SATソルバを用いた Spiral Galaxies Puzzlesの解法ツール

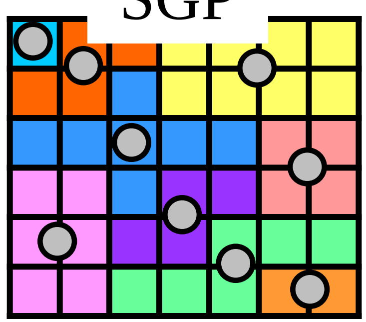
2011年 3月10日
第6回組合せゲーム･パズルミニ研究集会

大阪電気通信大学大学院　工学研究科　情報工学専攻
○舟野 勝彦　　上嶋章宏

発表の流れ

- 研究背景と目的
  - SATソルバを用いた問題解法
- Spiral Galaxies Puzzles（SGP）の解法ツール
  - SATへの符号化法
  - 変数の数の削減
  - 論理式サイズの削減
- まとめと今後の課題

SGP



SAT

$$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_4)$$

充足可能性問題(SAT)

入力：乗法標準形（CNF）の論理式,

質問：論理式全体を真にするような，真偽値の組み合わせは存在するか？

NP完全 [S. Cook, 1972]

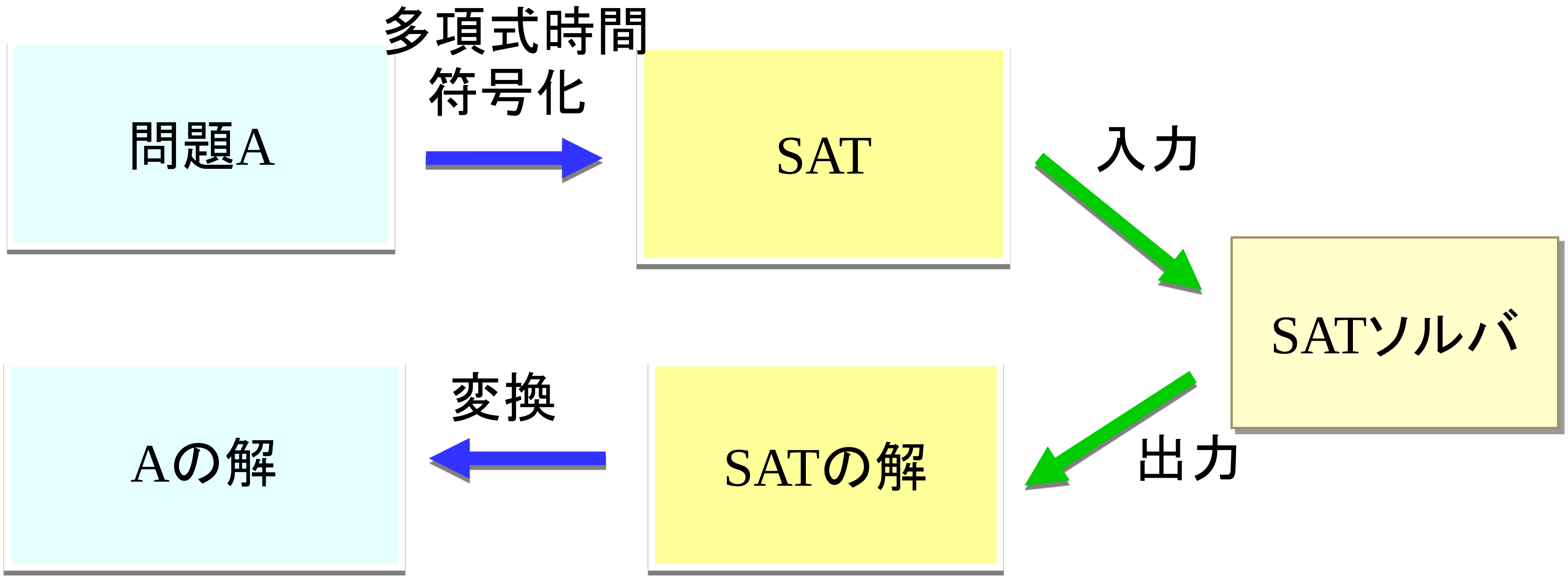
$$\underline{(x_1 \vee \neg x_2)} \wedge \underline{(x_2 \vee x_3)} \wedge \underline{(\neg x_1 \vee x_3)}$$

すべての節を真にする

$$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1$$

SATソルバ MiniSat ［N. Eén, N. Sörensson, 2003］

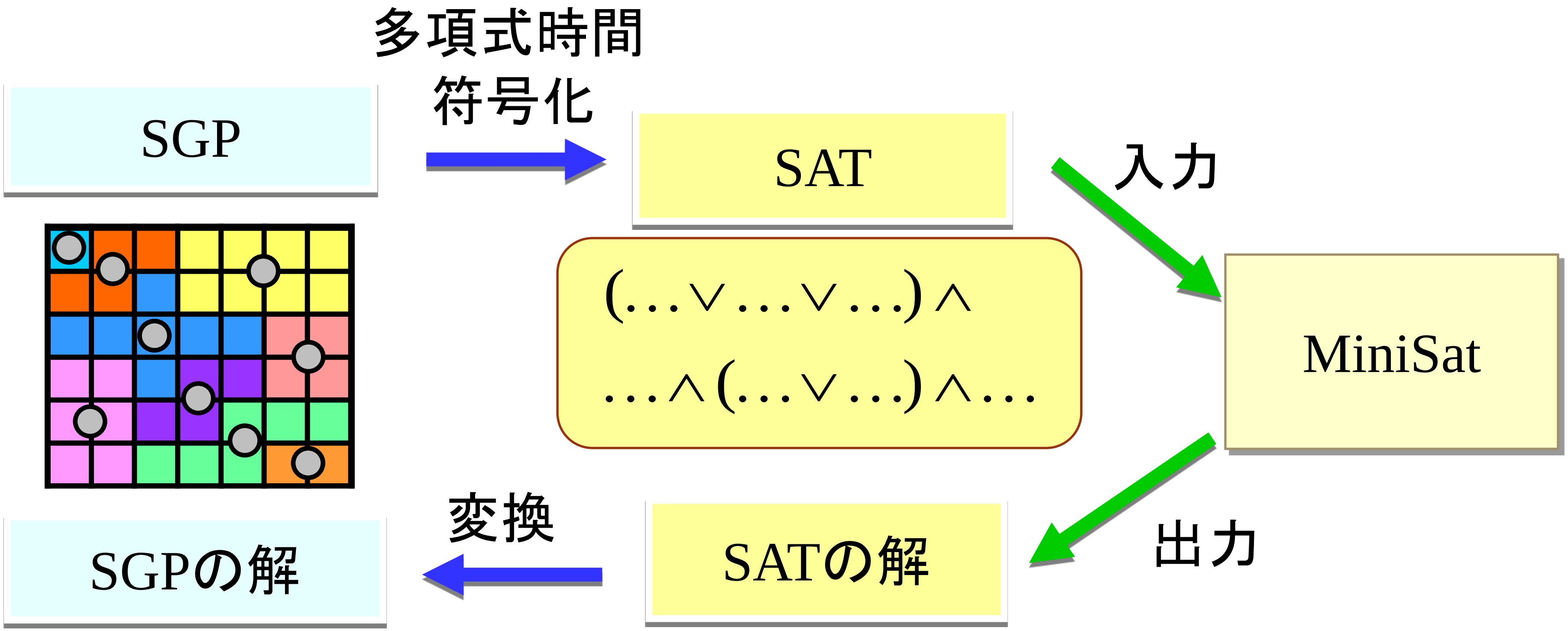
研究背景



SATへ符号化し，SATソルバへ入力

Sugar制約ソルバ[田村, 2009]（Mini Sat）

研究目的



SATが大規模になるような問題での性能

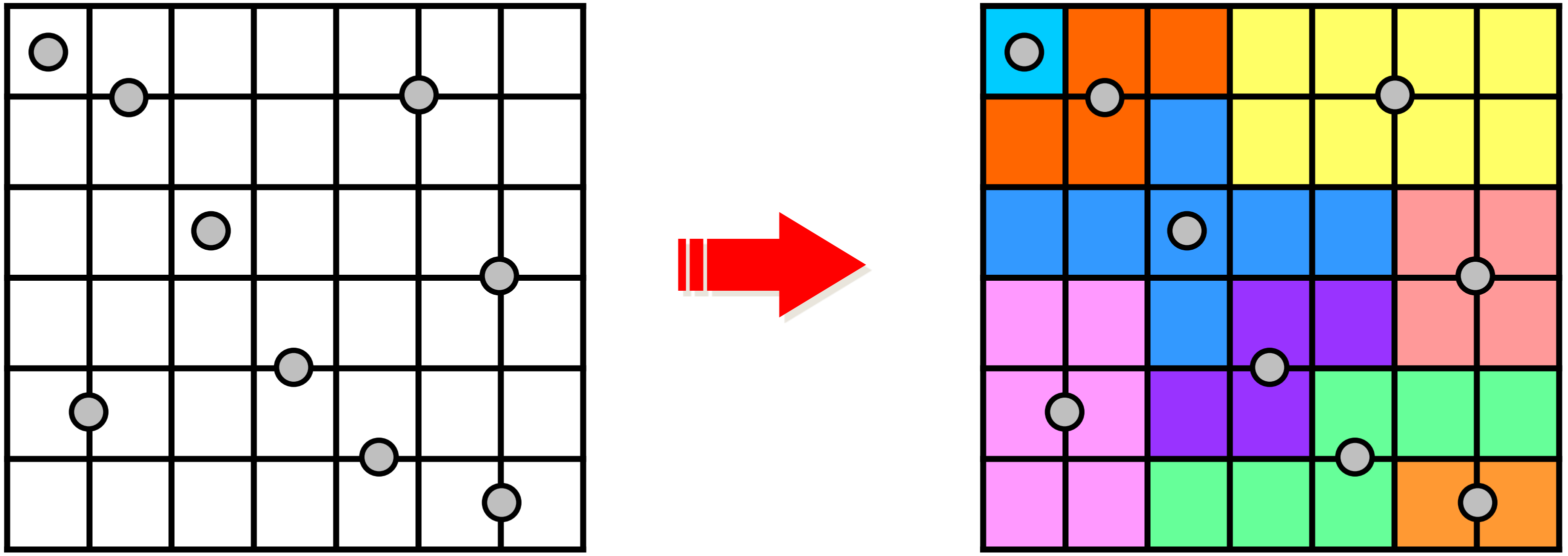
大規模なSGPを扱えない → SATのサイズを削減

Spiral Galaxies Puzzles (SGP)

