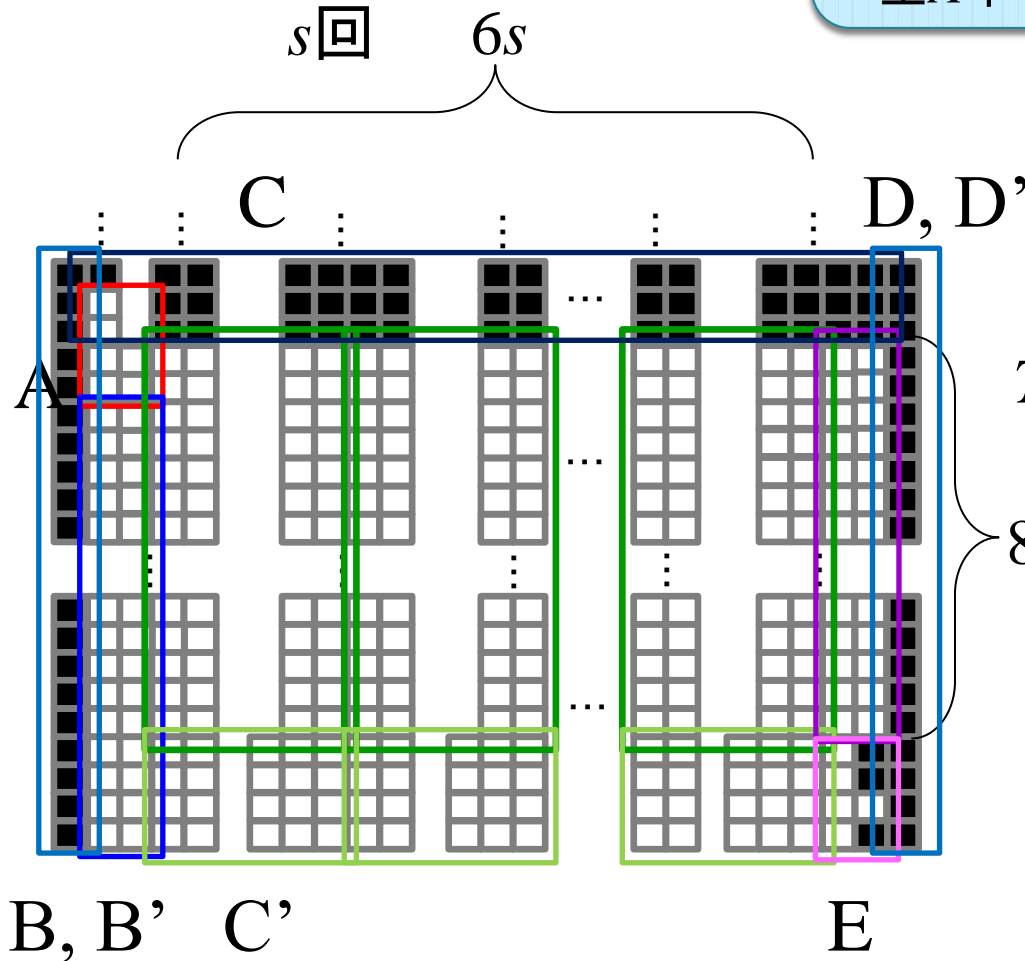


連鎖を開始する役割

# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？

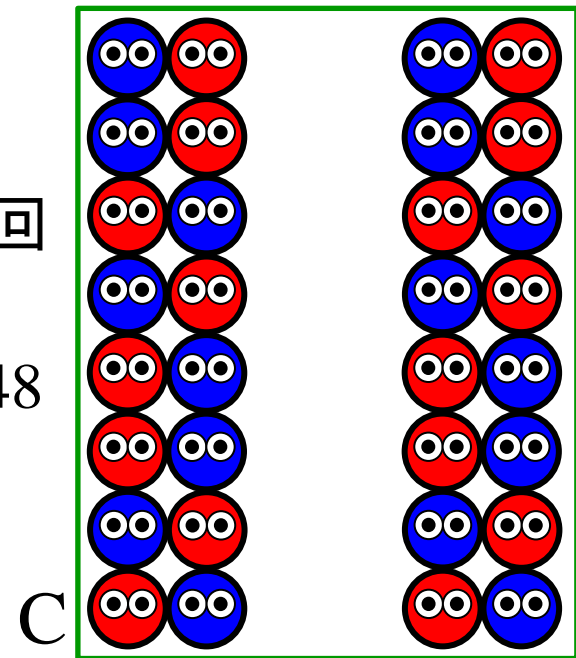
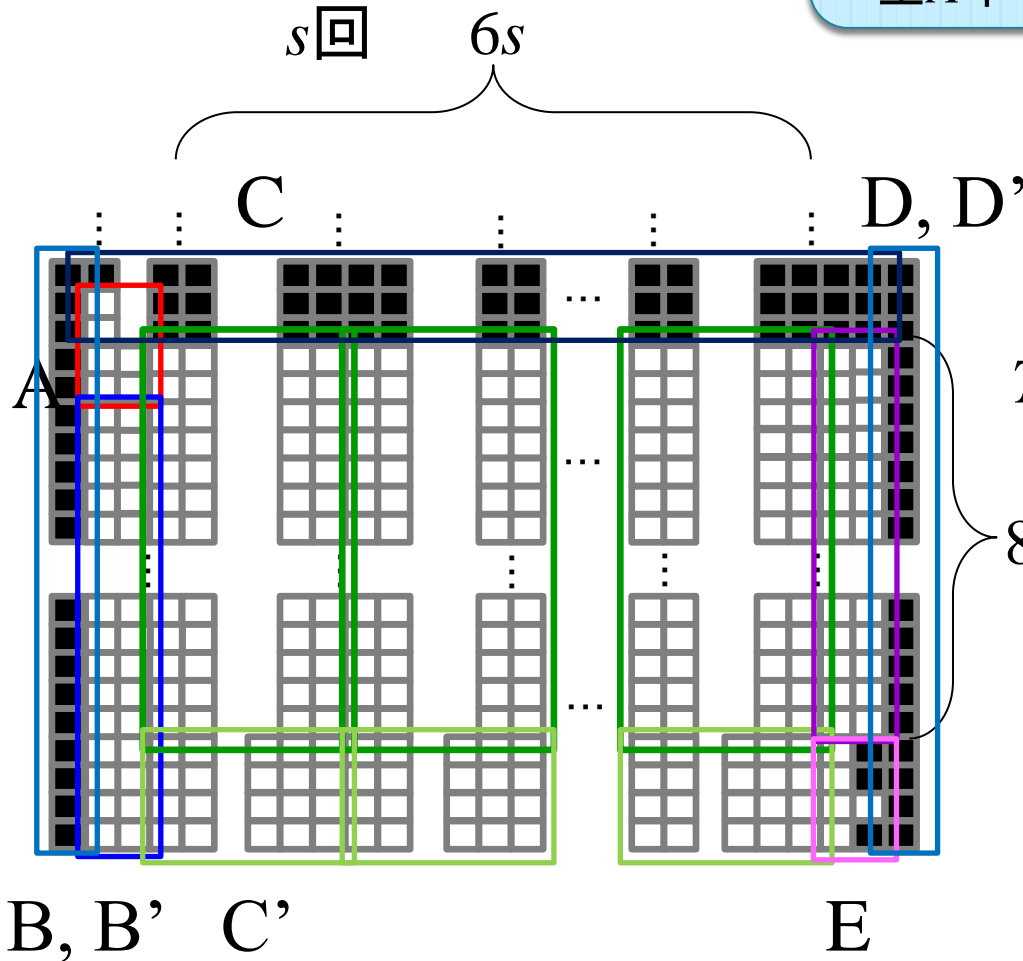


連鎖を折り返す役割

# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？

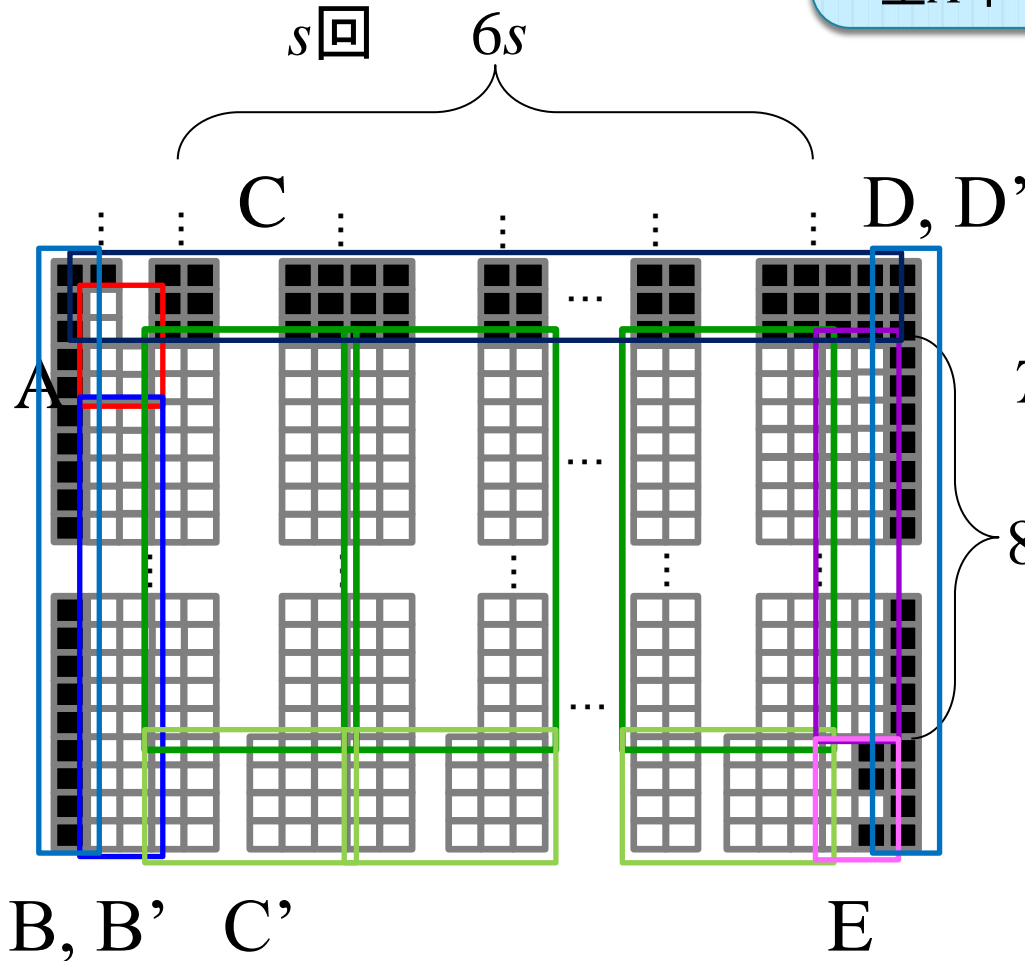


連鎖を繋げる役割

# 初期盤面B

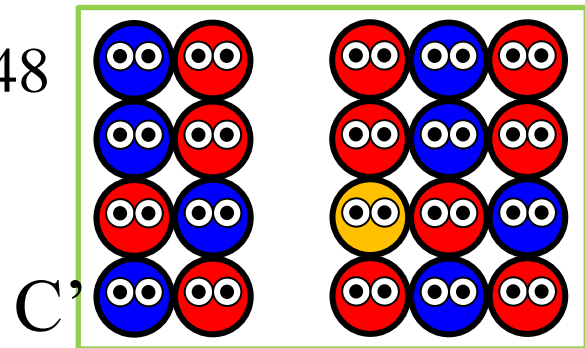
## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？



$T+6$ 回

$8T+48$



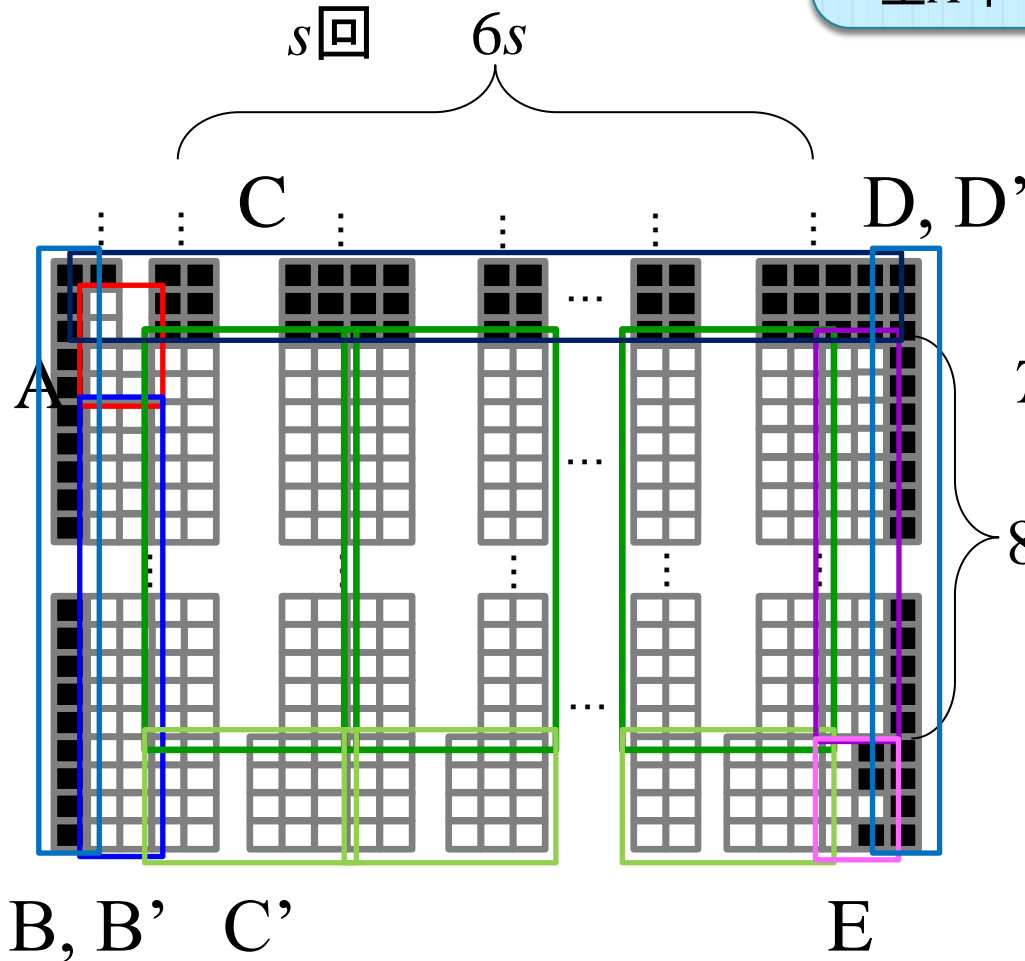
連鎖を繋げる役割



# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？

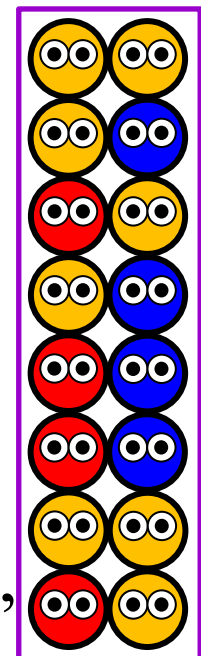
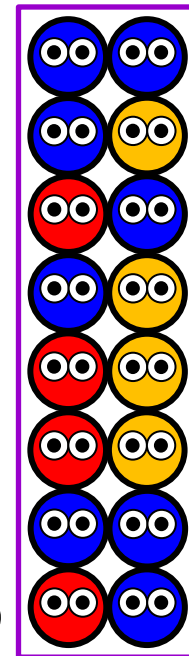


$T+6$ 回

$8T+48$

D

D'