入力：格子状盤面，盤面上に配置された円集合，

質問：各円を中心とした連結な点対称図形で盤面を過不足なく区切れるか？

NP完全 [E. Friedman, 2002]

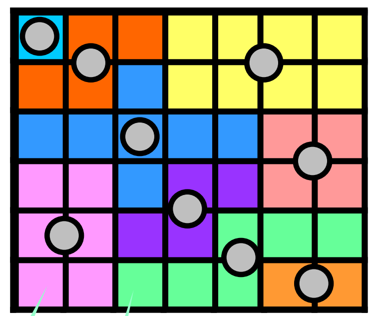


SGPのSAT符号化

SGP

入力：格子状盤面と円の集合，

質問：連結な点対称図形で盤面を区切れるか？



SATへ符号化

SGPの解へ変換

$(0 \vee 1 \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots)\ldots$

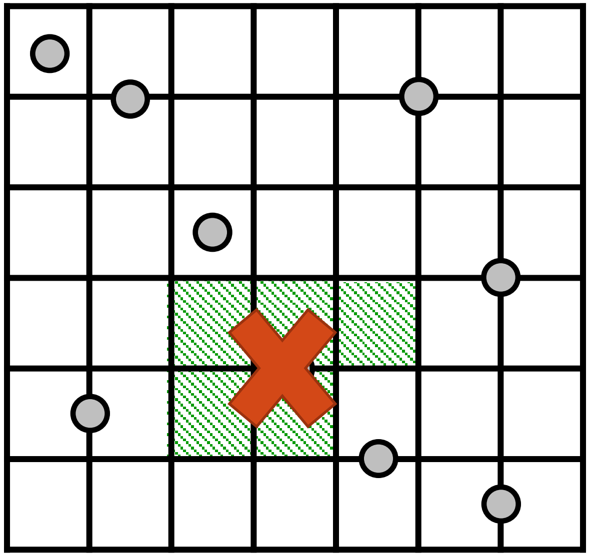
SAT

入力 : 乗法標準形（CNF）の論理式，

質問 : 論理式全体を真にできるか？

SGPのSAT符号化

- SGPの解が満たす性質



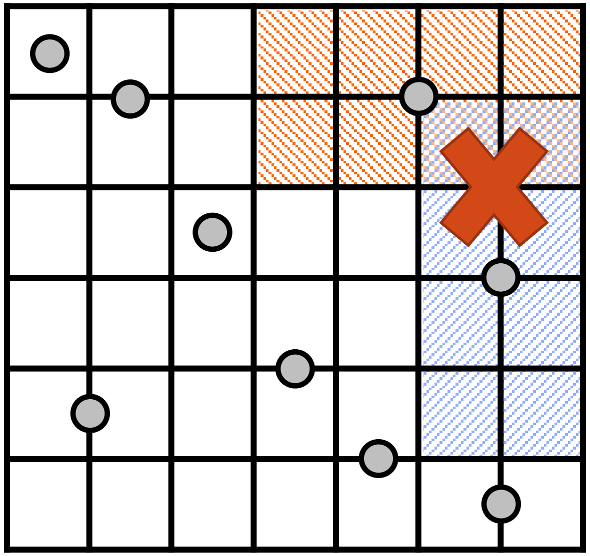
(1) 円を中心に区切った図形は点対称である

(2) 各マスは唯一の点対称図形に含まれる

(3) 各点対称図形全体が連結している

SGPのSAT符号化

- SGPの解が満たす性質



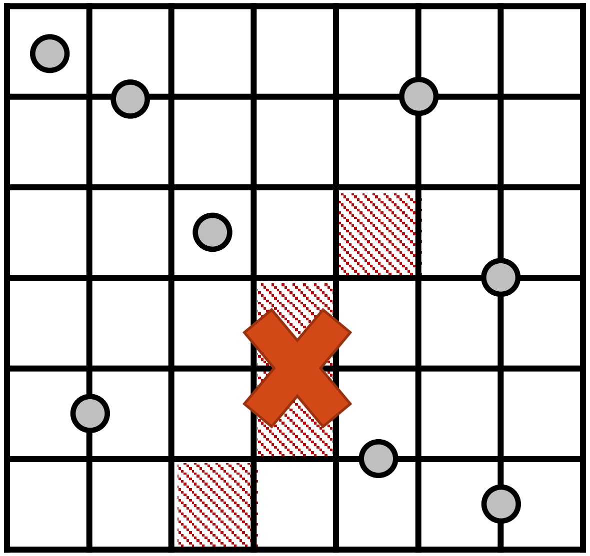
(1) 円を中心に区切った図形は点対称である

(2) 各マスは唯一の点対称図形に含まれる

(3) 各点対称図形全体が連結している

SGPのSAT符号化

- SGPの解が満たす性質



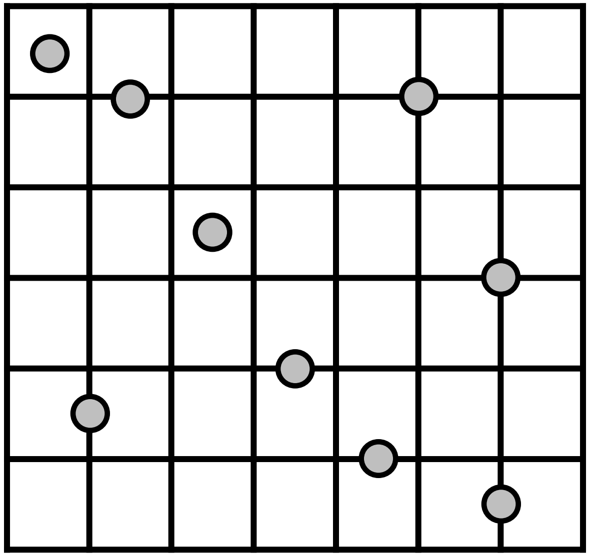
(1) 円を中心に区切った図形は点対称である

(2) 各マスは唯一の点対称図形に含まれる

(3) 各点対称図形全体が連結している

SGPのSAT符号化

- SGPの解が満たす性質



性質を満たすように論理式を構成

$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge (\vee) \wedge \ldots (\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots (\vee)$