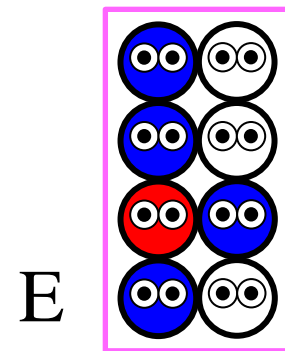
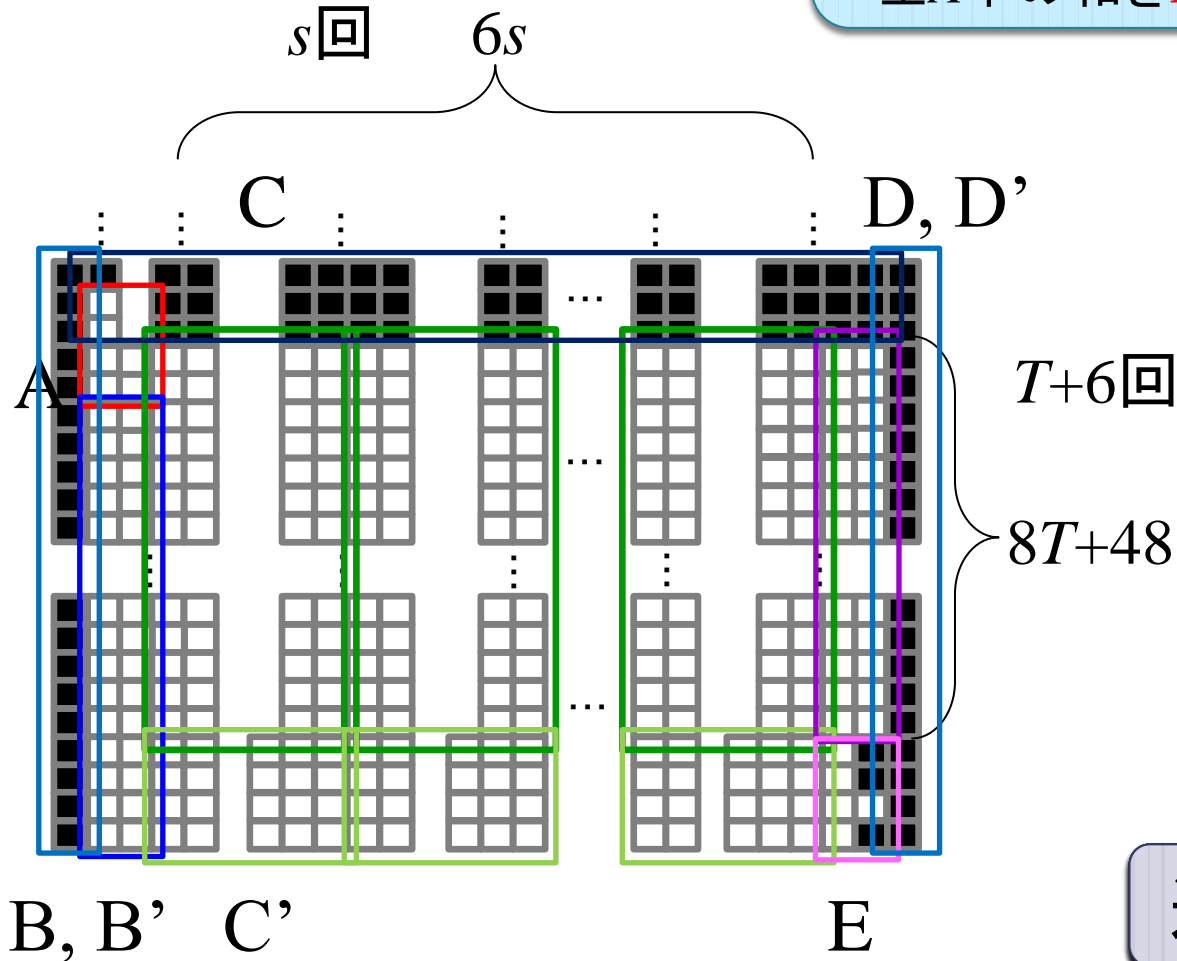


連鎖を折り返す役割

# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？

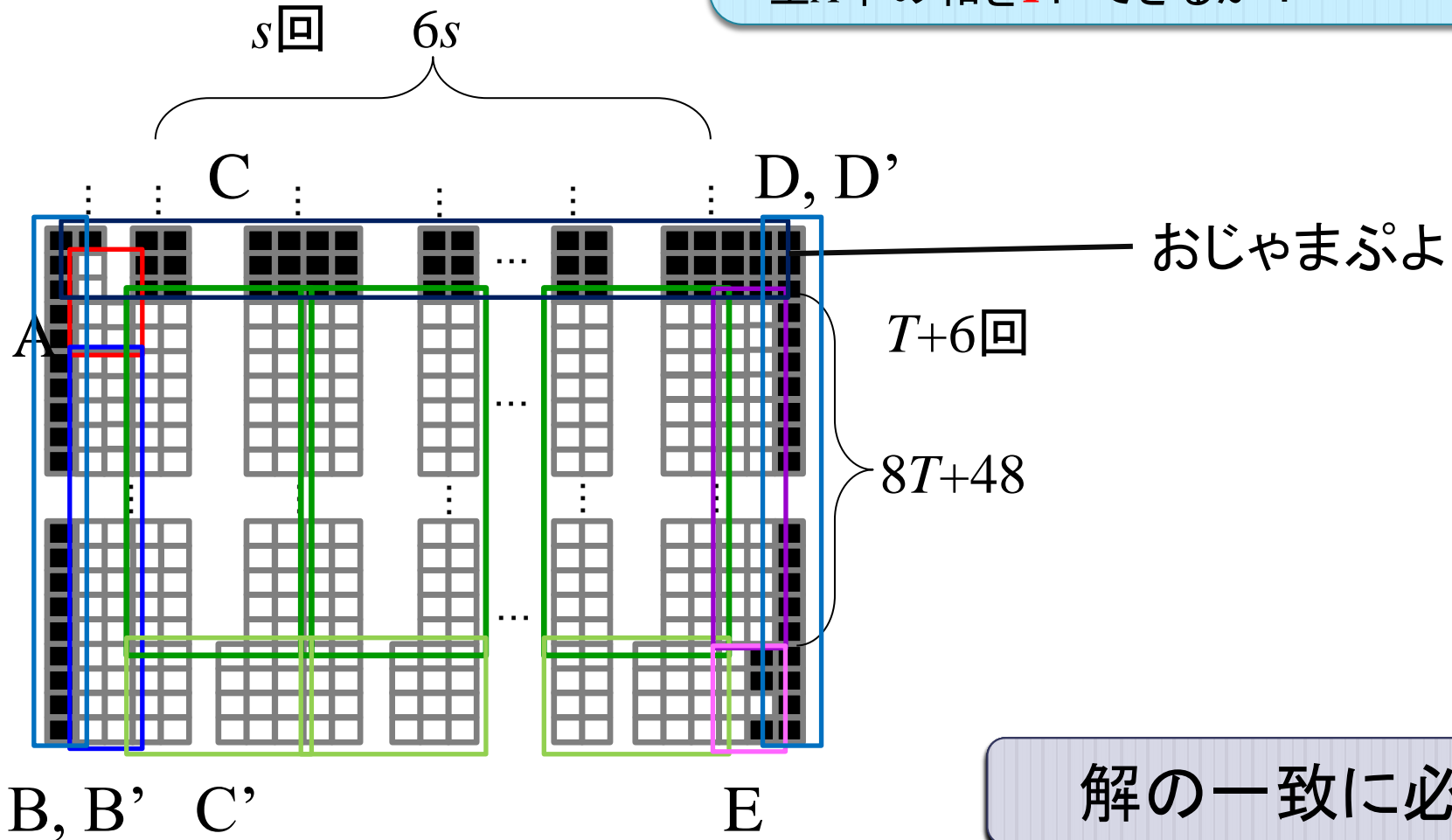


連鎖を終了する役割

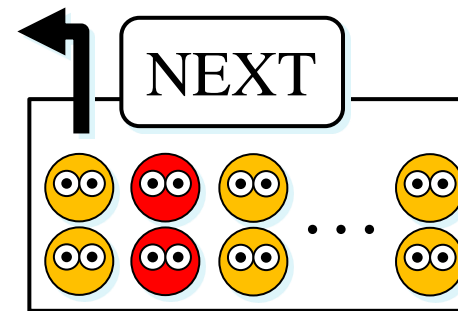
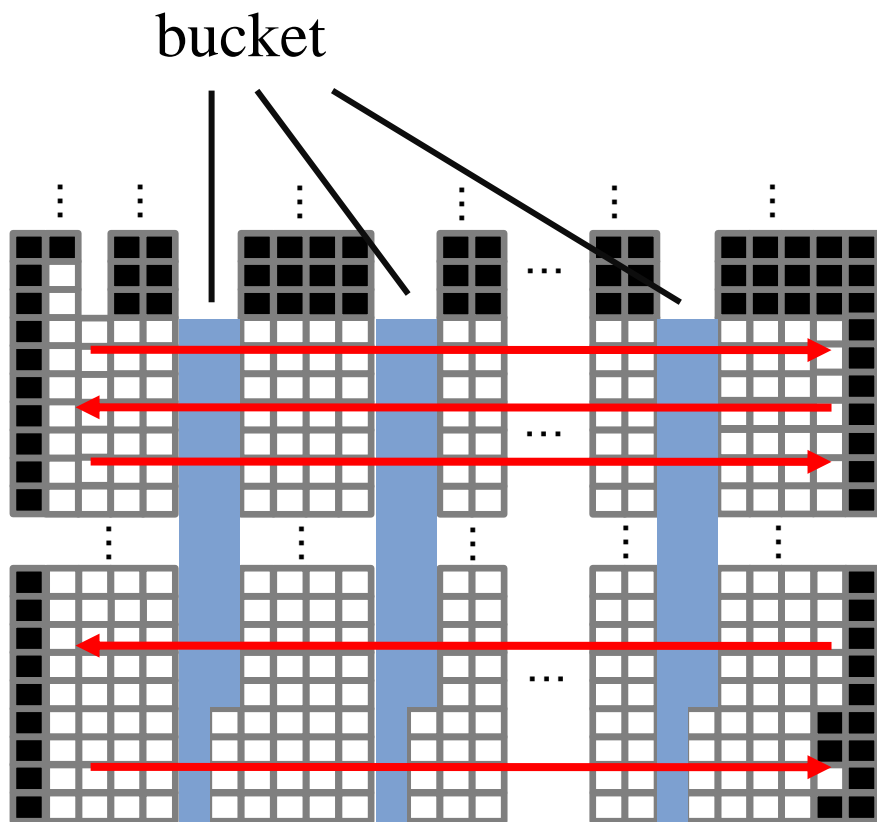
# 初期盤面B

## 3-PARTITION

各 $a_i$ を $s$ 個の集合Aに3つずつ振り分けて、  
全A中の和を $T$ にできるか？



# 初期盤面 $B$



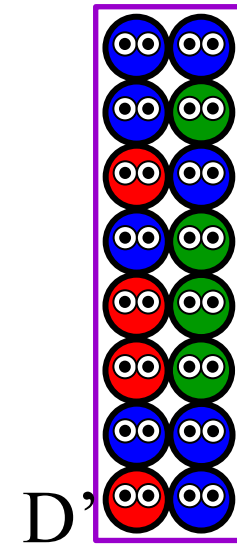
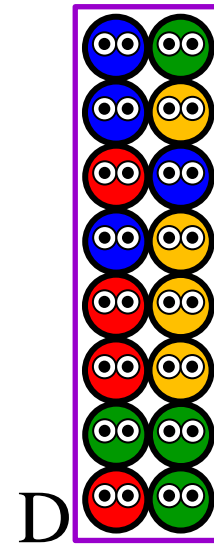
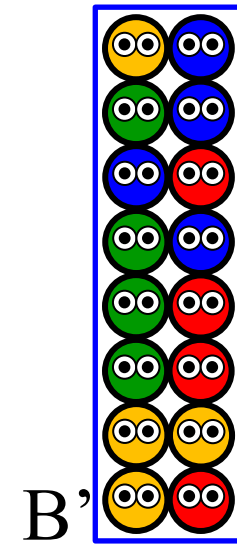
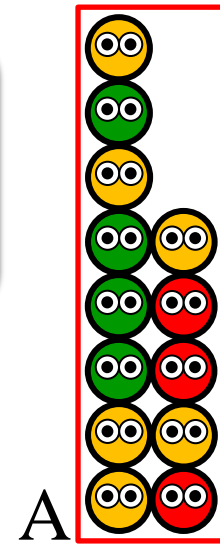
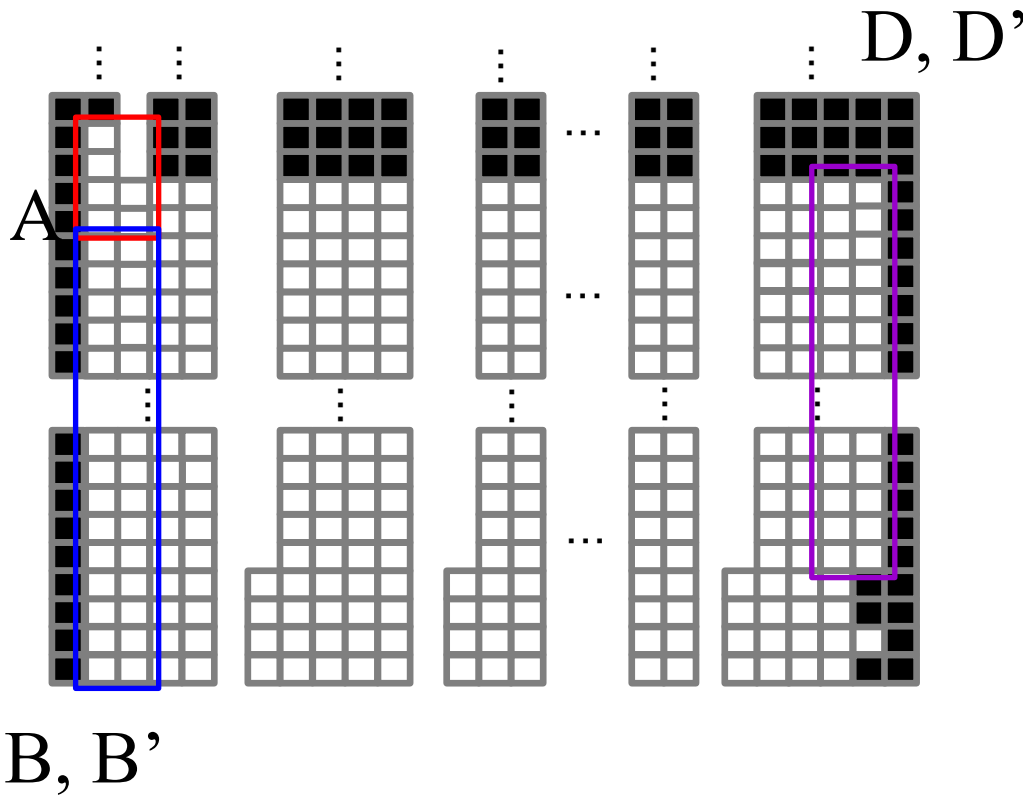
bucketにピースを埋める

全bucketを満たすと  $k$ 連鎖

# 初期盤面B

使用色

1	2	3	4



既存研究のパーツ

# 初期盤面B

使用色

1

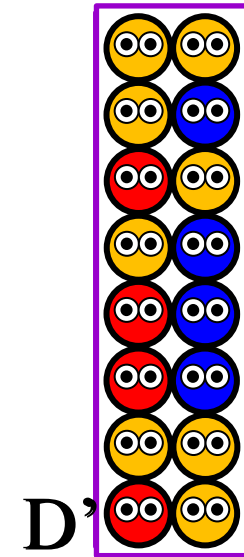
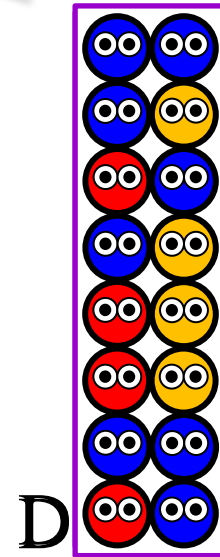
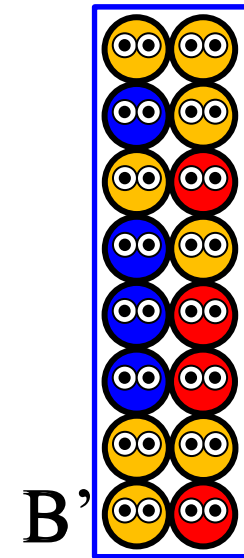
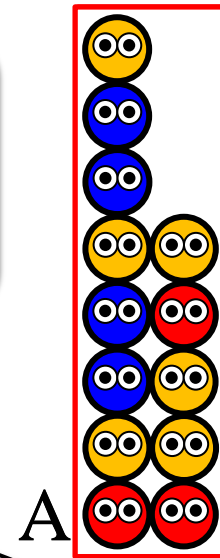
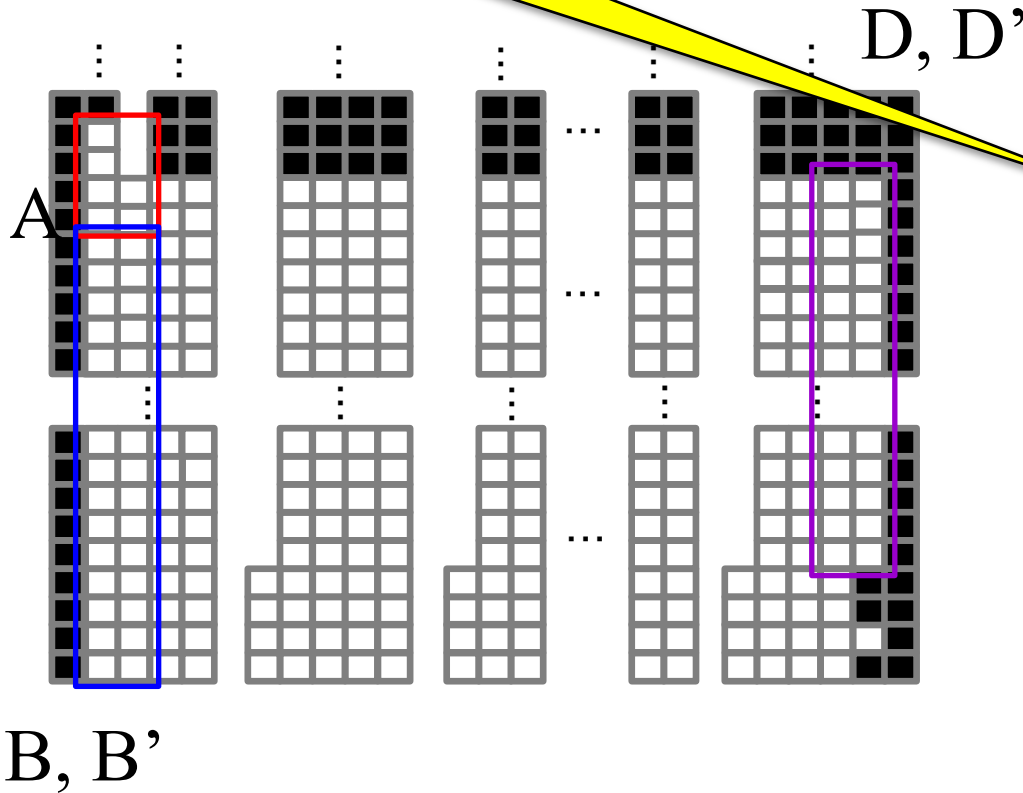
2

3

~~4~~



既存との違い

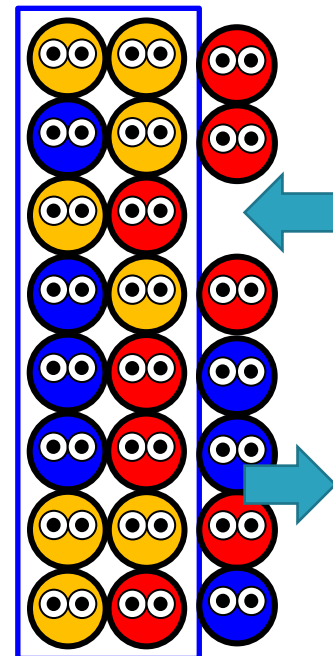
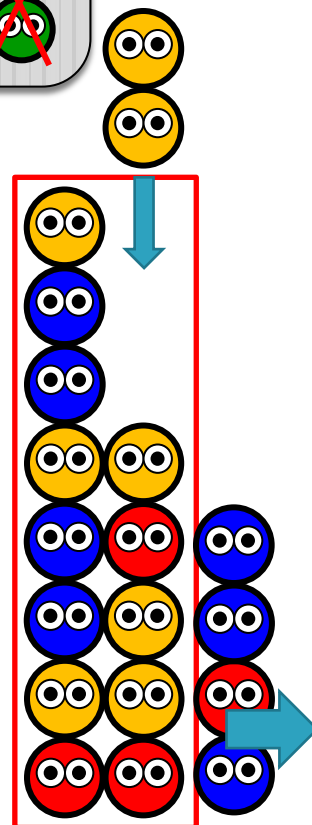
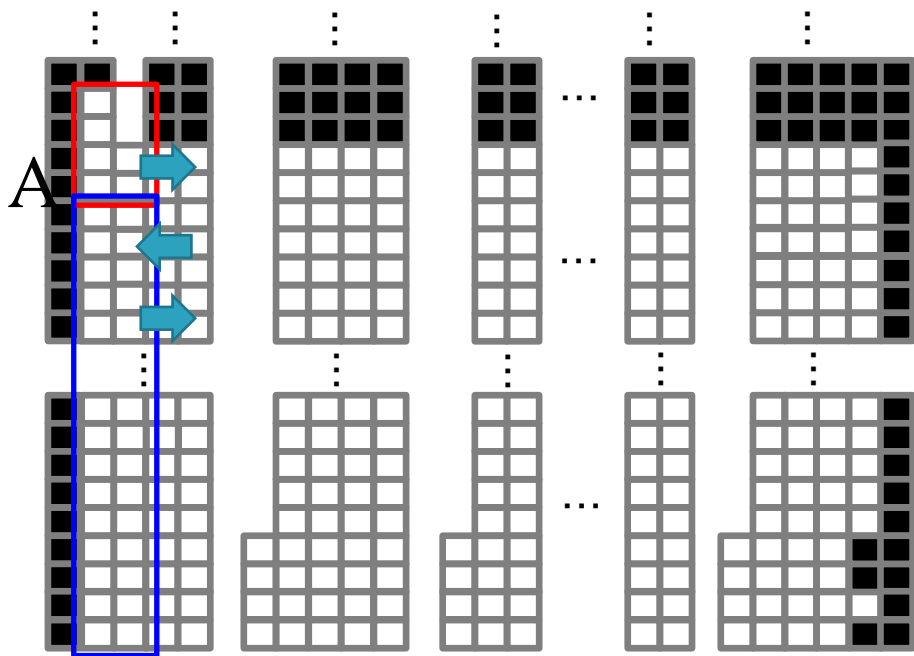


本研究のパーツ

# 初期盤面B

使用色

1	2	3	<del>4</del>



B, B'

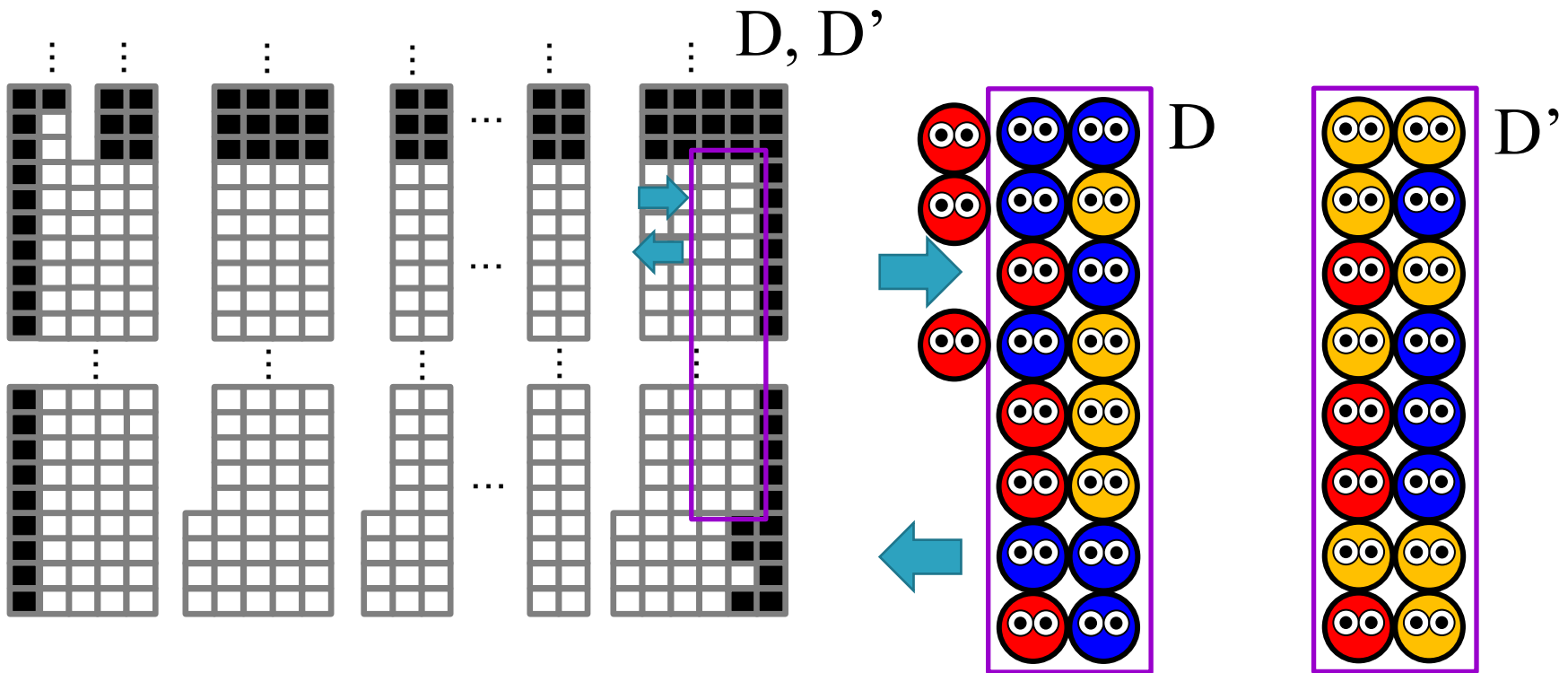
A

B'

# 初期盤面B

使用色

1	2	3	<del>4</del>
			

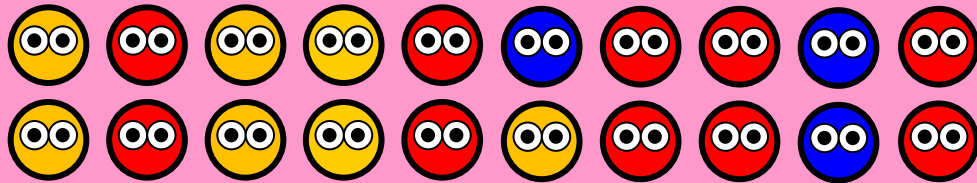




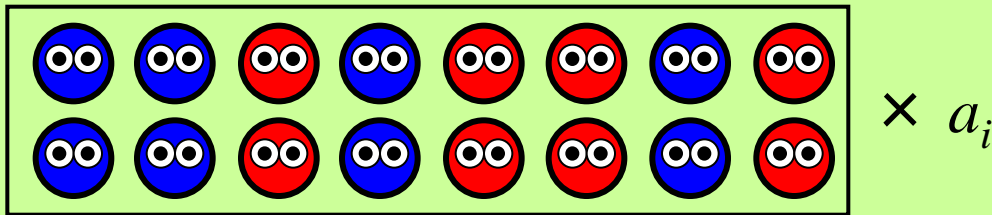
# ピースの列 $P$

$3s$ 回繰り返し

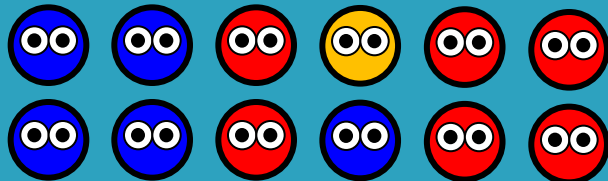
initiator (10組)



filler (8組)



terminator (6組)



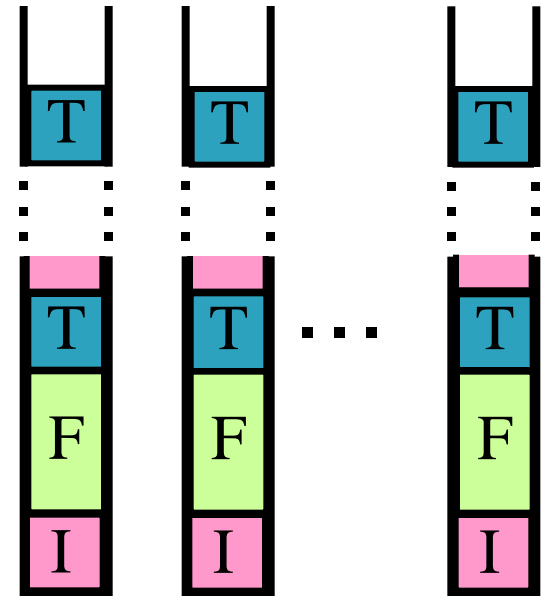
## 3-PARTITION

$s$  : 集合の数

$3s$  : 要素の数

$a_i$  : 要素の値

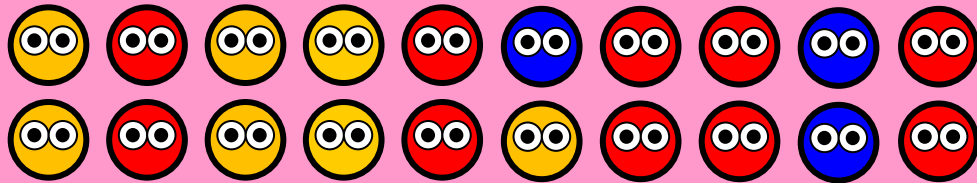
bucket ( $s$ 個)



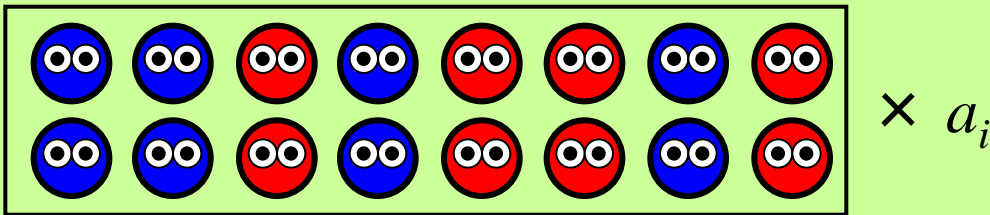
# ピースの列 $P$

3s回繰り返し

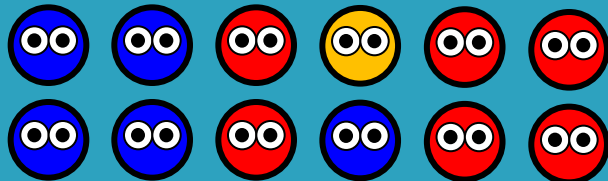
initiator (10組)



filler (8組)

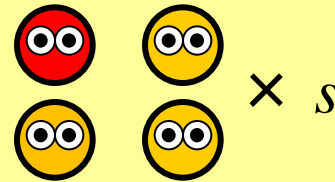


terminator (6組)



既存との違い

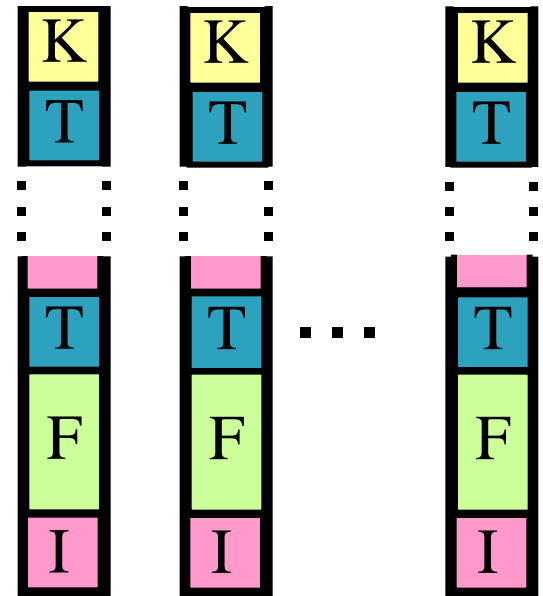
key



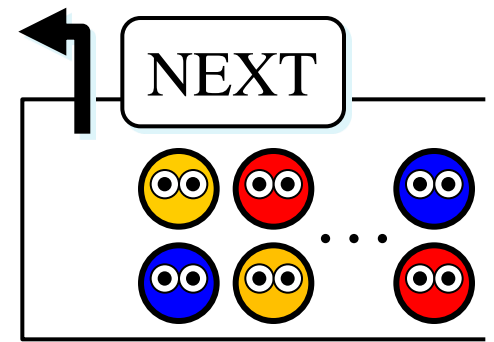
tsumo



bucket (s個)