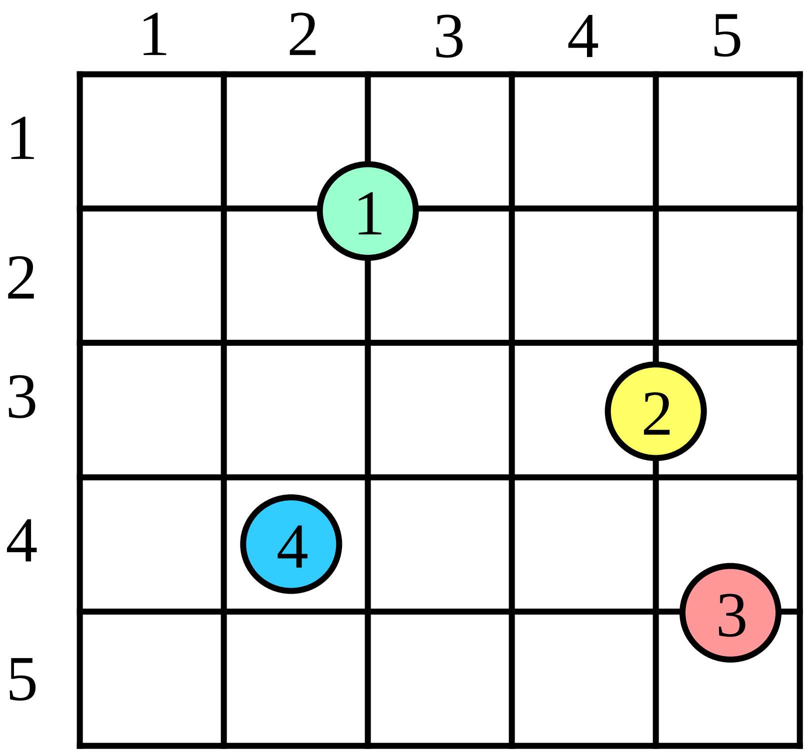
(1) 図形部　(2) 分割部　(3) 連結部

(1) 円を中心に区切った図形は点対称である

(2) 各マスは唯一の点対称図形に含まれる

(3) 各点対称図形全体が連結している

図形部（点対称性）の符号化法



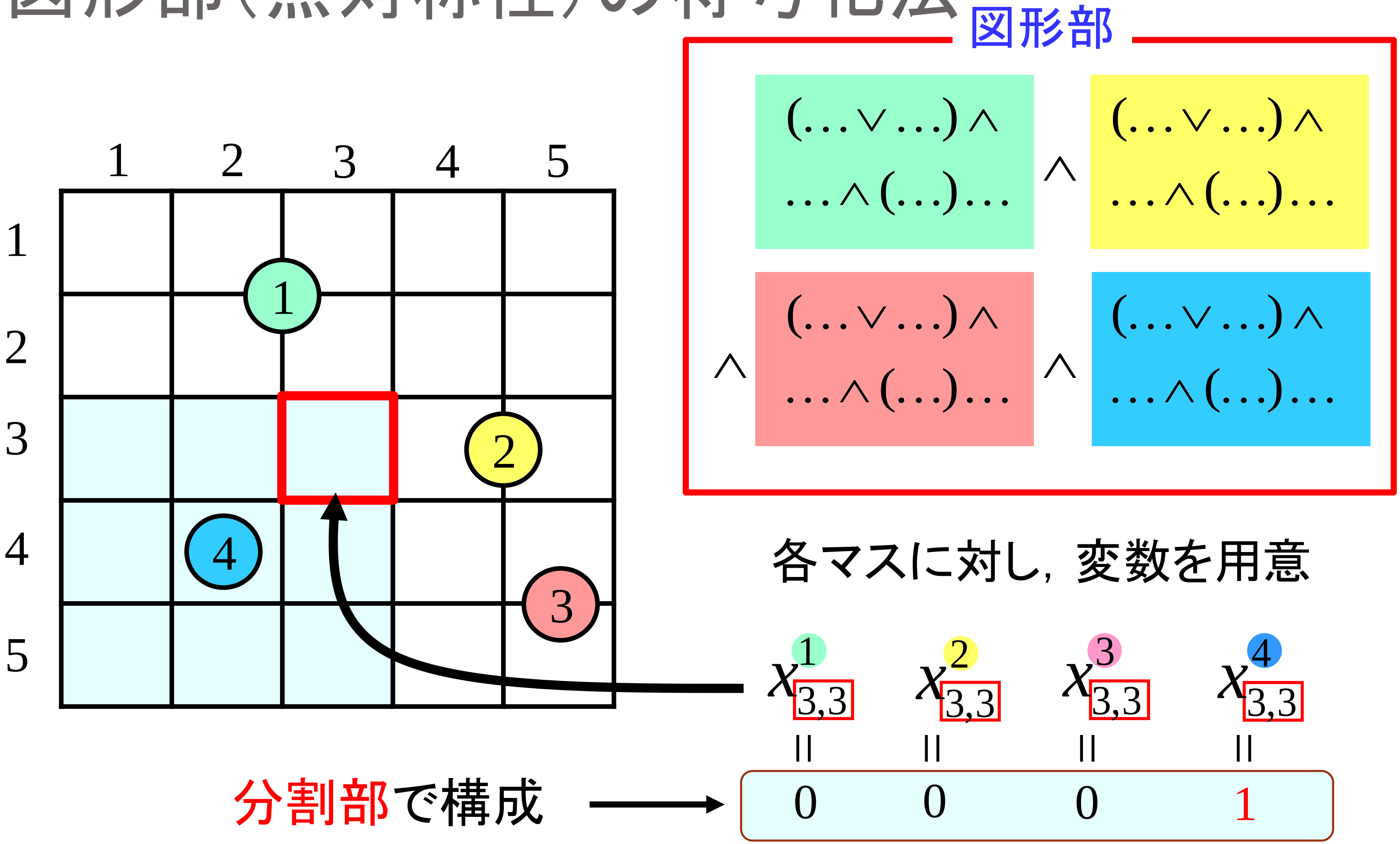
図形部

$(\ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots \;\wedge\; (\ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots$

$\wedge\; (\ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots \;\wedge\; (\ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots$

円ごとに論理式を用意

図形部(点対称性)の符号化法



図形部（点対称性）の符号化法

	1	2	3	4	5
1	$x^4_{1,1}$	$x^4_{1,2}$	$x^4_{1,3}$	$x^4_{1,4}$	$x^4_{1,5}$
2	$x^4_{2,1}$	$x^4_{2,2}$	$x^4_{2,3}$	$x^4_{2,4}$	$x^4_{2,5}$
3	$x^4_{3,1}$	$x^4_{3,2}$	$x^4_{3,3}$	$x^4_{3,4}$	$x^4_{3,5}$
4	$x^4_{4,1}$	$x^4_{4,2}$	$x^4_{4,3}$	$x^4_{4,4}$	$x^4_{4,5}$
5	$x^4_{5,1}$	$x^4_{5,2}$	$x^4_{5,3}$	$x^4_{5,4}$	$x^4_{5,5}$

1 2 3 4

円4の図形部

$$(\neg x^4_{3,1} \lor x^4_{5,3}) \land (x^4_{3,1} \lor \neg x^4_{5,3})$$

$$(\ldots \lor \ldots) \land$$

$$\ldots \land (\ldots) \ldots$$

$x^4_{3,1}$	$x^4_{5,3}$	$\neg x^4_{3,1} \lor x^4_{5,3}$	$x^4_{3,1} \lor \neg x^4_{5,3}$
0	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
1	1	1	1

点対称の2マスの状態が一致

図形部（点対称性）の符号化法

	1	2	3	4	5
1	$x^4_{1,1}$	$x^4_{1,2}$	$x^4_{1,3}$	$x^4_{1,4}$	$x^4_{1,5}$
2	$x^4_{2,1}$	$x^4_{2,2}$	$x^4_{2,3}$	$x^4_{2,4}$	$x^4_{2,5}$
3				$x^4_{3,4}$	$x^4_{3,5}$
4		$x^4_{4,2}$		$x^4_{4,4}$	$x^4_{4,5}$
5				$x^4_{5,4}$	$x^4_{5,5}$

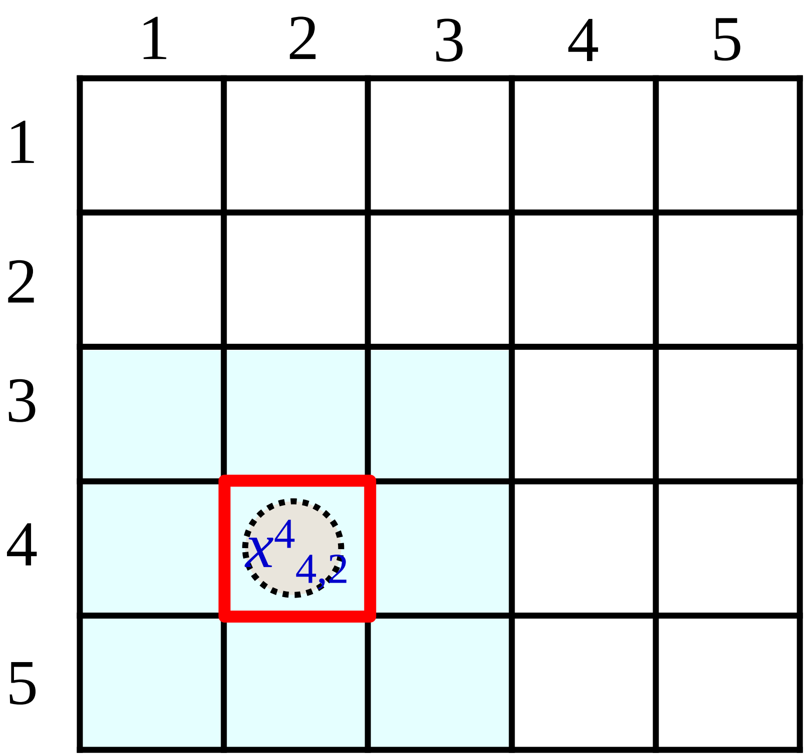
円4の図形部

点対称な2マス

$$\wedge(\neg x^4_{1,1})$$
$$\wedge(\neg\ldots)\wedge(\neg\ldots)$$
$$\wedge(\neg\ldots)\wedge(\neg\ldots)\ldots$$