# 正整数 $k$ と正当でない連鎖

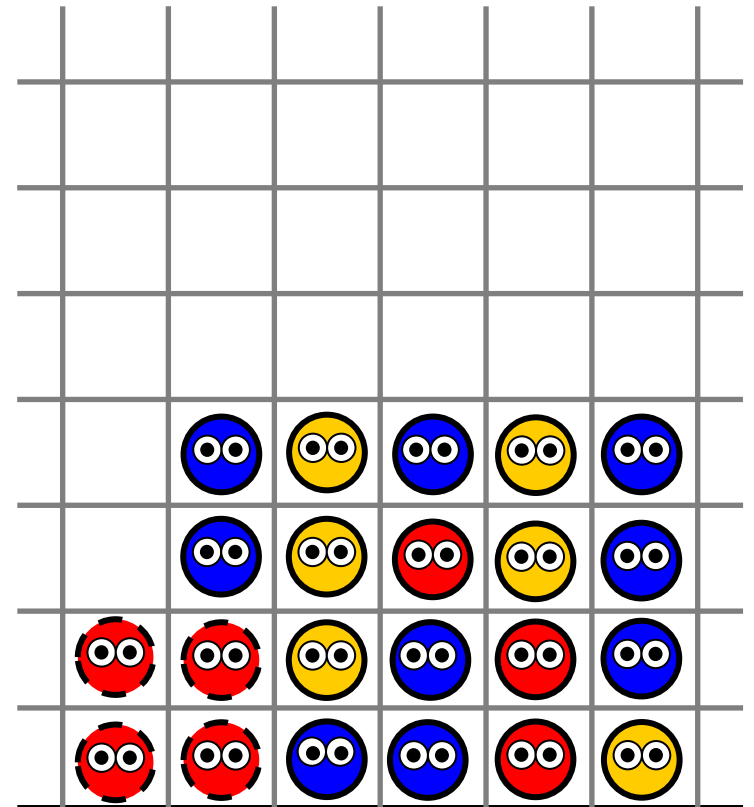


$$k \text{ 連鎖} = \frac{\text{色ぶよの総数}}{4}$$

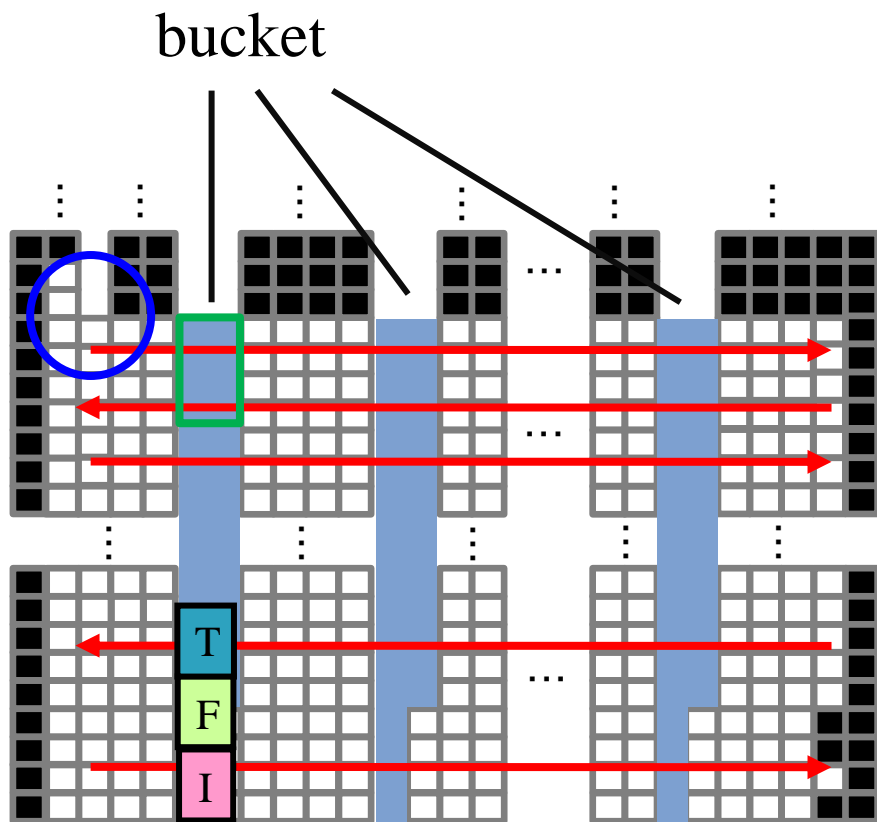
起りうる最大連鎖数

## 正当でない連鎖

- × ピース終了前にぶよを消す
- × 5個以上の同時消し
- × 連鎖が途中で止まる



# 証明: 本問題 → 3PARTITION



## 証明の手順

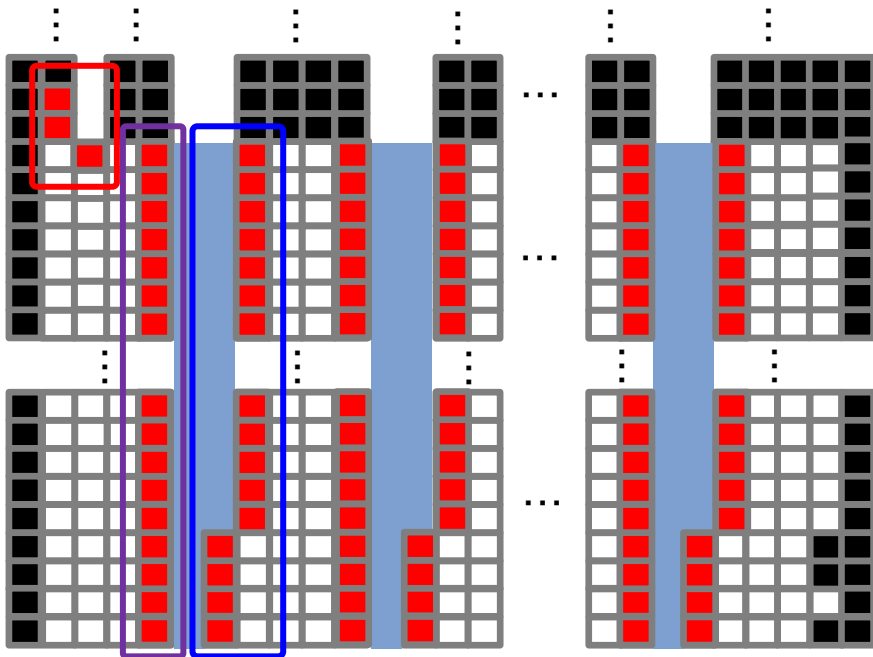
開始点が定まる

流れが定まる

配置が定まる

埋め方が定まる

# 開始点



3s回繰り返し

initiator (10組)

key

filler (8組)

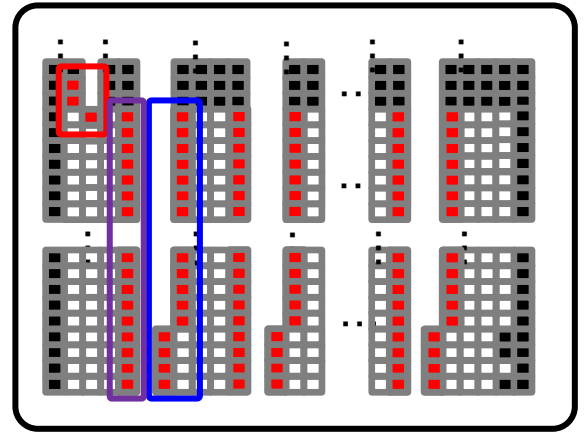
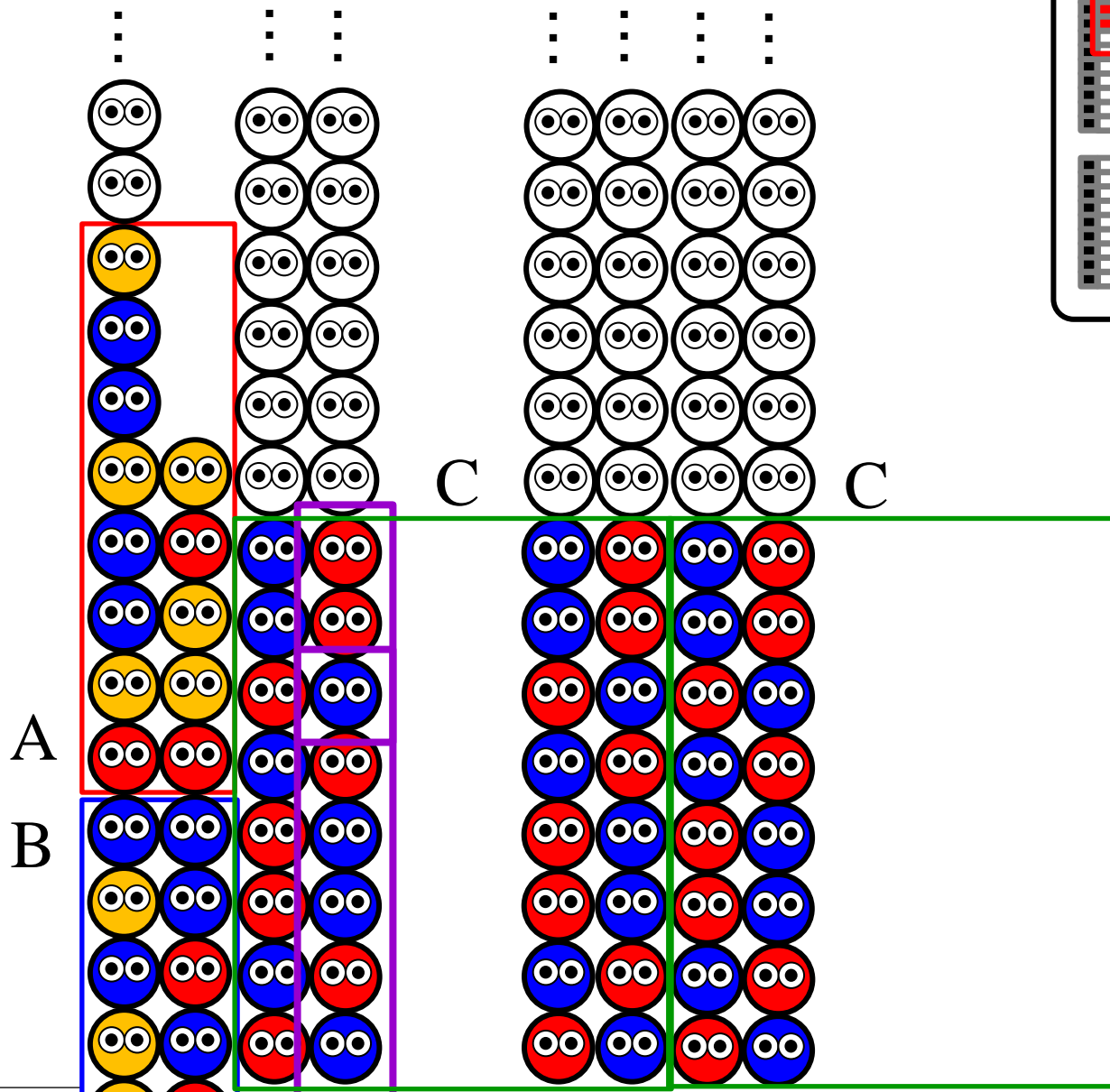
terminator (6組)

初期盤面で最初に消えるぷよを考える

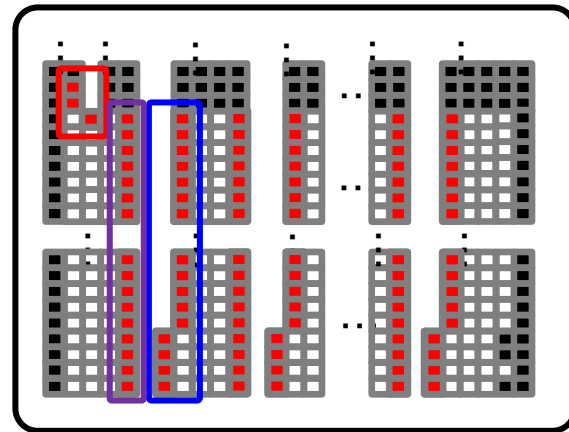
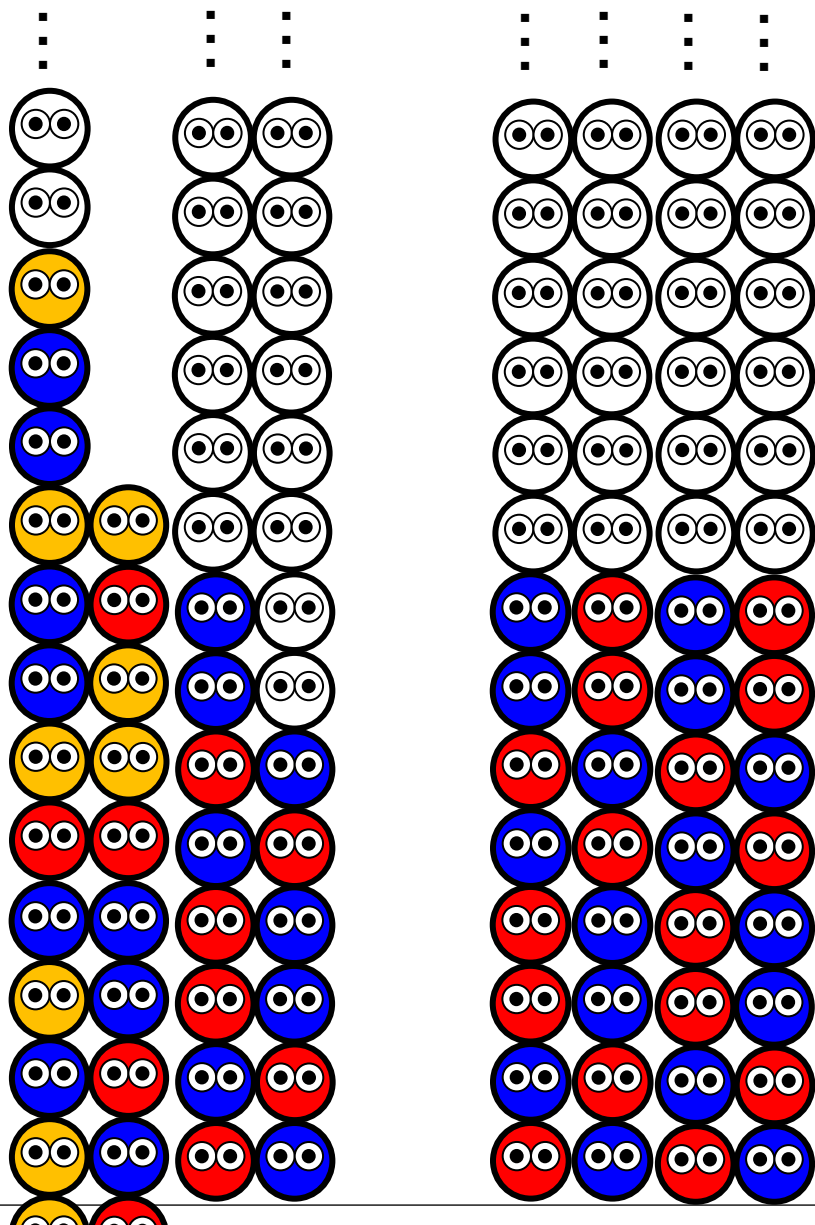
□ □ □ の候補がある

□ のみ正當に消せる

# □を最初に消す場合

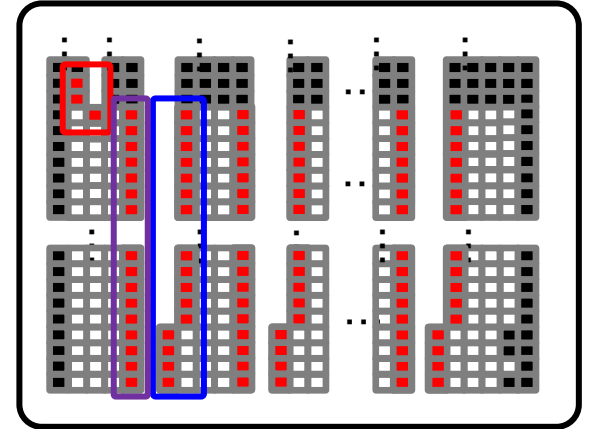
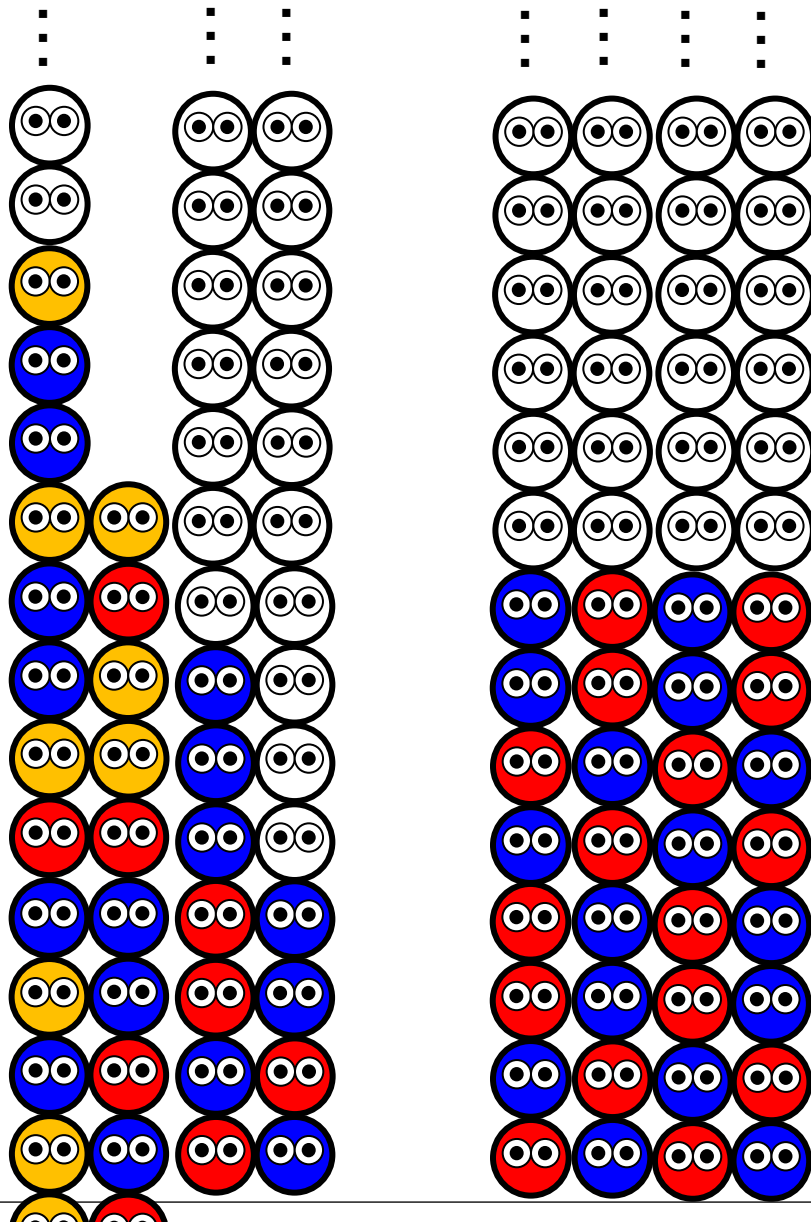