含まれないマスの変数は必ず0

図形部(点対称性)の符号化法



円4の図形部

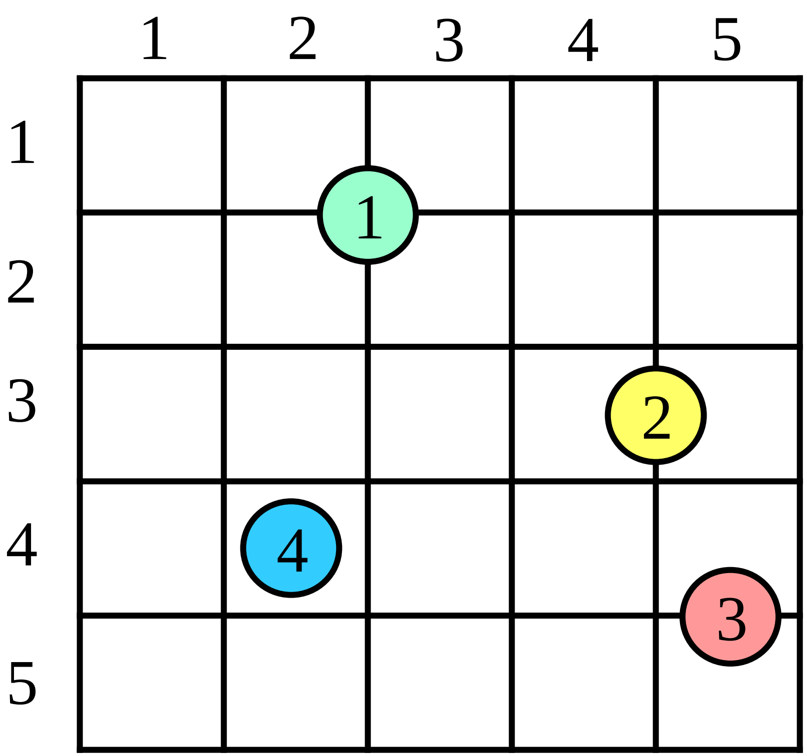
点対称な2マス

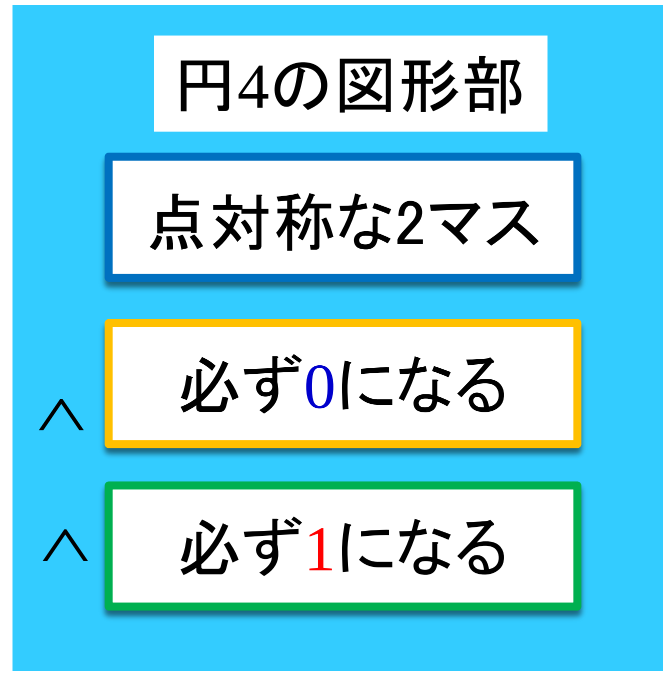
$\wedge$ 必ず0になる

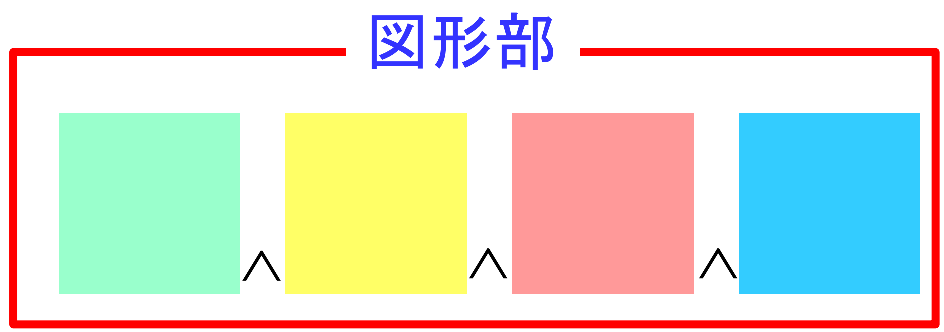
$\wedge(x^4_{4,2})$

円直下のマスの変数は必ず1

図形部(点対称性)の符号化法

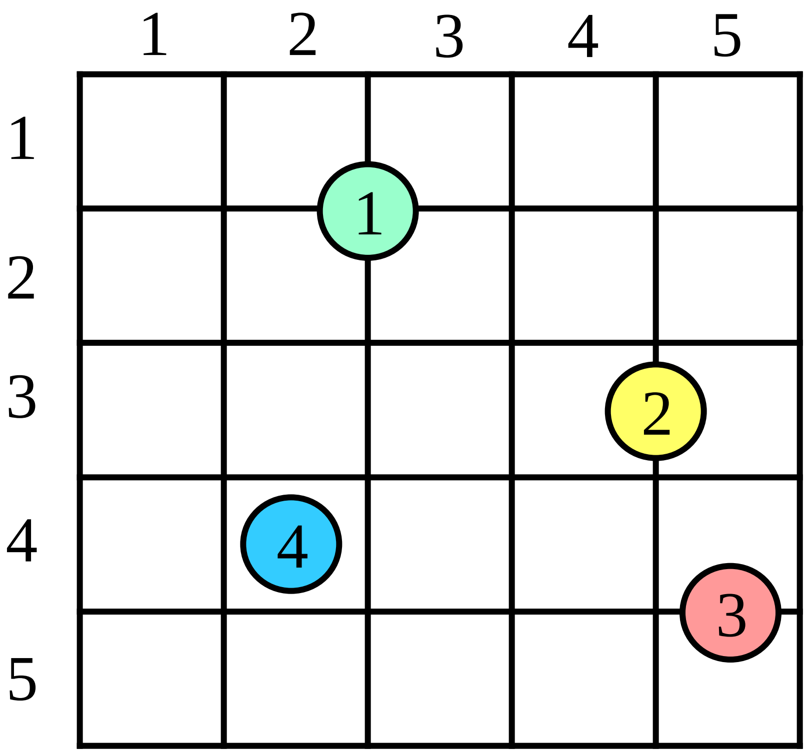






すべての円に対して構成する

連結部の符号化法

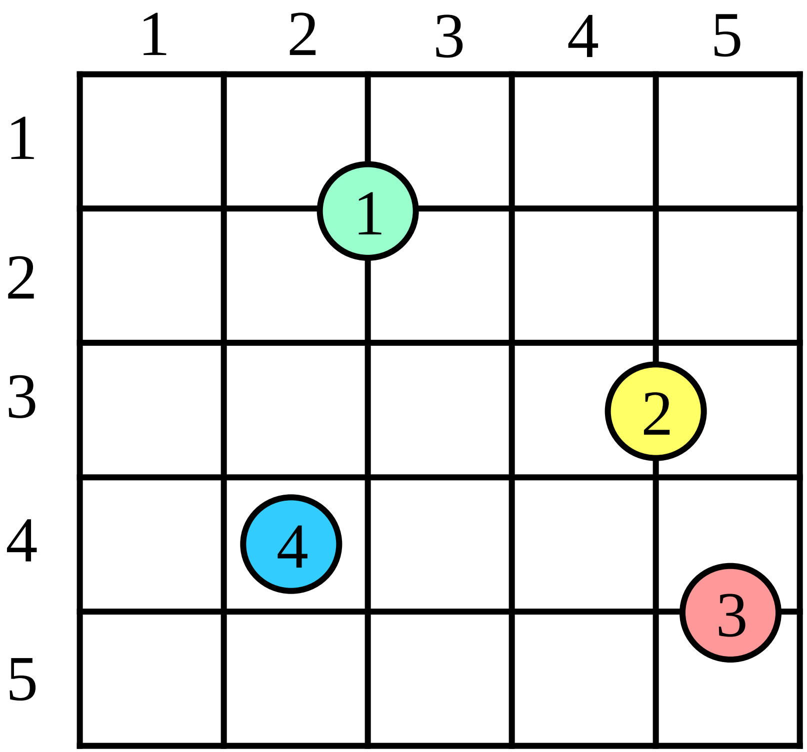


連結部

$$\begin{array}{cccc} & \begin{array}{c}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array} & \wedge & \begin{array}{c}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array}\\ \wedge & \begin{array}{c}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array} & \wedge & \begin{array}{c}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array}\end{array}$$

円ごとに論理式を用意

連結部の符号化法



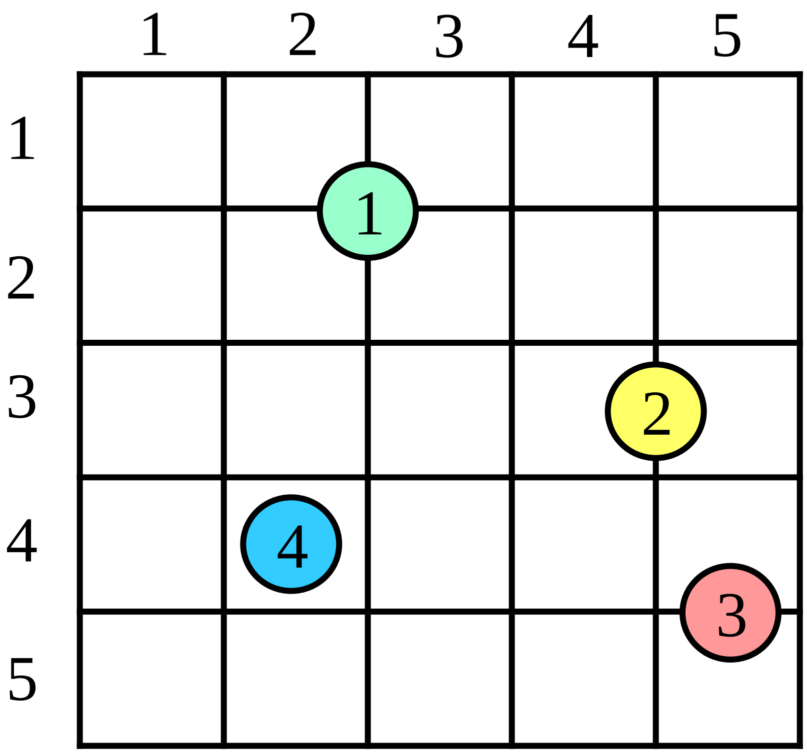
$x^2{}_{1,1}$	$x^2{}_{1,2}$	$x^2{}_{1,3}$	$x^2{}_{1,4}$	$x^2{}_{1,5}$
$x^2{}_{2,1}$	$x^2{}_{2,2}$	$x^2{}_{2,3}$	$x^2{}_{2,4}$	$x^2{}_{2,5}$
$x^2{}_{3,1}$	$x^2{}_{3,2}$	$x^2{}_{3,3}$	$x^2{}_{3,4}$	$x^2{}_{3,5}$
$x^2{}_{4,1}$	$x^2{}_{4,2}$	$x^2{}_{4,3}$	$x^2{}_{4,4}$	$x^2{}_{4,5}$
$x^2{}_{5,1}$	$x^2{}_{5,2}$	$x^2{}_{5,3}$	$x^2{}_{5,4}$	$x^2{}_{5,5}$

C_2（図形部）

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

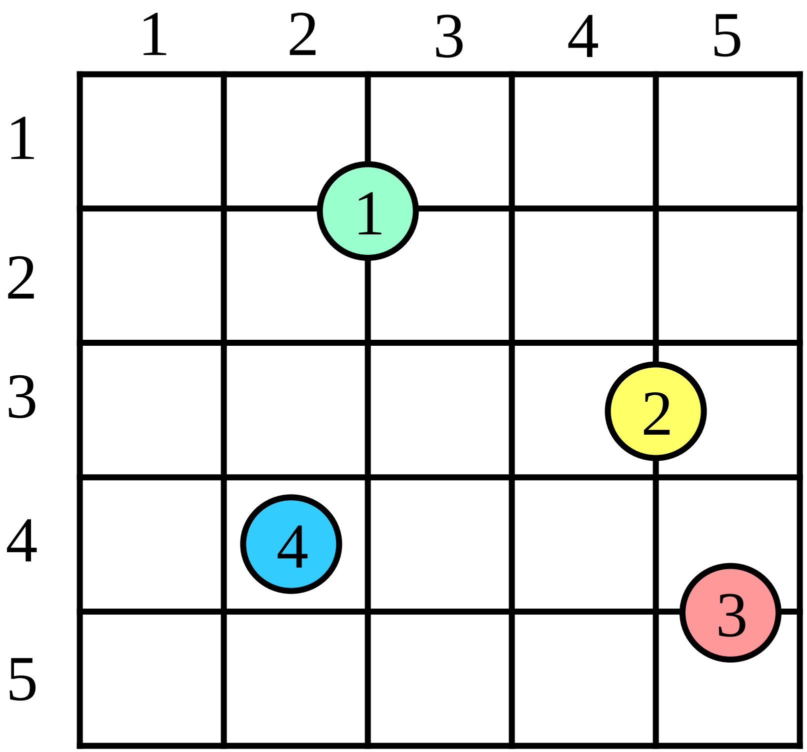
C_2（図形部）



連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）



C_2^0 C_2^1 C_2^2 ……

図形部, 分割部とは別の変数集合

複数用意

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

- 図形部の連結性チェック
- 1となる変数の領域拡大

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2^0

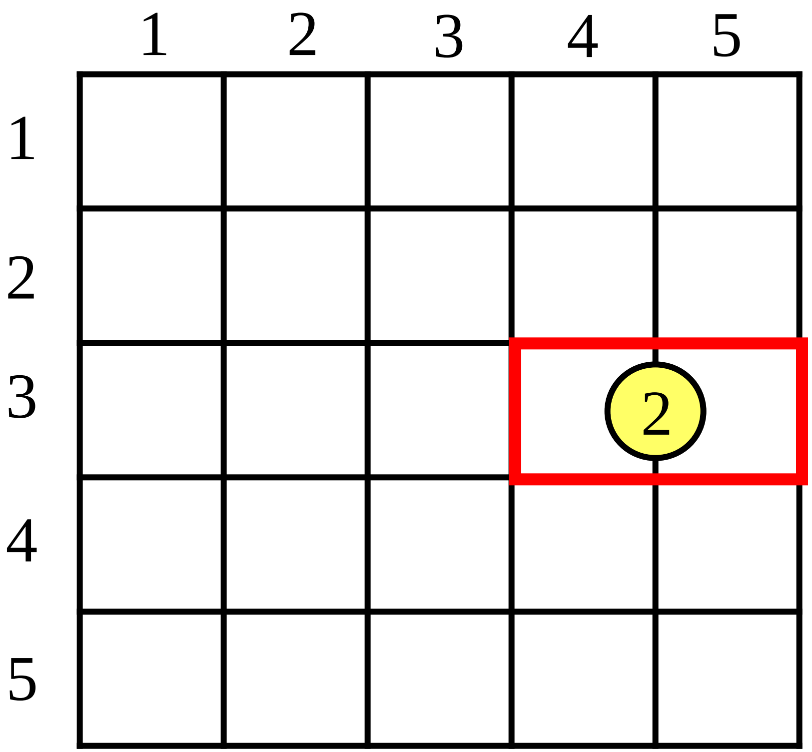
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

C_2^1

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2^2

連結部の符号化法



0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

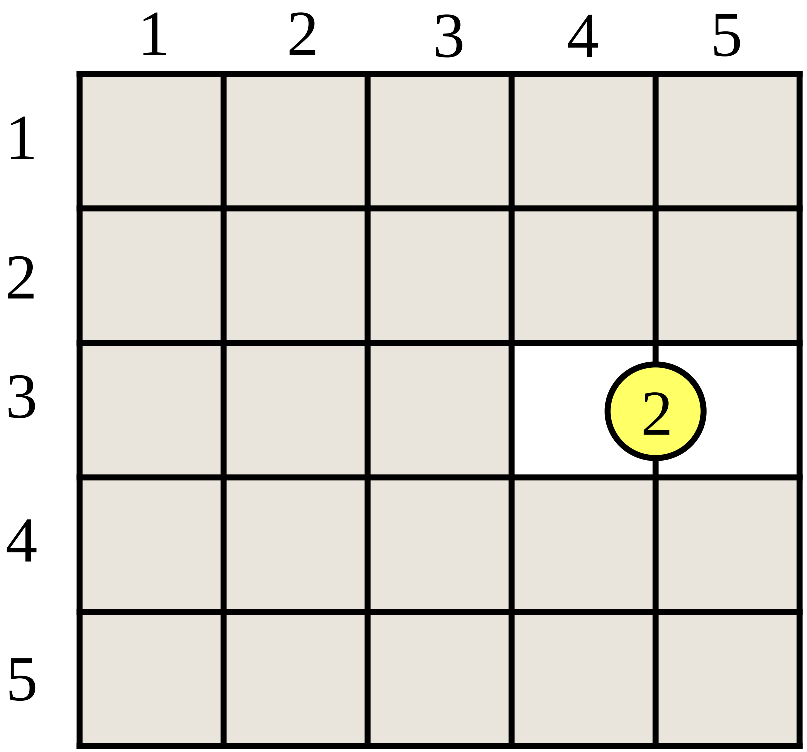
C_2（図形部）

			1	1

$C_2{}^0$

必ず1になるように論理式を構成

連結部の符号化法



0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2^0

必ず0になるように論理式を構成

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

必ず0になるように論理式を構成

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2^0

0	0	0		
0	0	0		
0	0	0		
0	0	0		
0	0	0		

C_2^1

……

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

必ず1になるように論理式を構成

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2^{\,0}$

0	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0		
0	0	0		

$C_2^{\,1}$

……

連結部の符号化法

4近傍が1 ∧ 図形部が1

or

1つ前が1

↓

1

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^0$

0	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0	1	
0	0	0		

$C_2{}^1$

……..

連結部の符号化法

$C_2{}^0$	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^1$	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0	1	
0	0	0		

C_2(図形部)			0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$$(x^{a,k}_{i,j} \vee \neg x^{a,k-1}_{i,j})$$
$$\wedge (\neg x^{a,k}_{i,j} \vee x^{a}_{i,j})$$
$$\wedge (x^{a,k}_{i,j} \vee \neg y_1 \vee \neg x^{a}_{i,j})$$
$$\wedge (x^{a,k}_{i,j} \vee \neg y_2 \vee \neg x^{a}_{i,j})$$
$$\wedge (x^{a,k}_{i,j} \vee \neg y_3 \vee \neg x^{a}_{i,j})$$
$$\wedge (x^{a,k}_{i,j} \vee \neg y_4 \vee \neg x^{a}_{i,j})$$
$$\wedge (\neg x^{a,k}_{i,j} \vee x^{a,k-1}_{i,j} \vee y_1 \vee y_2 \vee y_3 \vee y_4)$$

各変数ごとに構成

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1 ②	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