# □を最初に消す場合



おじゃまぶよが落ちて正  
当な連鎖にならない

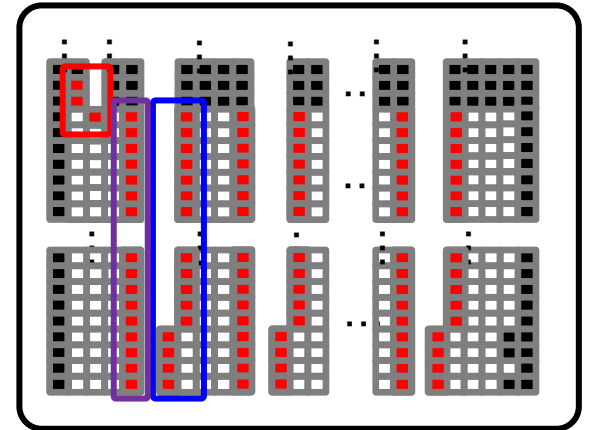
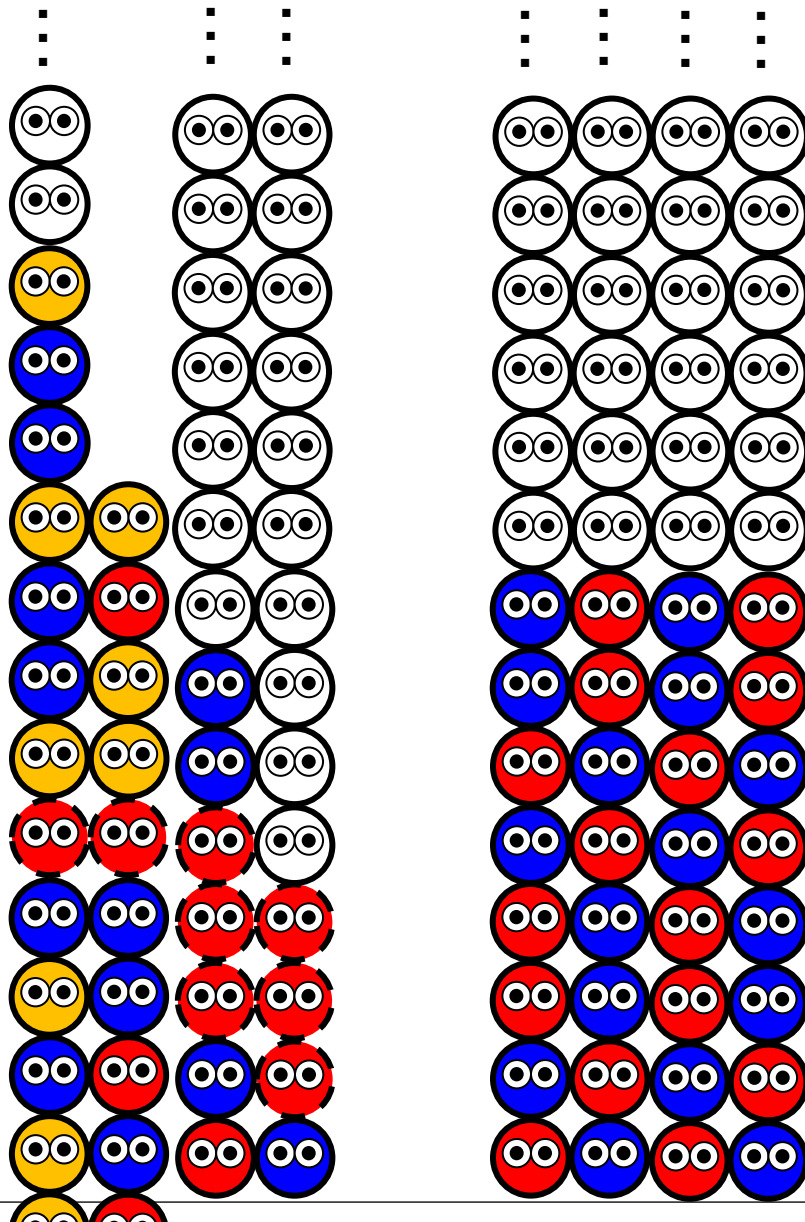
# □を最初に消す場合



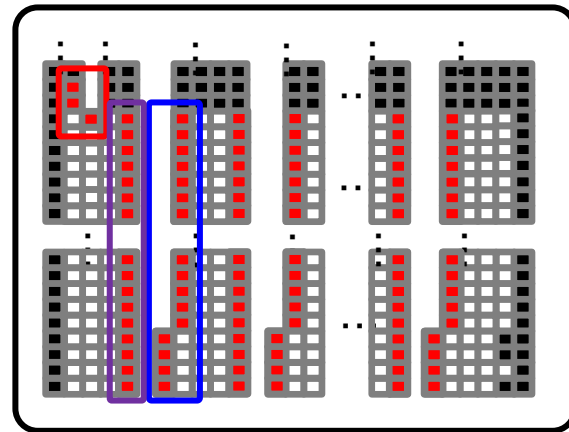
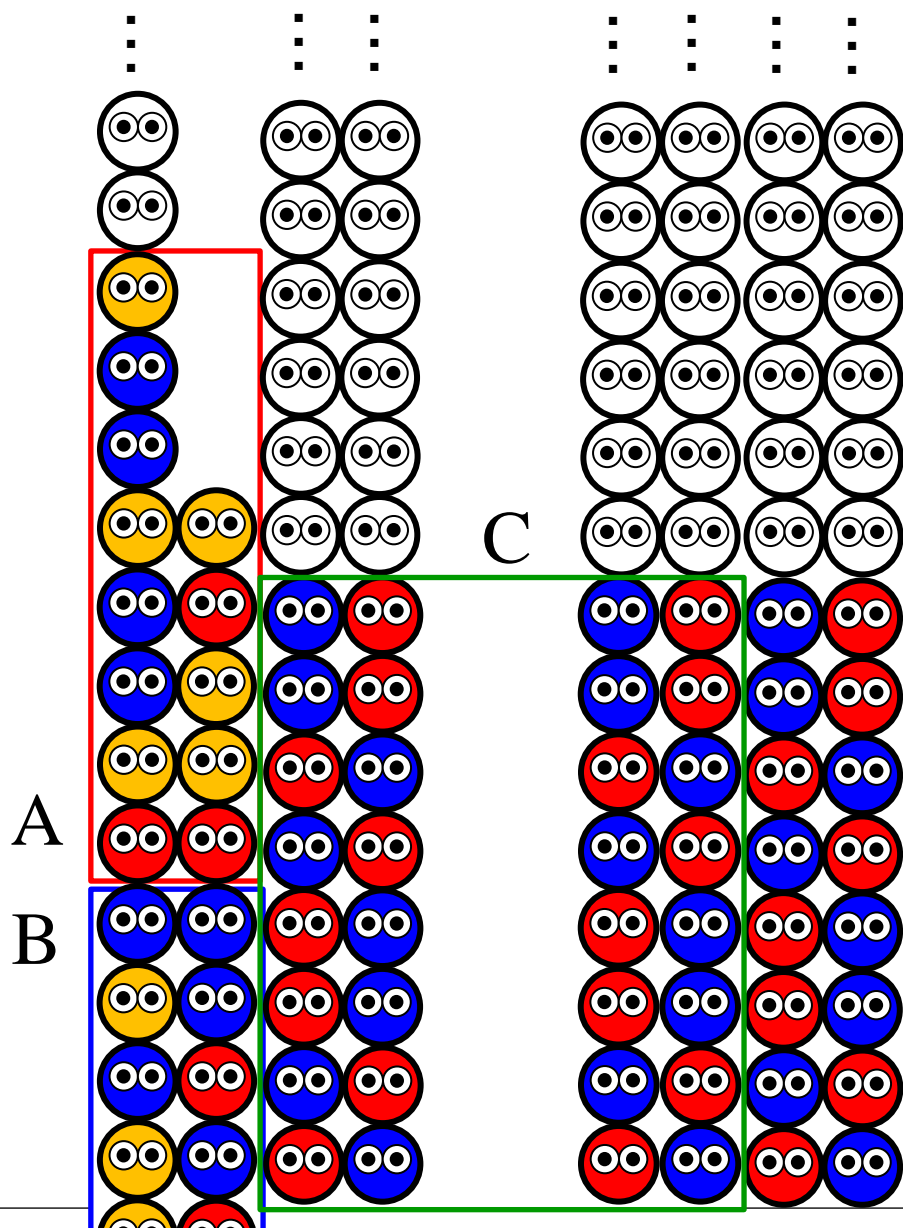
おじゃまふよが落ちて正  
当な連鎖にならない



# □を最初に消す場合



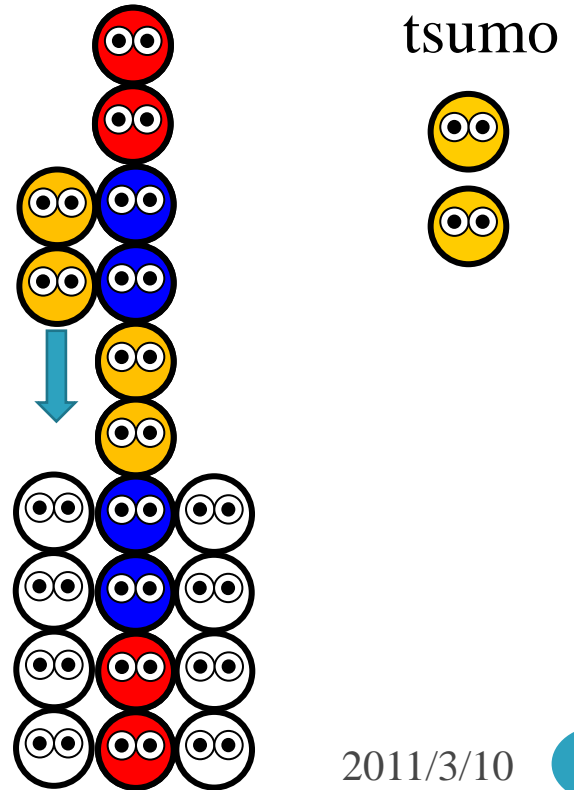
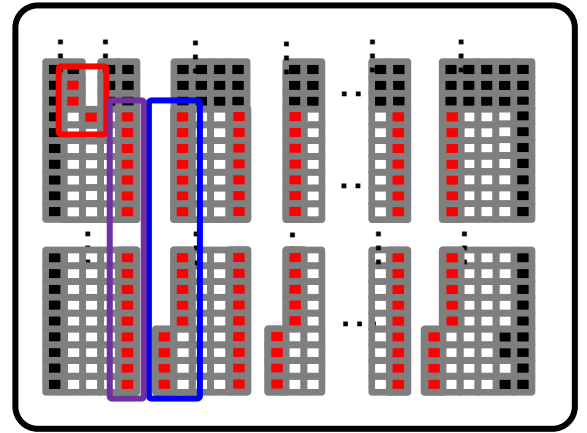
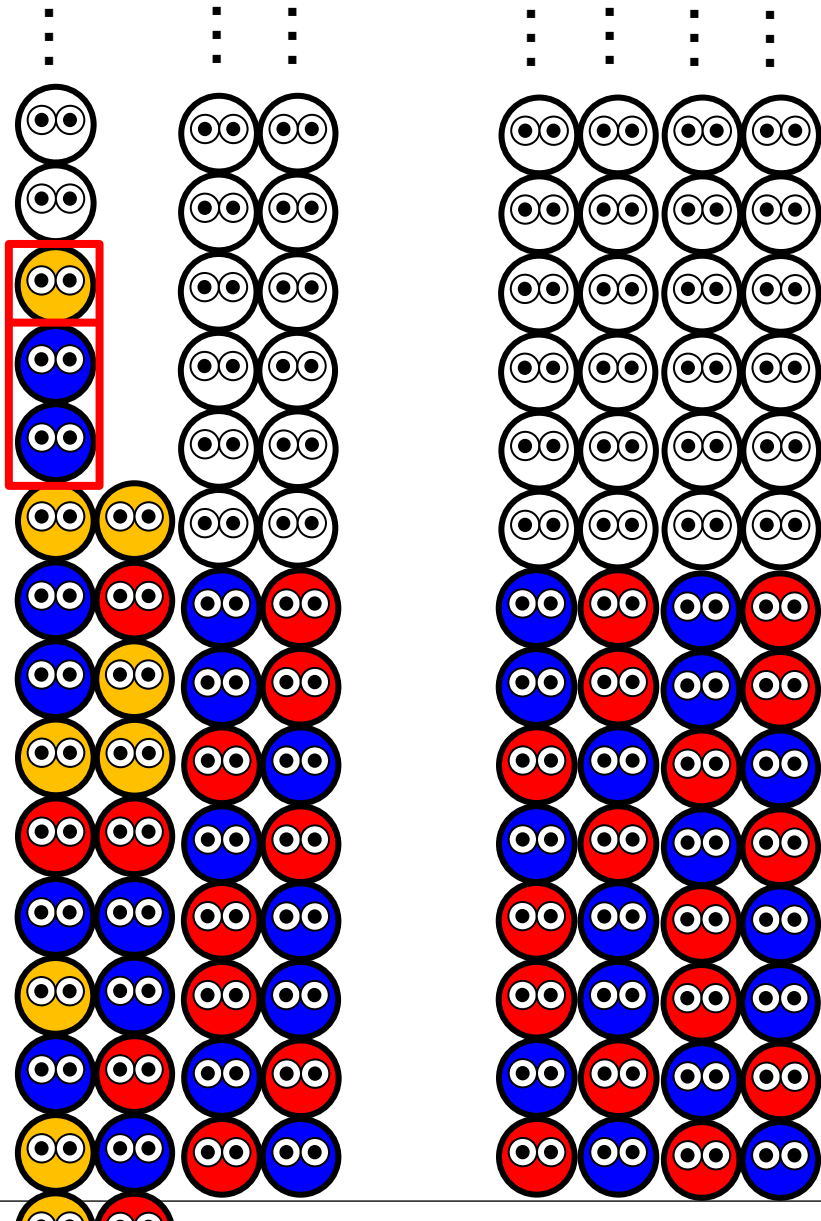
# □を最初に消す場合



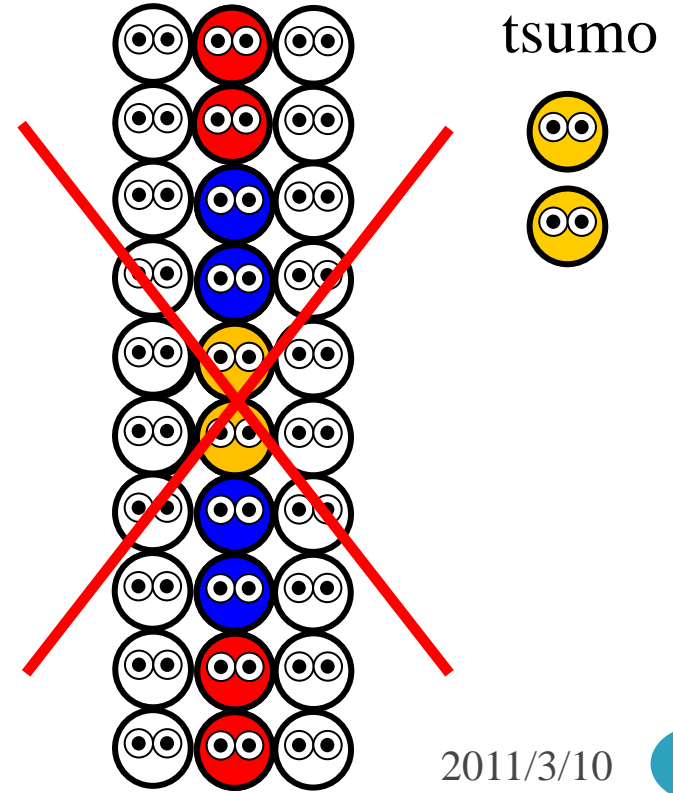
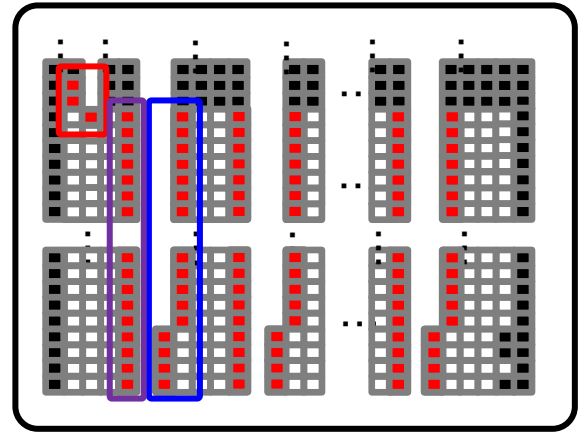
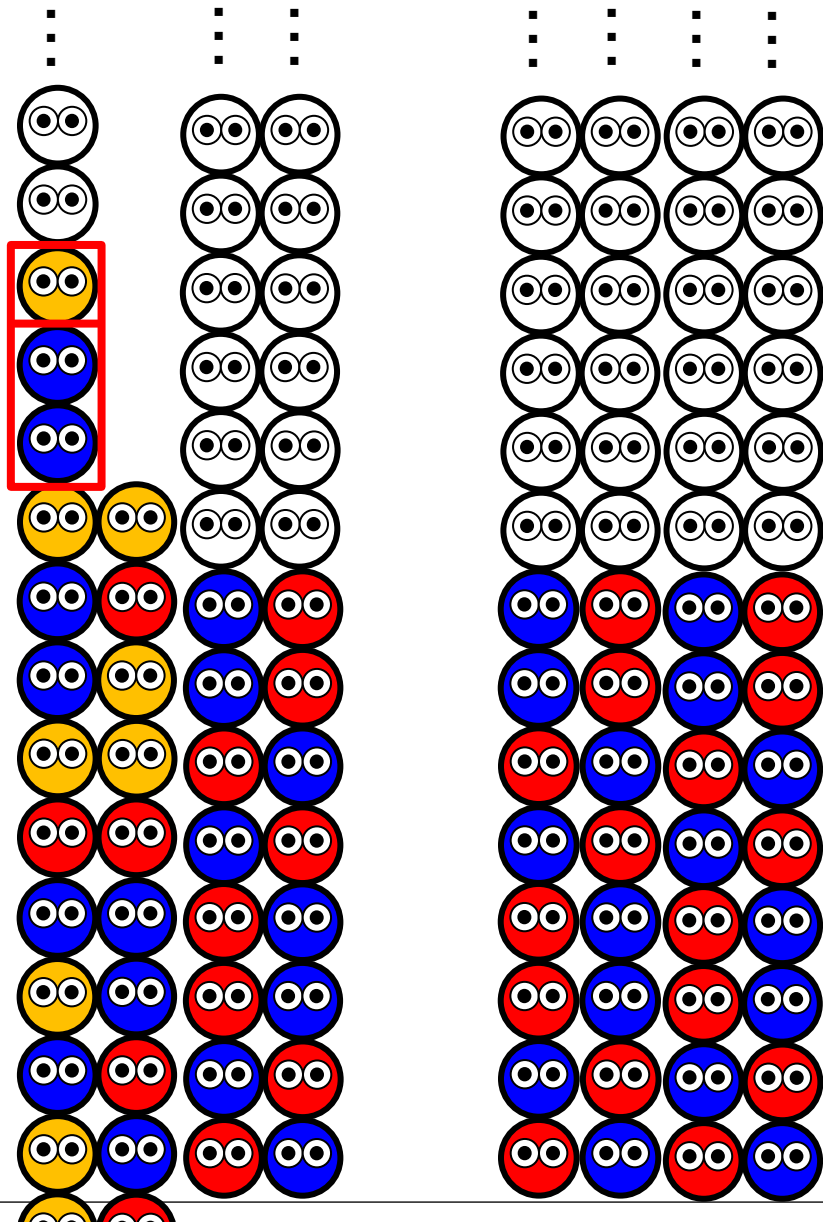
全ての色ぶよで $k$ 連鎖