図形部の連結性チェック

1となる変数の領域拡大

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2^0

0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

C_2^1

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2^2

連結部の符号化法

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

C_i^pとC_iを整合

（P=図形部でのペア数，円2はp=4）

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

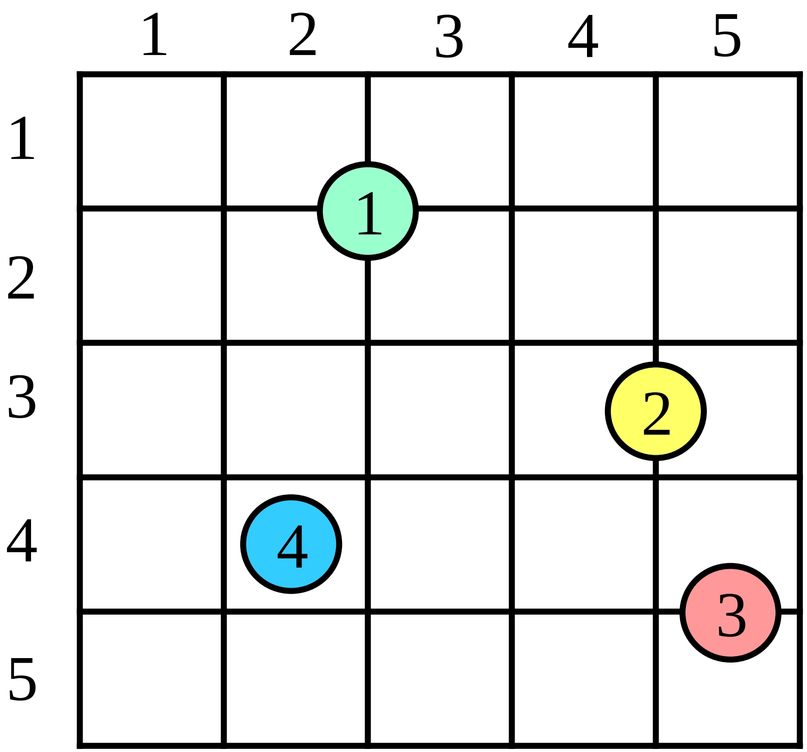
C_2^0

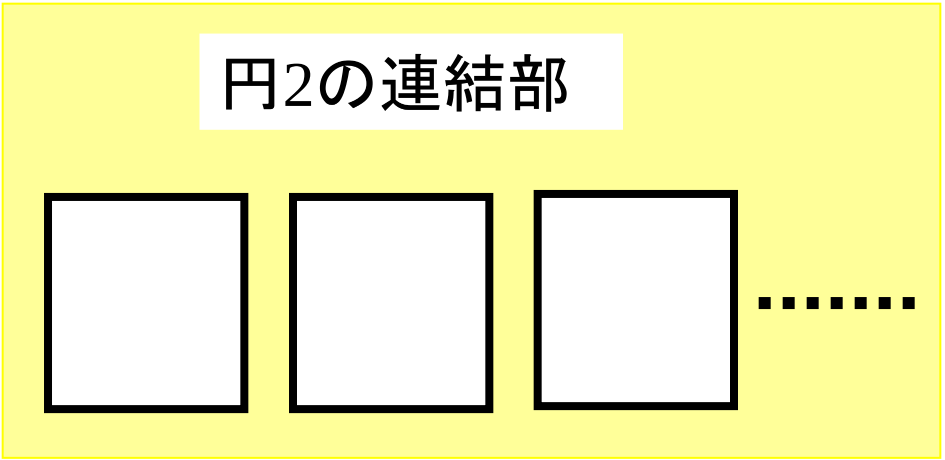
……

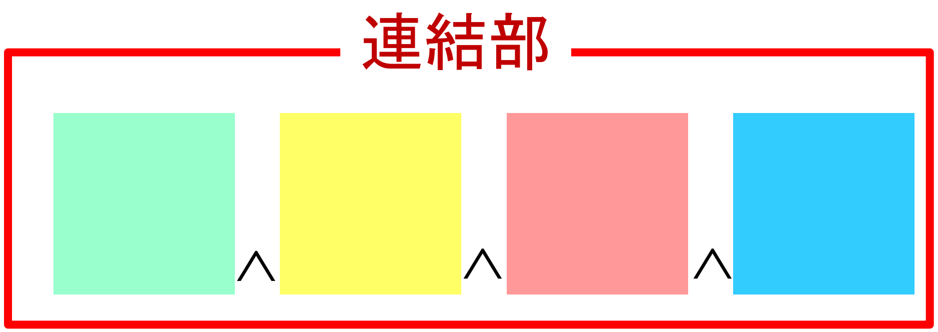
0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2^4

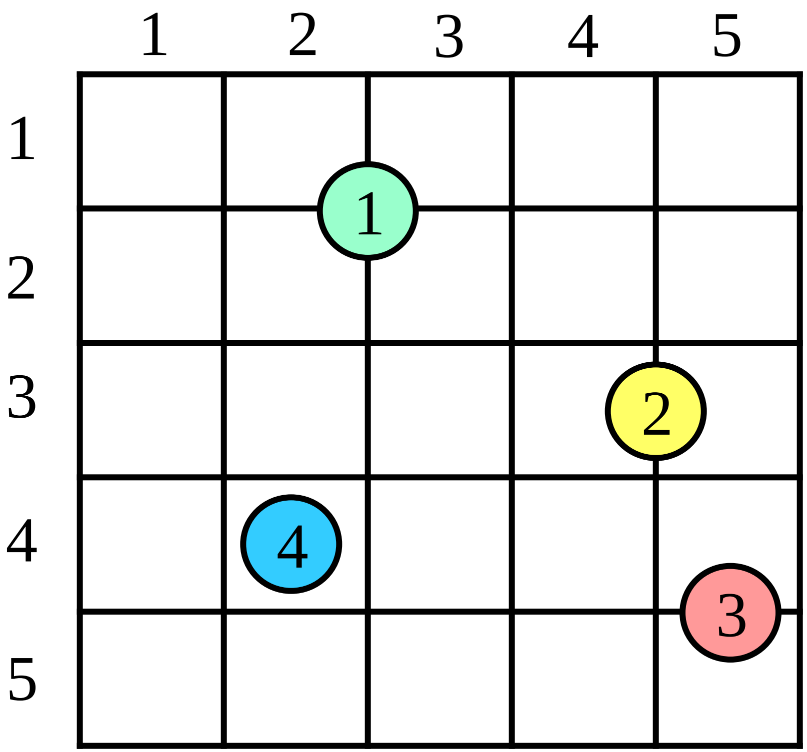
連結部の符号化法







連結部の符号化法



(1) 図形部

$$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$$
$$\ldots \wedge (\ldots) \ldots$$

$$\ldots \wedge \ldots$$

(2) 分割部

$$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$$
$$\ldots \wedge (\ldots) \ldots$$

$$\ldots \wedge \ldots$$

(3) 連結部

$$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$$
$$\ldots \wedge (\ldots)$$

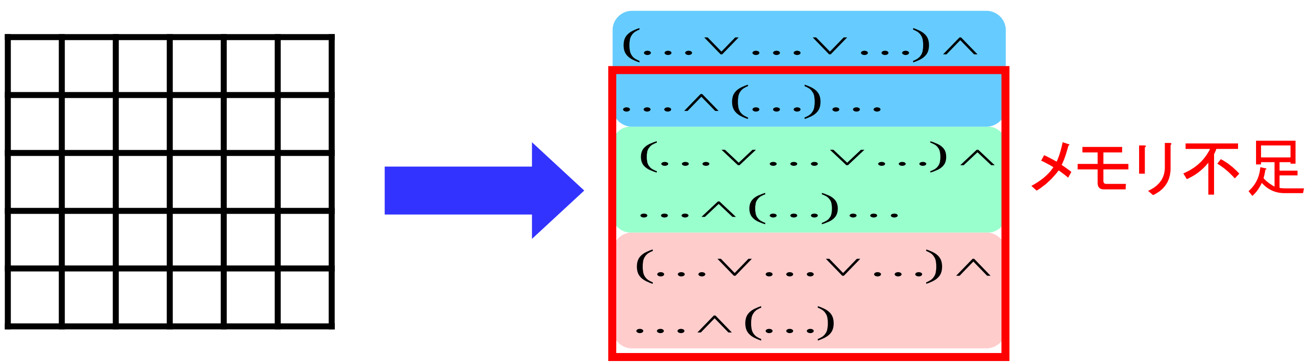
大規模

削減前の符号化法

- 扱える問題の最大規模

	盤面サイズ(縦×横)	円の数
最大規模	437(19×23)	88
問題集[*]の最大規模	720(36×20)	204

[*]ペンシルパズル本135 天体ショー2 株式会社ニコリ, 2009.

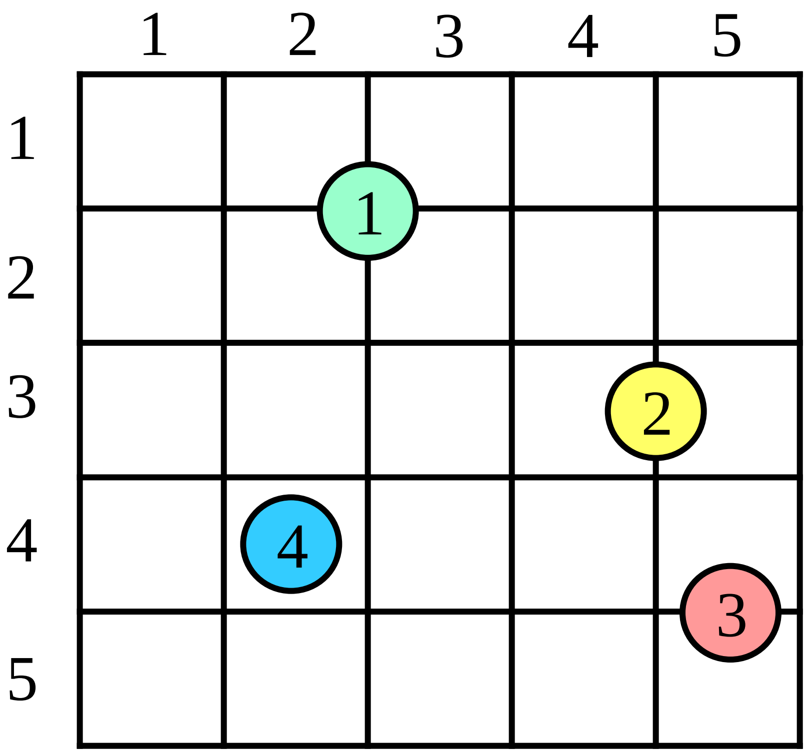


- 変数の数を削減
- 連結部を削減

→ SATのサイズ削減

変数削減法

- 図形部（点対称性）



(1) 図形部

$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$
$\ldots \wedge (\ldots) \ldots$

$\ldots \wedge \ldots$

(2) 分割部

$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$
$\ldots \wedge (\ldots) \ldots$