□の後に□を  
消さなければならない

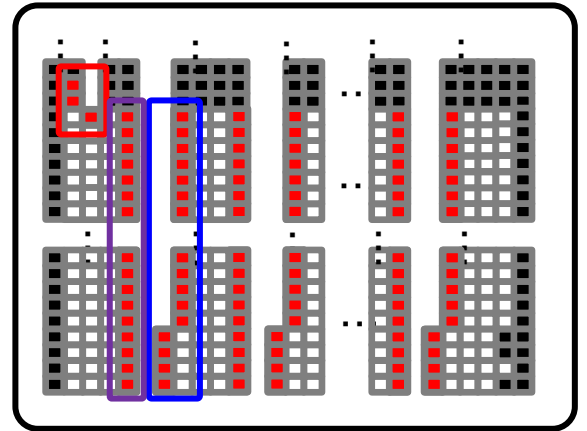
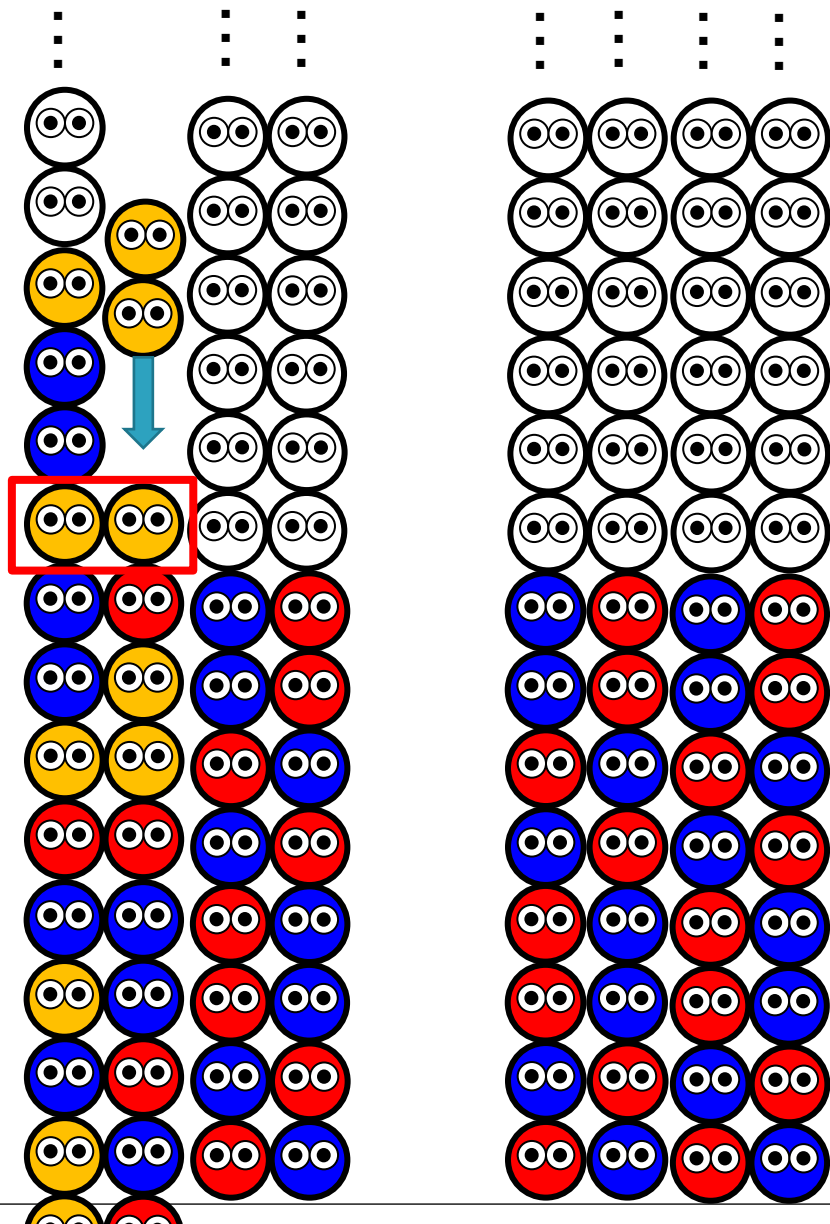
# □を最初に消す場合



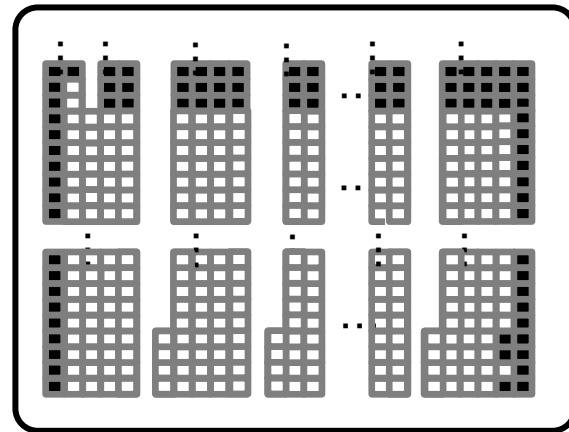
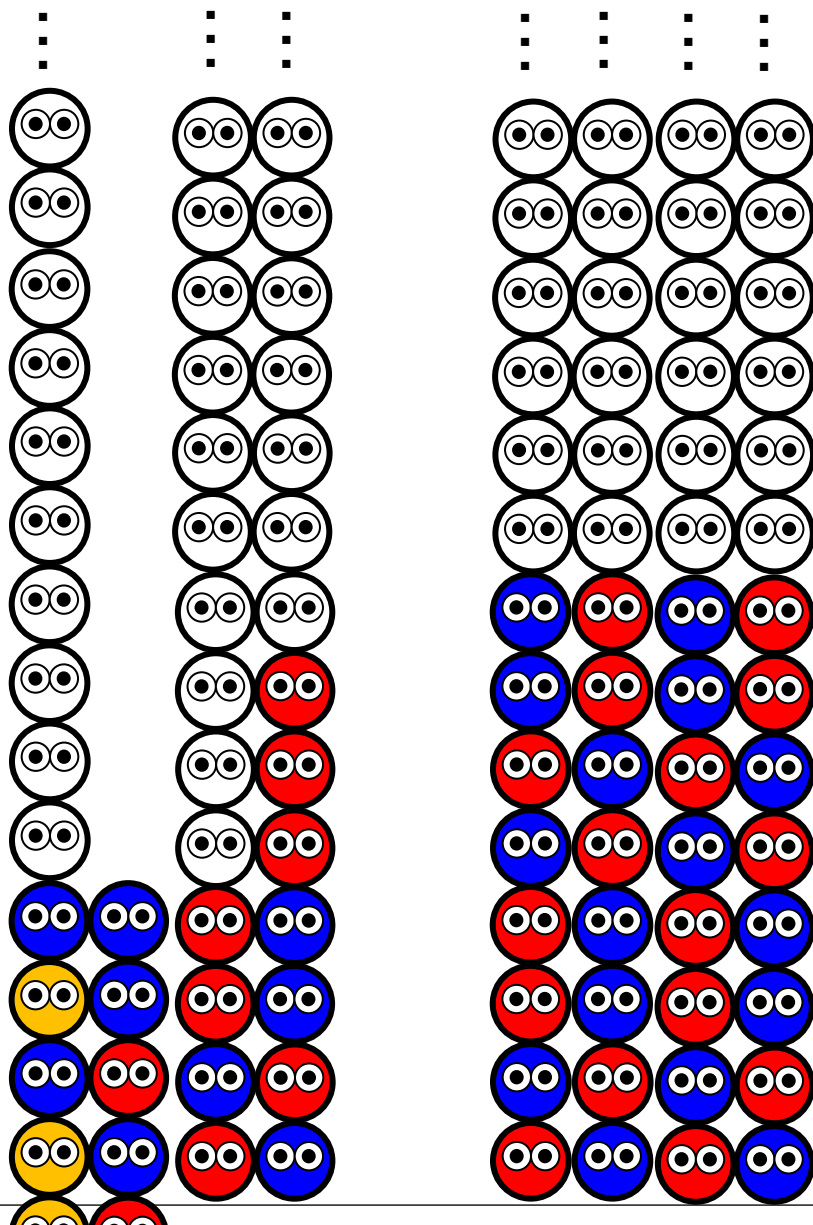
# □を最初に消す場合



# □を最初に消す場合



# 連鎖の流れ



証明の手順

開始点が定まる

流れが定まる

配置が定まる

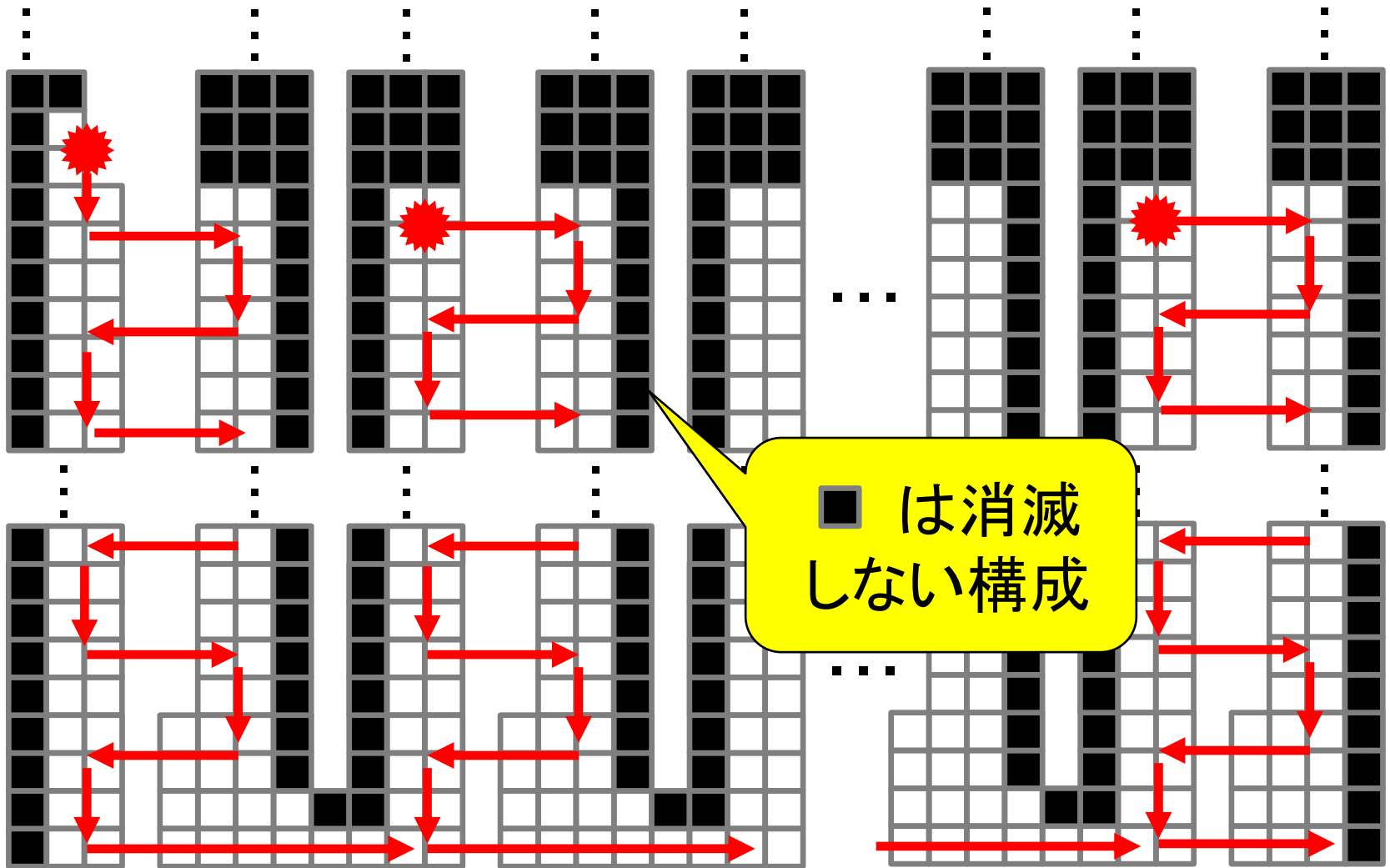
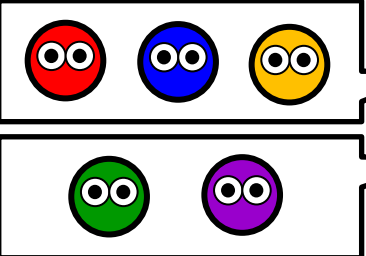
埋め方が定まる

# おじゃまぶよを使用しない5色での 一般化ぶよぶよの連鎖数判定問題

	1色	2色	3色	4色	5色	6色	7色	...
おじゃまぶよ有	?	?	NP 完全	NP 完全	 [松金, 武永, 2005]			
おじゃまぶよ無	P	?	?	?	?	?	?	?