$\ldots \wedge \ldots$

(3) 連結部

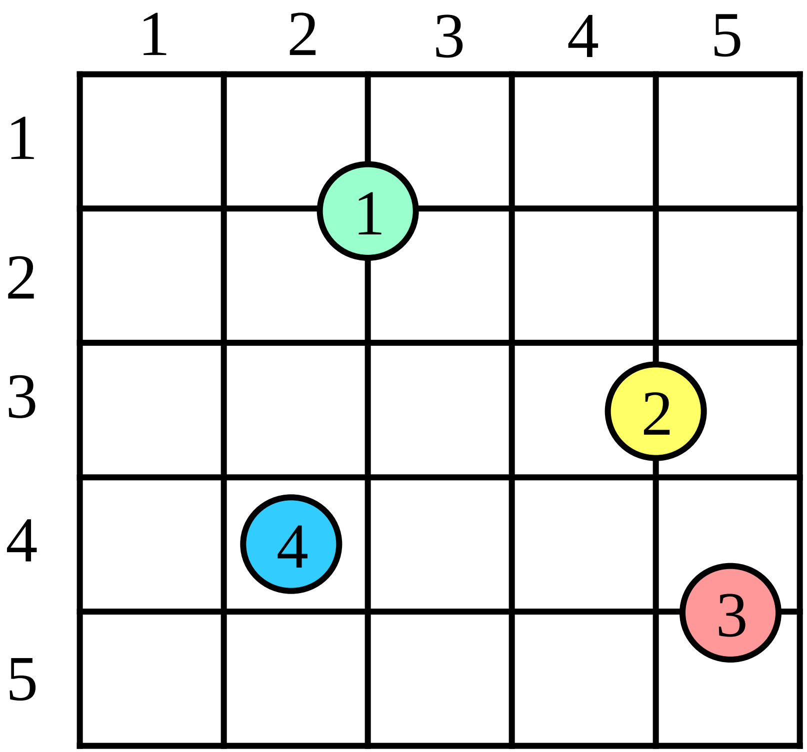
$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge$
$\ldots \wedge (\ldots)$

$\wedge (x_{true})$

特別な論理変数 x_{true}

変数削減法

- 図形部（点対称性）



図形部

$$\left((\ldots\vee\ldots)\wedge \ldots\wedge(\ldots)\ldots\right) \wedge \left((\ldots\vee\ldots)\wedge \ldots\wedge(\ldots)\ldots\right)$$

$$\wedge \left((\ldots\vee\ldots)\wedge \ldots\wedge(\ldots)\ldots\right) \wedge \left((\ldots\vee\ldots)\wedge \ldots\wedge(\ldots)\ldots\right)$$

$$\ldots\wedge(x_{true})$$

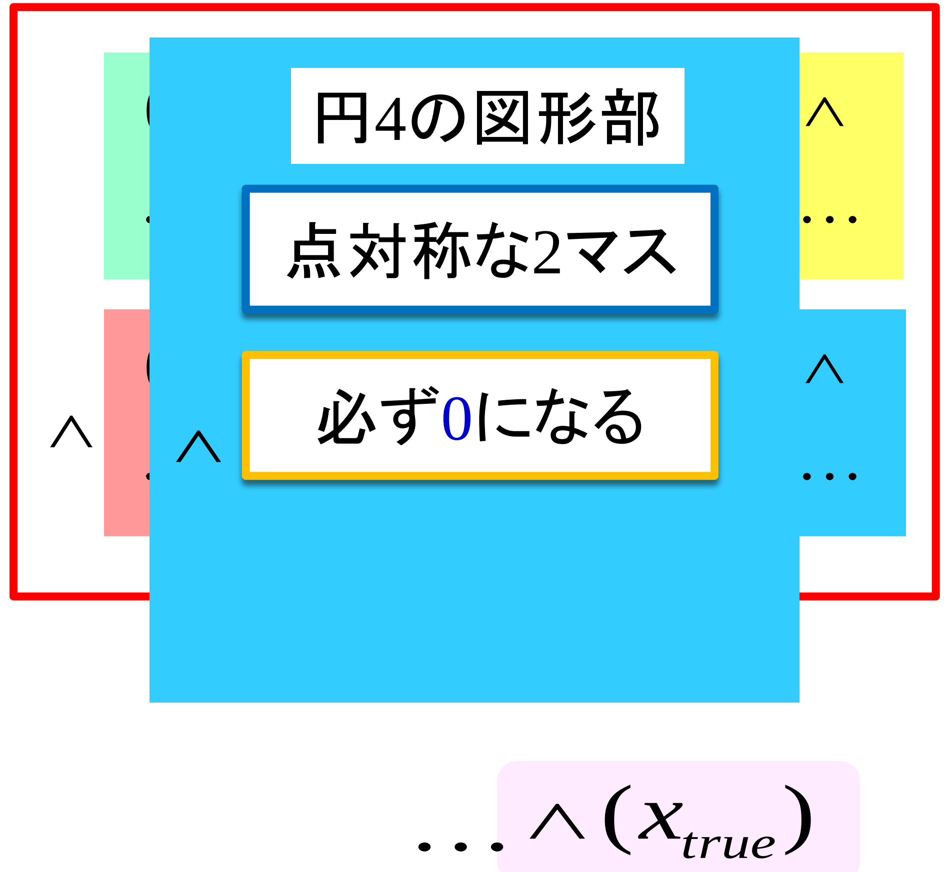
特別な論理変数 x_{true}

変数削減法

- 図形部(点対称性)

	1	2	3	4	5
1	$x^4{}_{1,1}$	$x^4{}_{1,2}$	$x^4{}_{1,3}$	$x^4{}_{1,4}$	$x^4{}_{1,5}$
2	$x^4{}_{2,1}$	$x^4{}_{2,2}$	$x^4{}_{2,3}$	$x^4{}_{2,4}$	$x^4{}_{2,5}$
3	$x^4{}_{3,1}$	$x^4{}_{3,2}$	$x^4{}_{3,3}$	$x^4{}_{3,4}$	$x^4{}_{3,5}$
4	$x^4{}_{4,1}$	x_{true}	$x^4{}_{4,3}$	$x^4{}_{4,4}$	$x^4{}_{4,5}$
5	$x^4{}_{5,1}$	$x^4{}_{5,2}$	$x^4{}_{5,3}$	$x^4{}_{5,4}$	$x^4{}_{5,5}$

円直下のマスの変数



x_{true}は必ず1になる

変数の数を削減

変数削減法

- 図形部（点対称性）

	1	2	3	4	5
1	$\overline{x_{true}}$	$x^4_{1,2}$	$x^4_{1,3}$	$x^4_{1,4}$	$x^4_{1,5}$
2	$x^4_{2,1}$	$x^4_{2,2}$	$x^4_{2,3}$	$x^4_{2,4}$	$x^4_{2,5}$
3	$x^4_{3,1}$	$x^4_{3,2}$	$x^4_{3,3}$	$x^4_{3,4}$	$x^4_{3,5}$
4	$x^4_{4,1}$	x_{true}	$x^4_{4,3}$	$x^4_{4,4}$	$x^4_{4,5}$
5	$x^4_{5,1}$	$x^4_{5,2}$	$x^4_{5,3}$	$x^4_{5,4}$	$x^4_{5,5}$

含まれないマスの変数

円4の図形部

点対称な2マス

必ず0になる

$\cdots \wedge (x_{true})$

変数削減法

- 図形部（点対称性）

	1	2	3	4	5
1	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
2	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
3	$x^4{}_{3,1}$	$x^4{}_{3,2}$	$x^4{}_{3,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
4	$x^4{}_{4,1}$	x_{true}	$x^4{}_{4,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
5	$x^4{}_{5,1}$	$x^4{}_{5,2}$	$x^4{}_{5,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$

含まれないマスの変数

円4の図形部

点対称な2マス

$\wedge$ …

$\wedge$

$\ldots \wedge (x_{true})$

$\overline{x_{true}}$ は必ず0になる

変数の数を削減

変数削減法

- 図形部（点対称性）

	1	2	3	4	5
1	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
2	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
3	$x^4_{3,1}$	$x^4_{3,2}$	$x^4_{3,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
4	$x^4_{4,1}$	x_{true}	$x^4_{4,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
5	$x^4_{5,1}$	$x^4_{5,2}$	$x^4_{3,1}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$

円4の図形部

点対称な2マス

$\wedge$ $\cdots$

$\wedge$

$\cdots \wedge (x_{true})$

点対称位置にある2マス
同じ変数を用意

変数削減法

- 図形部（点対称性）

	1	2	3	4	5
1	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
2	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
3	$x^4_{3,1}$	$x^4_{3,2}$	$x^4_{3,3}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
4	$x^4_{4,1}$	x_{true}	$x^4_{4,1}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$
5	$x^4_{3,3}$	$x^4_{3,2}$	$x^4_{3,1}$	$\overline{x_{true}}$	$\overline{x_{true}}$