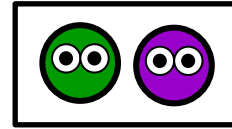
# 初期盤面 *B*

○ は3色で構成  
■ は2色で構成

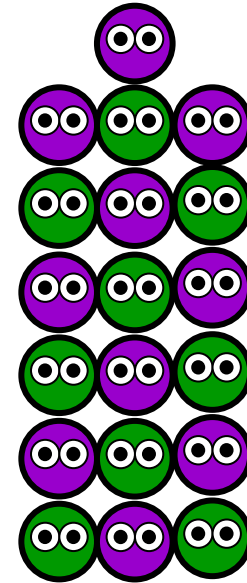
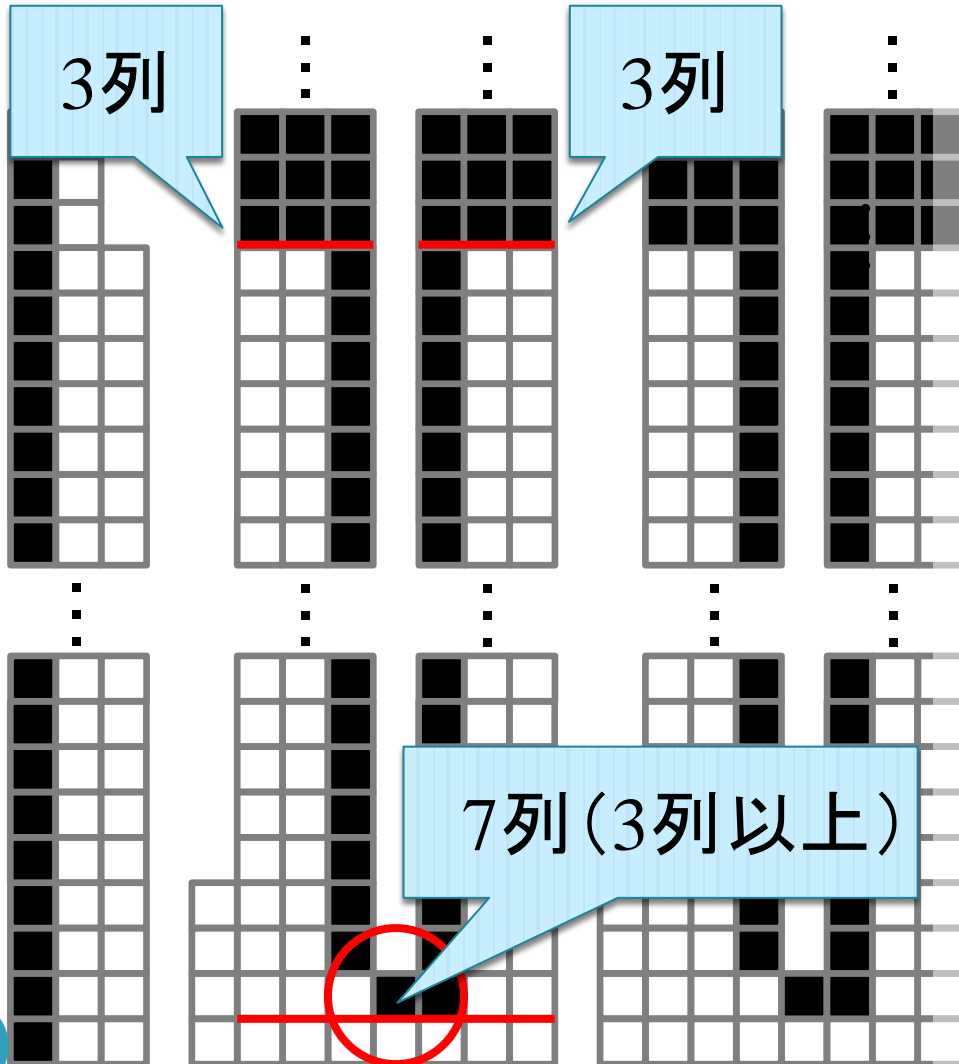




# 2色で消滅しない構成

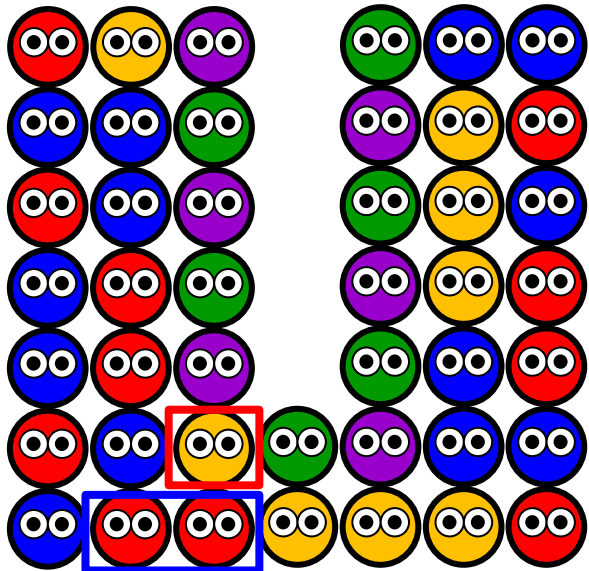


□ は3色で構成  
■ は2色で構成

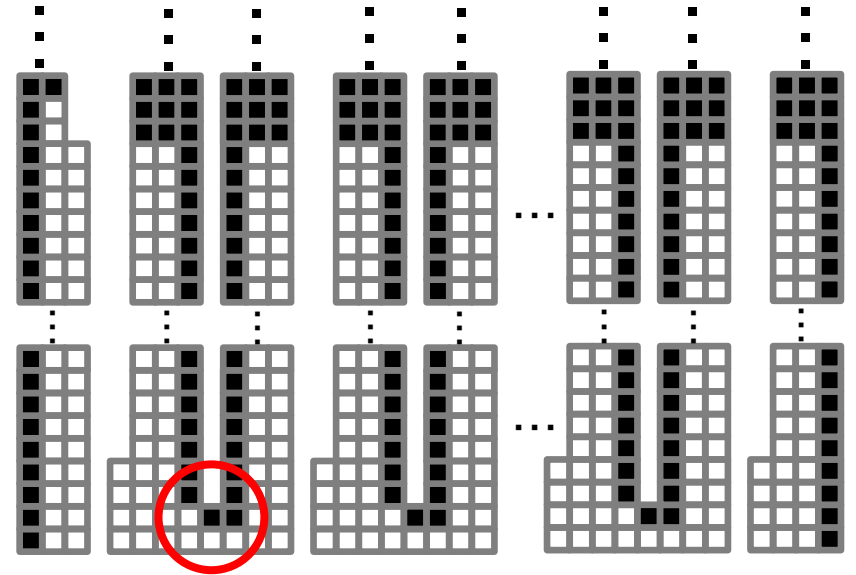


3列は絶対消えない

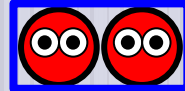
# 2色で消滅しない構成



地面



が先に消える場合

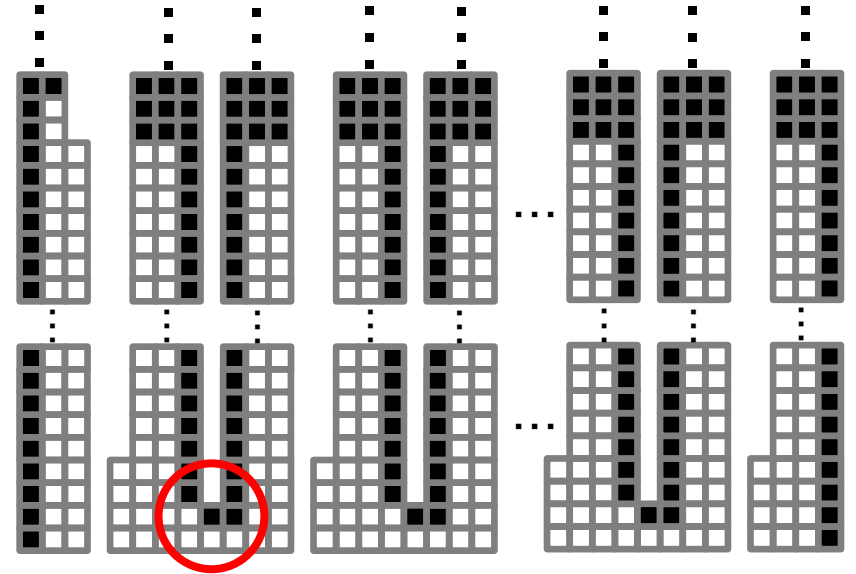
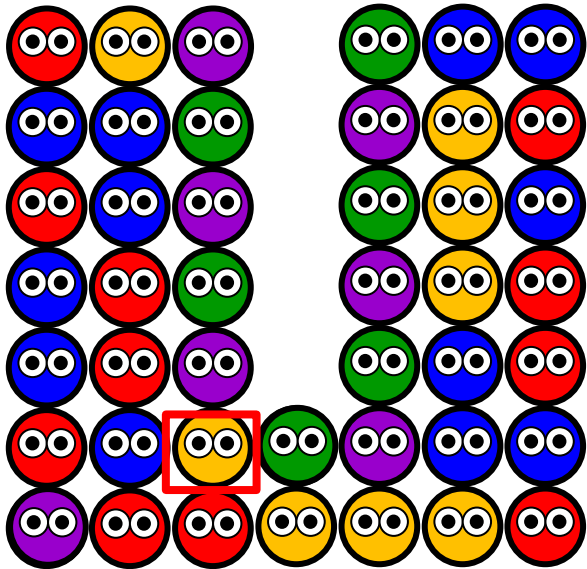
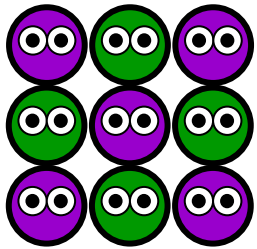


が先に消える場合

# 2色で消滅しない構成



が先に消える場合

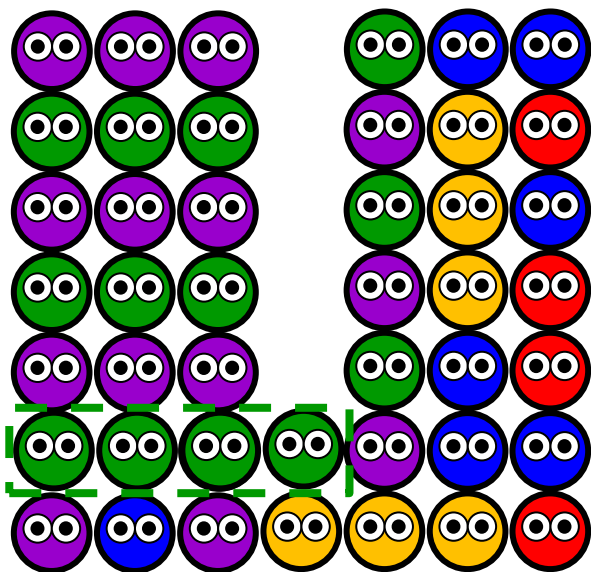
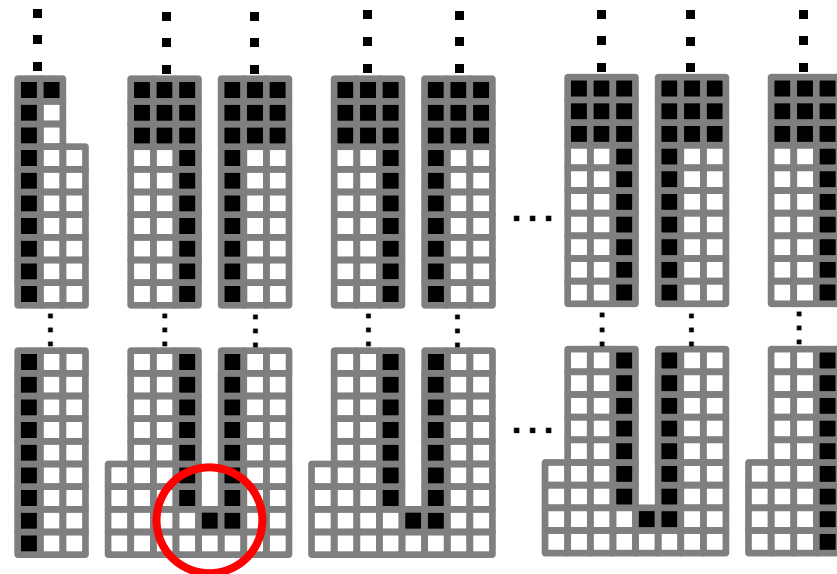


2列目で緑が揃う可能性

# 2色で消滅しない構成



が先に消える場合



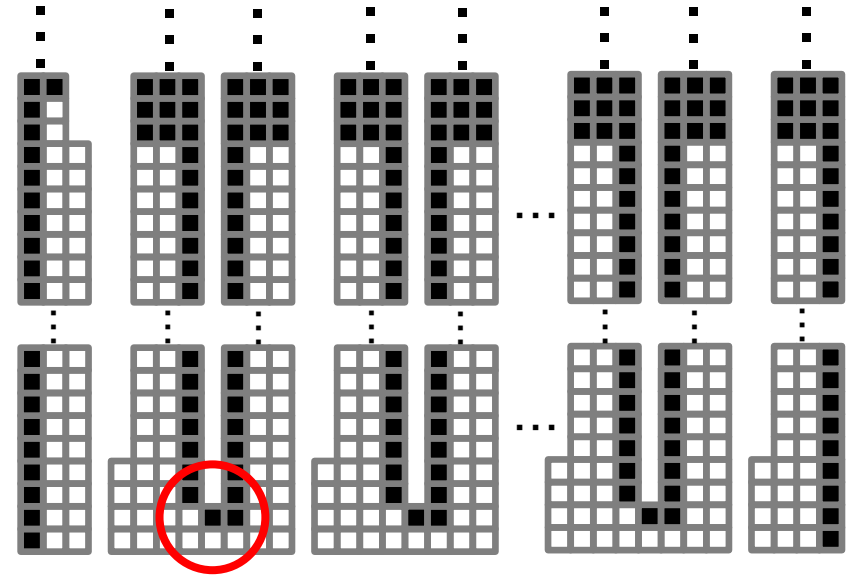
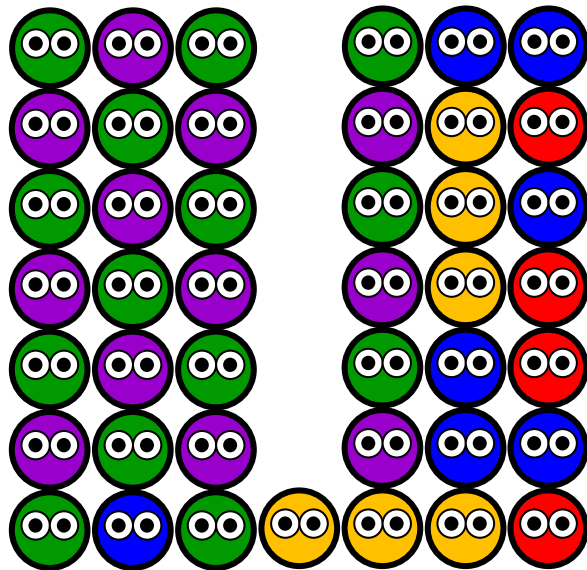
2列目で**緑**が揃う可能性

**緑**が揃ったと仮定

# 2色で消滅しない構成



が先に消える場合

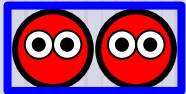


2列目で**緑**が揃う可能性

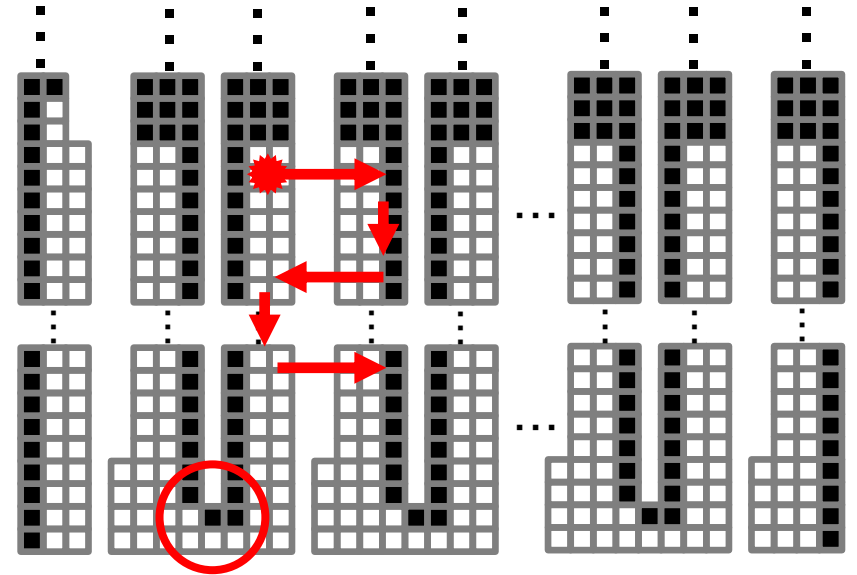
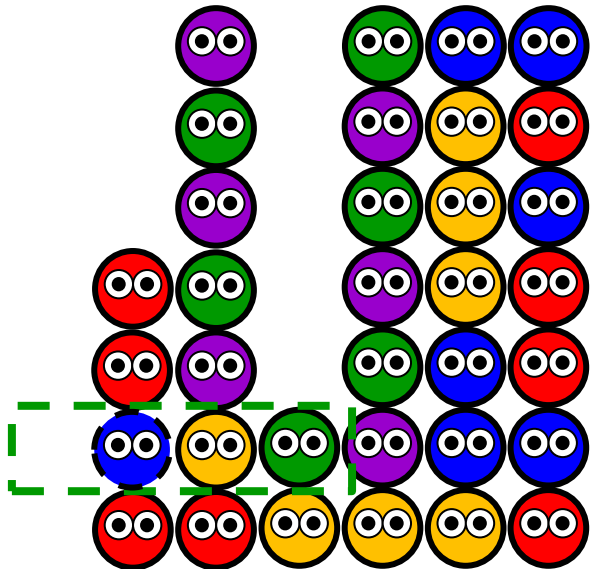
**緑**が揃ったと仮定

連鎖は止まる

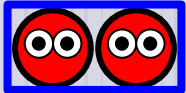
# 2色で消滅しない構成



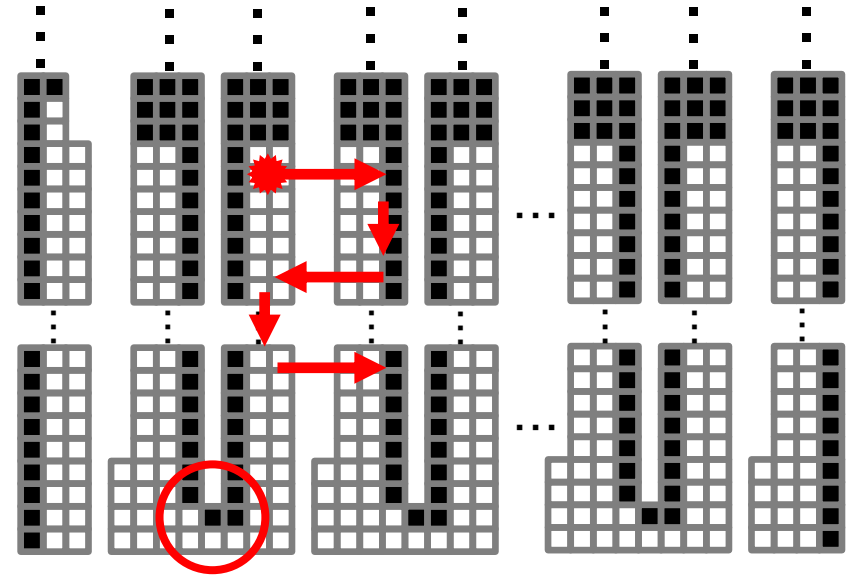
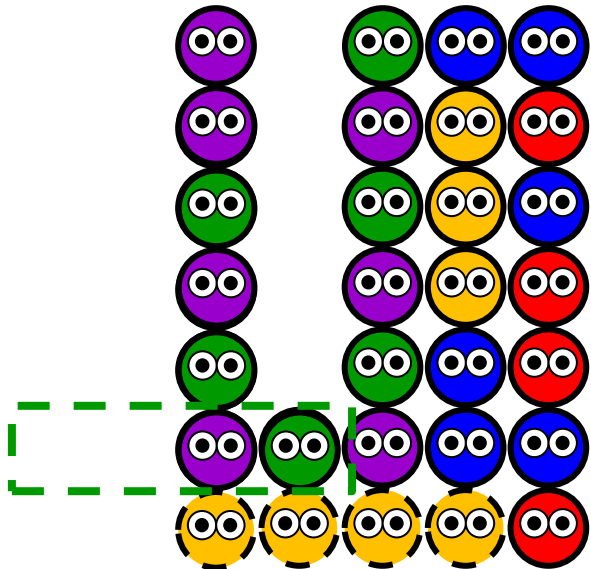
が先に消える場合



# 2色で消滅しない構成

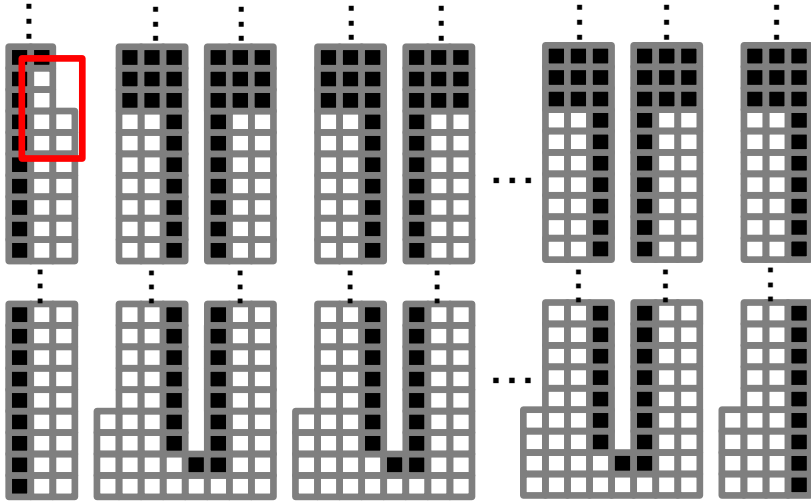


が先に消える場合

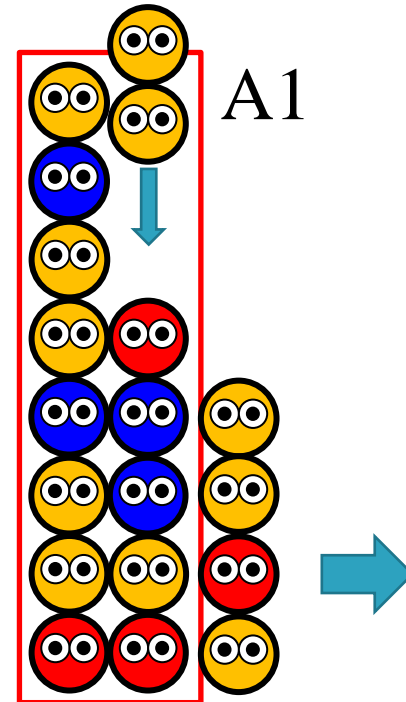


緑と紫が交互になるので  
正当な連鎖

# 各部分の構成



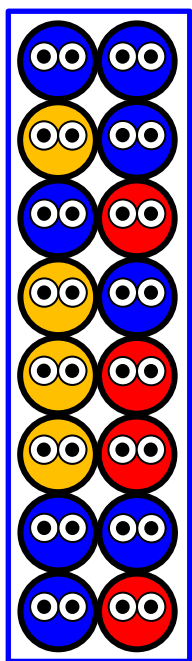
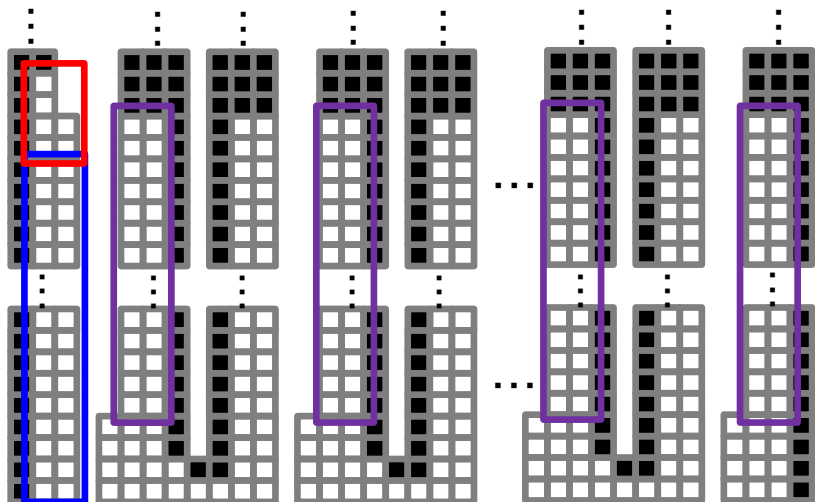
## 3色おじゃま有りとの違い



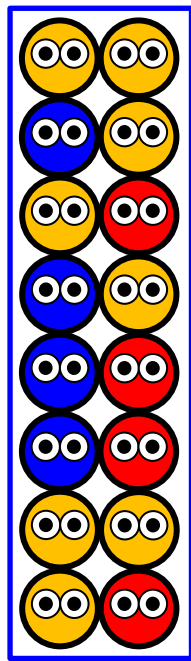


# 各部分の構成

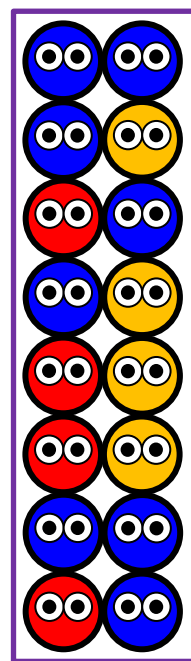
3色おじゃま有りとの違い



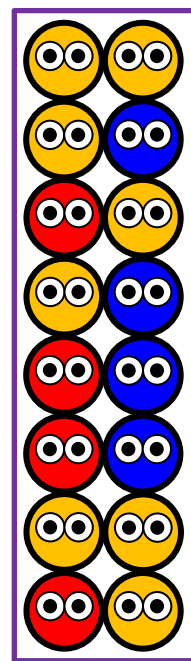
B1



B1'

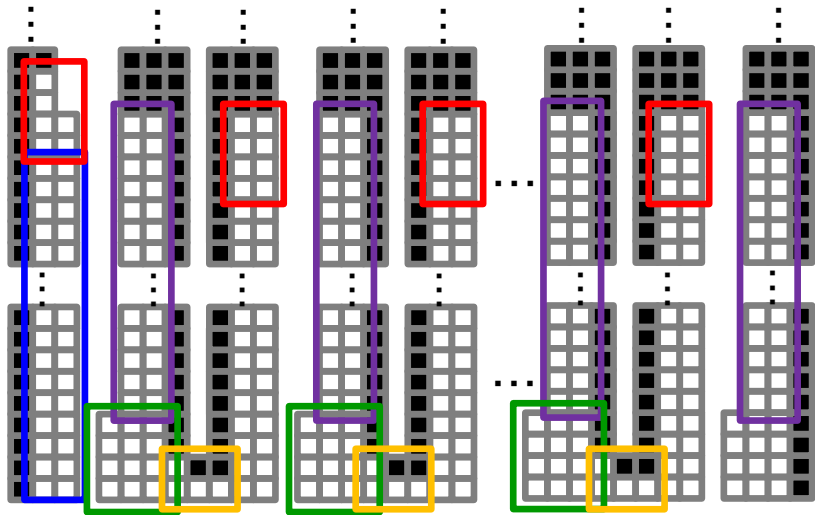


D1

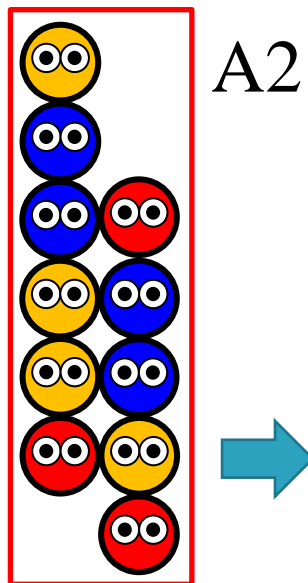
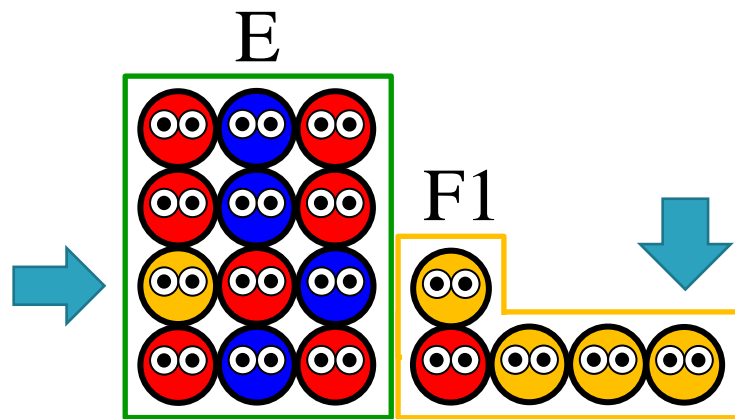


D1'

# 各部分の構成

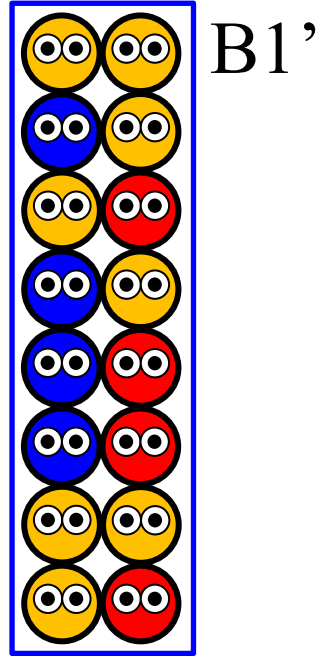
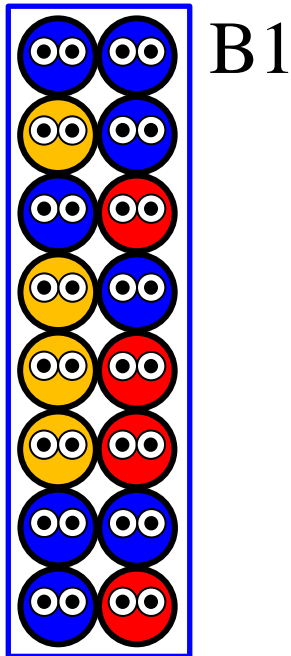
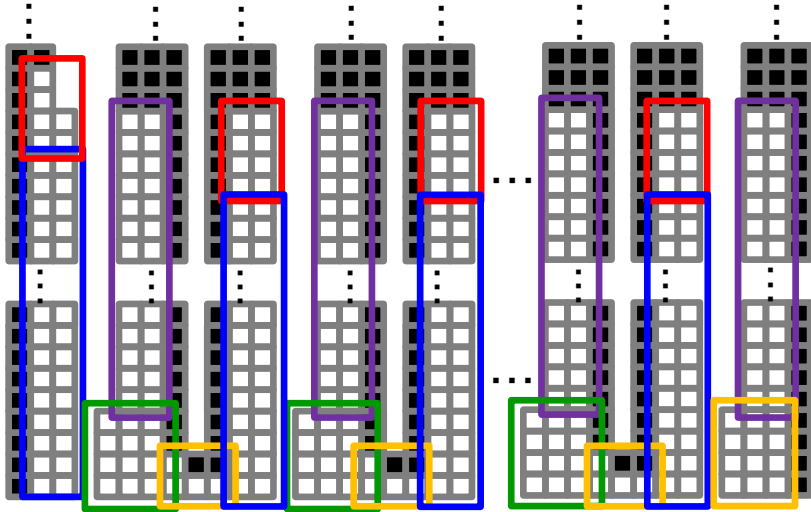


3色おじゃま有りとの違い

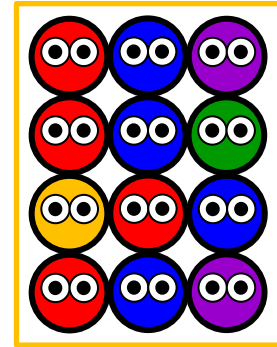


# 各部分の構成

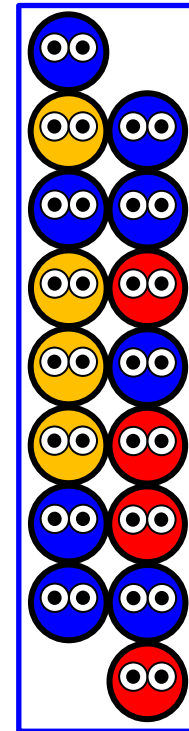
3色おじゃま有りとの違い



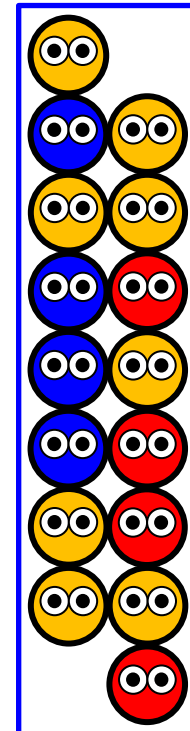
F'



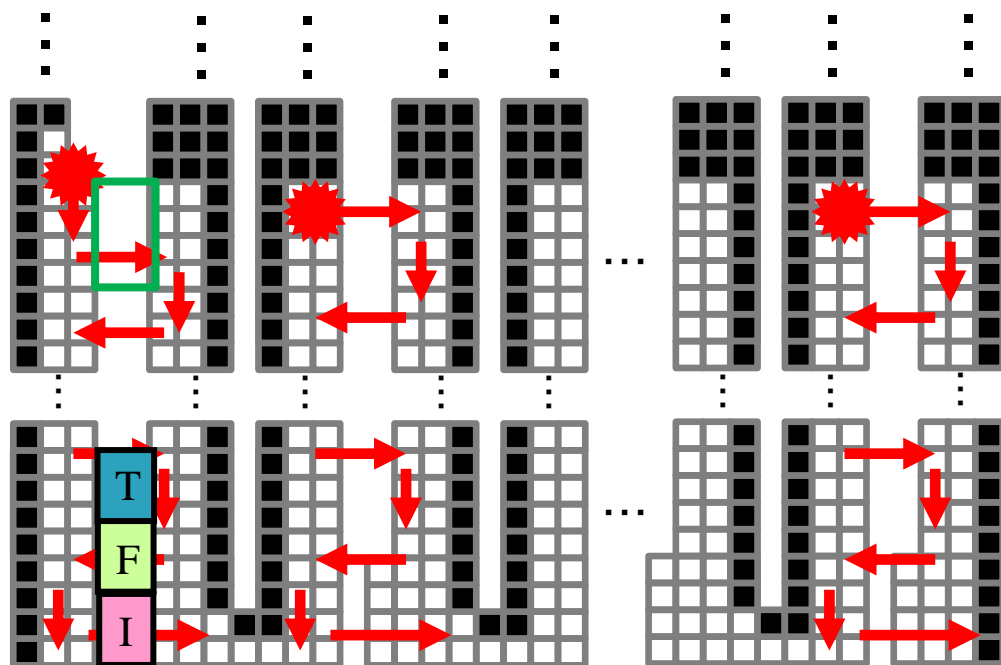
B2



B2'



# 証明: 本問題 $\rightarrow$ 3PARTITION



## 証明の手順


開始点が定まる

流れが定まる

配置が定まる

埋め方が定まる

# まとめと今後の課題

	1色	2色	3色	4色	5色	6色	7色	...
おじゃま ぷよ 有	?	?	NP 完全	NP 完全	 [松金, 武永, 2005]			
おじゃま ぷよ 無	P	?	?	?	NP 完全	NP 完全	NP 完全	NP 完全

- おじゃまぷよを使用した場合
  - ◆ 色数の制限を2色以下にする
- おじゃまぷよを使用しない場合
  - ◆ 色数の制限を4色以下にする