円4の図形部

$\wedge$ $\cdots$

$\wedge$

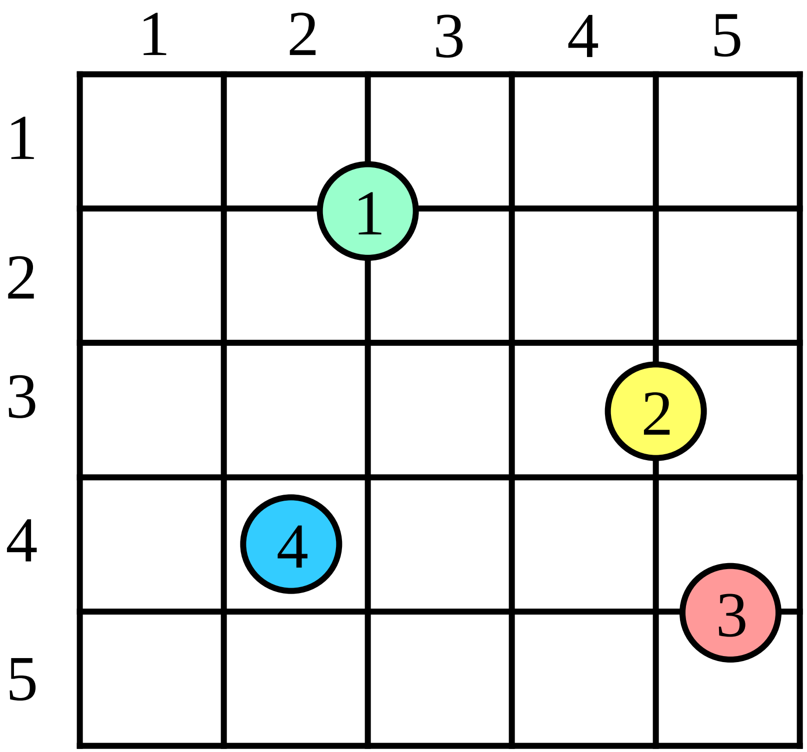
$\ldots \wedge (x_{true})$

点対称位置にある2マス
同じ変数を用意

変数の数を削減

変数削減法

- 図形部（点対称性）



図形部

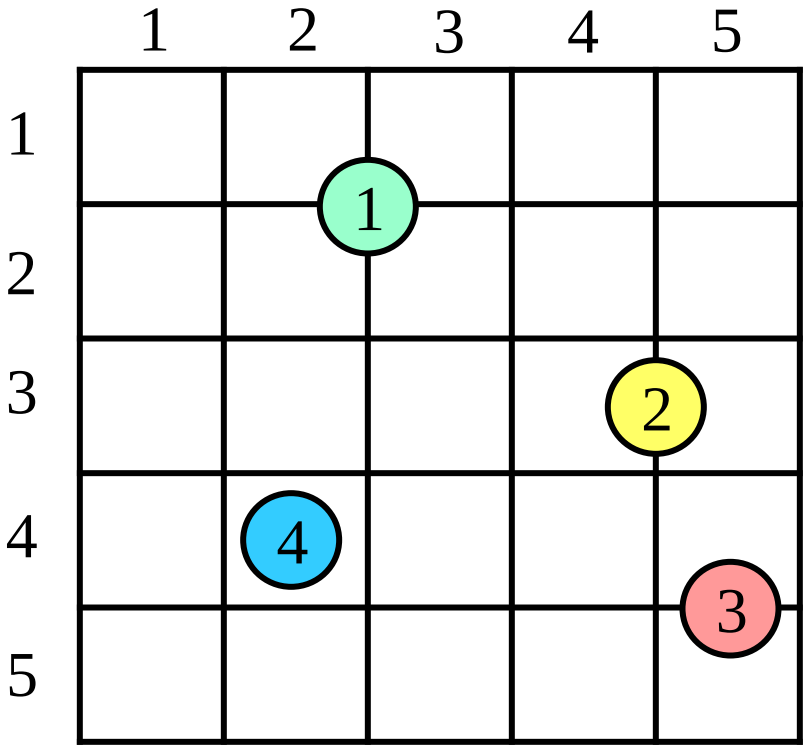
$$
\begin{array}{ccc}
 & \begin{array}{l}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array} & \wedge & \begin{array}{l}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array}\\
\wedge & \begin{array}{l}(\ldots\vee\ldots)\wedge\\ \ldots\wedge(\ldots)\ldots\end{array} & &
\end{array}
$$

$$\ldots\wedge(x_{true})$$

すべての円に対して削減

変数削減法

- 図形部（点対称性）



(1) 図形部

(2) 分割部

$$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots$$

$$\ldots \wedge \ldots$$

(3) 連結部

$$(\ldots \vee \ldots \vee \ldots) \wedge \ldots \wedge (\ldots) \ldots$$

$$\ldots \wedge (x_{true})$$

図形部の論理式を削減

分割部と連結部も同様に削減

連結部の削減法

$C_2{}^0$	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^1$	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0	1	
0	0	0		

C_2（図形部）				1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$$(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg x_{i,j}^{a,k-1})$$

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a})$$

$$\wedge(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg y_1 \vee \neg x_{i,j}^{a})$$

$$\wedge(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg y_2 \vee \neg x_{i,j}^{a})$$

$$\wedge(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg y_3 \vee \neg x_{i,j}^{a})$$

$$\wedge(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg y_4 \vee \neg x_{i,j}^{a})$$

削減

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a,k-1} \vee y_1 \vee y_2 \vee y_3 \vee y_4)$$

各変数ごとに構成

連結部の削減法

C_2^0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2^1	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0	1	
0	0	0		

$$(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg x_{i,j}^{a,k-1})$$

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a})$$

C_2（図形部）			0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

変数の振る舞いが変化

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a,k-1} \vee y_1 \vee y_2 \vee y_3 \vee y_4)$$

各変数ごとに構成

削減前の連結部

4近傍が1 ∧ 図形部が1

or

1つ前が1

↓

$\boxed{1}$

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^0$

0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^1$

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$C_2{}^2$

....

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$C_2{}^4$

削減後の連結部

1つ前が1 → $\boxed{1}$

4近傍が1 ∧ 図形部が1 → $\boxed{1}$ or $\boxed{0}$

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

C_2（図形部）

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^0$

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^1$

0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

$C_2{}^2$

……

0	0	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$C_2{}^4$

連結部の符号化法

C_2^0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

C_2（図形部）			0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

$$(x_{i,j}^{a,k} \vee \neg x_{i,j}^{a,k-1})$$

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a})$$

C_2^1	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	1
0	0	0	1	
0	0	0		

変数削減とは独立して扱える

$$\wedge(\neg x_{i,j}^{a,k} \vee x_{i,j}^{a,k-1} \vee y_1 \vee y_2 \vee y_3 \vee y_4)$$

各変数ごとに構成

SAT符号化の比較評価

- 論理式サイズ
- 扱える問題の最大規模
- 計算時間(符号化+MiniSat，ランダム生成した問題例，10回平均)

変数削減	連結部の削減
なし	なし
なし	あり
あり	なし
あり	あり

評価環境

OS	Microsoft Windows XP Professional x64 Edition Ver.2003 SP2
CPU	Intel(R) Xeon(R) CPU L5240 @ 3.00GHz 2.99GHz
メモリ	8.00GB RAM PC2-5300 FBDIMM DDR2-800

SAT符号化の比較評価

- 論理式サイズの比較

■ 最小

■ 最大　（リテラル総数）

	なし		あり		変数削減
盤面サイズ	なし	あり	なし	あり	連結部削減
361(19×19)	1,378万	612万	557万	190万	
400(20×20)	1,664万	826万	610万	208万	
420(21×20)	2,113万	940万	855万	291万	
437(19×23)	2,059万	973万	792万	268万	
441(21×21)	2,655万	1,268万	1,015万	347万	

88～87%減

組み合わせることで大幅に削減

SAT符号化の比較評価

■ 最大

■ 最小

- 扱える問題の最大規模

変数削減	連結部削減	盤面サイズ（縦×横）	円の数
なし	なし	441（21×21）	102
なし	あり	625（25×25）	133
あり	なし	1024（32×32）	241
あり	あり	1024（32×32）	241
問題集[*]の最大規模		720（36×20）	204

[*]ペンシルパズル本135　天体ショー2 株式会社ニコリ, 2009.

連結部削減はメモリへの影響が小さい

SAT符号化の比較評価

■ 最も速い

■ 最も遅い （単位：秒）

- 計算時間(解あり)の比較

	なし		あり		変数削減
盤面サイズ	なし	あり	なし	あり	連結部削減
324(18×18)	3.522	2.612	0.906	0.966	
400(20×20)	6.438	4.303	1.328	1.316	
441(21×21)	8.397	5.075	1.544	1.287	
529(23×23)	-	7.422	2.065	1.916	
625(25×25)	-	13.369	2.934	2.763	
720(36×20)			6.413	6.275	
784(28×28)	-	-	6.606	6.200	
900(30×30)	-	-	9.665	9.084	
961(31×31)	-	-	9.666	8.978	
1024(32×32)	-	-	11.647	10.825	

符号化時間が影響

SAT符号化の比較評価

- 計算時間(解なし)の比較

■ 最も速い

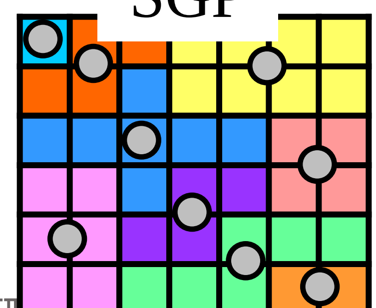
■ 最も遅い　(単位:秒)

変数削減	なし		あり	
盤面サイズ / 連結部削減	なし	あり	なし	あり
361(19×19)	3.700	1.909	12.544	4.713
400(20×20)	4.656	2.453	88.516	63.281
529(23×23)	-	-	2.519	2.410
625(25×25)	-	-	3.444	2.956
784(28×28)	-	-	6.628	6.369
900(30×30)	-	-	7.612	6.809
1122(33×34)	-	-	19.925	16.950
1156(34×34)	-	-	163.796	33.906

まとめと今後の課題

- まとめ
  - SATソルバを用いたSGPの解法ツール
  - 変数削減と連結部削減
- 今後の課題
  - 扱いにくい問題傾向の調査
  - 問題作成ツールへの応用
  - SGP以外の問題にも対応したツールの実装

SGP



SAT

$$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_4)$$